

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

Por:

- LUIS ARENCIBIA SÁNCHEZ

CURSO DE PRODUCCIÓN.

1. INTRODUCCIÓN.
2. ORGANIZACIÓN, PLANIFICACIÓN, CONTROL Y PROGRAMACIÓN.
3. EL DISEÑO EN LA PRODUCCIÓN.
 - 3.1. DISEÑO DEL PRODUCTO.
 - 3.2. DISEÑO DEL PROCESO PRODUCTIVO.
 -
 - 3.2.6. LOCALIZACIÓN DE LAS INSTALACIONES.
 - 3.2.7. DISTRIBUCIÓN EN PLANTA (LAYOUT).
4. GESTIÓN DE LOS MATERIALES EN LA PRODUCCIÓN. LOGÍSTICA.
5. PREPARACIÓN Y LANZAMIENTO DEL TRABAJO.
6. PRODUCTIVIDAD Y RECURSOS HUMANOS.
7. LOS COSTES DE LA PRODUCCIÓN.
8. MANTENIMIENTO DE EQUIPOS E INSTALACIONES.
9. EL CONTROL DE LA CALIDAD EN LA PRODUCCIÓN.
 -
 - 9.7.1. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA EN EL CONTROL DE CALIDAD.
 - 9.7.2. CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS.
 - 9.7.3. PLANES DE MUESTREO.
10. EJEMPLO: EL CASO DE LA PYME.

1. Introducción.

1.1. La función de producción – operaciones.

1.2. Tipos de producción.

1.3. La dirección del sistema de producción.

1.3.1. Productividad y competitividad en la dirección de producción/operaciones.

1.3.2. Desarrollo de una estrategia para la dirección de producción/operaciones.

1.4. Objetivos de la producción.

1.5. Factores que influyen en la productividad.

1.6. Las funciones de la producción.

1.7. Relaciones de la función de producción.

1.8. Índices de productividad.

1.9. Medición y mejora de la productividad.

1.9.1. Medición.

1.9.2. Mejora de la productividad.

1. Introducción.

1.1. La función de producción – operaciones.

Un sistema de operaciones debe considerarse como un conjunto de recursos cuya función es la de transformar un cierto número de entradas o inputs en una cantidad de salidas u outputs deseado. El sistema de operaciones de una empresa puede abarcar tanto productos como servicios. De esta forma, el sistema está compuesto por los siguientes elementos:

- **Inputs:** son los ingredientes necesarios para que las operaciones se lleven a cabo. Pueden ser tangibles o intangibles.
- **Outputs:** resultan de la transformación de los "inputs" mediante el proceso.
- **Procesos:** los tipos de procesos que podemos encontrar en los sistemas de operaciones son cinco:
 - 1) **Producción:** cuya característica principal es la creación de un producto físico. El "output" consiste, por tanto, en bienes que difieren de los "inputs" incorporados al sistema.
 - 2) **Transporte:** su característica principal es el traslado de personas, cosas e información de un lugar a otro.
 - 3) **Intercambio/suministro:** la característica principal es el cambio que se produce en la propiedad o posesión de los bienes y/o información.
 - 4) **Almacenamiento:** cuya característica más importante es el cambio de disponibilidad de algo o alguien para ser consumido en un período posterior.
 - 5) **Servicio en sentido estricto:** su característica principal es el tratamiento directo con los clientes, ya sean personas o cosas.

Esta clasificación de los procesos no es perfecta, pero nos permite complementar nuestra definición de sistemas de operaciones de la siguiente forma: Un sistema de operaciones es un conjunto de recursos combinados cuya función es la de producir, transportar, intercambiar, almacenar o servir.

1.2. Tipos de producción.

El objetivo final de la organización de la producción, en su sentido más amplio, es planificar y controlar la producción. El resultado final de cualquier tipo de actividad que se desarrolle es el objetivo de la producción; en consecuencia, la organización de la producción afecta a cualquier tipo de actividad empresarial y de sistemas de producción, aun cuando las características de las distintas actividades y procesos productivos configuran, asimismo las características de los sistemas de organización de la producción correspondiente.

Una primera clasificación de las actividades empresariales puede ser:

- **Empresas productoras de bienes**, en las que quedan encuadradas las manufactureras, transformadoras, comerciales y distribuidoras.
- **Empresas productoras de servicios**, como los transportes, empresas financieras, servicios profesionales, etc.

Para adaptar los modelos de organización de la producción se pueden efectuar dos amplios tipos de clasificación:

- Producción para pedidos.
- Producción para reposición de existencias.

La clasificación que más determina las características de la organización del proceso productivo es la que se refiere a los sistemas de producción, es decir, de los procesos básicos de funcionamiento para realizar el trabajo en las diferentes actividades.

Existen varios tipos de clasificaciones básicas siguiendo distintos criterios.

A) En función de los atributos del producto.

De una forma general se pueden dividir en dos grandes categorías, atendiendo a la tangibilidad del producto.

- Producción de bienes tangibles, cuya característica principal es la creación física de bienes (fabricación), mediante:
 - Cambio de la naturaleza estructural o química.
 - Cambio de la forma física.
- Producción de servicios, cuyo producto es un resultado de naturaleza intangible, y cuyas características pueden ser:
 - Cambio de ubicación de personas o cosas.
 - Cambio de propiedad por transacción comercial.
 - Cambio de estado mediante algún tratamiento.

B) En función de los atributos del proceso.

- **Producción continua**, cuyo proceso, por razones tecnológicas, debe mantenerse en funcionamiento durante periodos 6 ciclos amplios, no pudiéndose parar de modo brusco, no previsto, sin riesgo de avería grave. Es imprescindible establecer tres turnos de trabajo.

- **Producción discreta**, cuyo proceso puede interrumpirse en cualquier momento, sin que la instalación ni el producto queden afectados por la parada. Técnicamente no es necesario establecer turnos de trabajo.

En este caso se pueden dar las variantes de:

- Producción no repetitiva.
- Producción repetitiva.
- Producción por proyecto.

C) En función de la unidad de medida.

- **Producción por unidades**. Lo importante es cada objeto en sí mismo, con independencia de su peso o volumen.
- **Por lotes** (conjunto de productos individualizados durante el proceso, pertenecientes a una agrupación superior, llamada lote, que define las características comunes a todos ellos).
- **Producción masiva** (el producto no es, definible individualmente, sino en forma de peso o volumen)

De las descripciones someras dadas anteriormente, los tipos de procesos más importantes se describen a continuación.

En este aspecto se puede efectuar la clasificación en los siguientes grupos fundamentales:

- **Producción continua**, en la que las instalaciones se adaptan a los productos y los flujos del proceso siguen un itinerario en el que las operaciones se combinan con el transporte.

La organización de la producción en el caso de producción continua tiene las siguientes características:

- Es básica la planificación previa, al incorporarse a la línea de fabricación todas las funciones de aprovisionamiento, métodos y tiempos, control y verificaciones, cargas y capacidades, etc.
- El objetivo fundamental es el equilibrio de capacidades de producción en la línea de fabricación, fundamentalmente en las máquinas, ya que en la mano de obra es más fácil de obtener. Hay que cuidar muy especialmente que no existan cuellos de botella.
- Una vez establecida la planificación previa de producción, y puesto que las distintas fases y operaciones se suceden, no es necesaria la programación de cada uno de los trabajos.
- Las reestructuraciones, normas y procedimientos de trabajo se efectúan una sola vez para cada producto o proceso de fabricación.
- El control de producción se limita a la contabilización del producto por períodos de tiempo establecidos, efectuándose, en algunos casos, de forma automática.
- Las variaciones de cantidad de producto obtenido sólo pueden efectuarse a través de un aumento o disminución de las horas de funcionamiento de la línea de fabricación.
- Es absolutamente necesaria la disposición de los materiales y elementos necesarios en el momento de su incorporación al proceso, estando, por otra

parte, perfectamente determinados los consumos en la fase de planificación previa, lo que facilita la gestión de aprovisionamientos.

- Los costes de producción quedan determinados en la planificación previa.

- **Producción intermitente**, que se caracteriza por una gama variada de los productos terminados, efectuándose la producción por lotes de fabricación determinados.

El sistema de producción intermitente, en lo que se refiere a los problemas de organización de la producción, se distingue por las siguientes características:

- La programación, preparación del trabajo, seguimiento y control se han de individualizar por lotes de fabricación.
 - La planificación previa es más compleja que en el proceso continuo, en cuanto a coordinación de capacidades y cargas necesarias, ya que hay que coordinar los diferentes programas o pedidos que utilizan los mismos recursos.
 - Al ser diferentes los lotes o pedidos, no solamente en cantidad, sino también en las especificaciones, calidad y materiales, se hace necesaria una previa preparación y documentación del trabajo en cada lote, determinación de cargas y tiempos de fabricación, métodos y procesos.
 - Es necesaria la previsión y asignación previa a cada lote pedido de los materiales y herramientas necesarios.
 - El control de costes se efectuará en forma provisional para cada lote, mediante estándares de unidades de recursos necesarios y valor de los mismos, efectuándose posteriormente la recogida de datos de los costes reales invertidos, para su análisis y futuro establecimiento de estándares de previsión.
 - El sistema de programación y control requiere, una actividad continua de ajustes de plazos y fechas, equilibrio de cargas y capacidades, y acciones correctivas al producirse las desviaciones, teniendo, por otra parte, mayor elasticidad que en el proceso continuo para los cambios de equipos y máquinas de uno a otro lote o pedido.
 - Las interrupciones, paradas imprevistas, retrasos, falta de material, etc., tienen menor importancia que en el proceso continuo, por afectar generalmente a uno o varios pedidos, y no al conjunto de la producción.
- **Proceso similar** en el caso en que los productos no sean idénticos, pero suficientemente iguales para que el proceso de fabricación sea el mismo o de análoga naturaleza.

En consecuencia, en este caso, las características específicas del sistema de organización de la producción tienen diferentes analogías con las de proceso continuo, y producción intermitente, pudiendo considerarse intermedias entre éstas.

- Es muy importante la planificación a la que se adaptará posteriormente la planificación y programación de cada proceso.
 - La preparación de cada trabajo y las instrucciones para su realización son sencillas, al ser procesos iguales o análogos.
 - La programación y el control están individualizados para cada programa o pedido, siendo más sencillos que en el trabajo intermitente, por la similitud de procesos.
- **Proyectos especiales** o actividades que nacen a partir de una decisión y se desarrollan a través de una serie de fases hasta su conclusión definitiva.

La organización de la producción, en este caso, fundamental para alcanzar el objetivo previsto, que es el producto único final, en el plazo y con los costes e inversiones mínimos necesarios, ofrece las siguientes características:

- La planificación previa es imprescindible en todos y cada uno de sus aspectos, fases del trabajo, interrelación y coordinación entre las fases, recursos de materiales, mano de obra necesarios y los momentos en que empieza la aportación de cada uno, interferencias y subordinaciones entre las distintas fases del proceso.
- El sistema de control ha de estar especialmente adaptado a la planificación y ha de ser permanente.
- Los métodos, procedimientos e instrucciones para realizar el trabajo han de establecerse para cada fase y operación.
- Puesto que para la planificación y programación solamente se dispone de experiencias anteriores análogas, se suelen producir frecuentes desviaciones de mayor o menor importancia, por lo que la acción correctiva ha de ser inmediata.
- Existe, generalmente, un alto grado de elasticidad en la aplicación de recursos, lo que favorece las actuaciones correctivas.
- Las interrupciones en determinadas fases del proceso pueden incidir en otras fases, e incluso afectar al proceso total en el caso de fases críticas.

Lo expuesto hasta este momento, sobre los tres tipos de producción, continua, intermitente y similar, son procesos típicos o arquetipos con los que se pueden identificar una gran cantidad de los procesos de producción existentes en la realidad en nuestras empresas.

Sin embargo, no todos los procesos de producción han de ser clasificados necesariamente en uno de estos tipos, tienen sus características y los condicionantes específicos de sus sistemas de organización de la producción. Existen determinadas empresas y actividades cuyo sistema de producción puede considerarse como intermedio entre dos de los tipos considerados, acercándose más o menos a uno de ellos.

Se quiere resaltar con esto, una vez más, que no pueden existir modelos rígidos de organización de la producción, en sus diferentes aspectos, planificación y control, aprovisionamiento de materiales, control de costes de fabricación, etc., que puedan aplicarse a diferentes empresas clasificadas por su tamaño, sector o tipo de actividad, sino que cada empresa es un sistema productivo, único y diferente a todas las demás, aun cuando pudieran existir varias o muchas características muy parecidas, por lo que los sistemas de organización adecuados para cada una deberán adaptarse a cada caso particular, adoptando los principios generales y específicos de cada tipo genérico de empresas.

1.3. La dirección del sistema de producción.

Podemos definir la Dirección de Producción/Operaciones como el nivel alcanzado en las actividades directivas vinculadas a la selección, diseño, dirección, control y actualización de los sistemas productivos.

Por selección, diseño, control y actualización de los sistemas productivos entendemos lo siguiente:

- a) **Seleccionar** es una decisión estratégica de elegir el proceso mediante el cual un producto deberá fabricarse o un servicio prestarse.
- b) **Diseñar** son decisiones tácticas implicadas en la creación de métodos para llevar a cabo una operación productiva.
- c) **Dirigir** las decisiones de planificación de los niveles de producción a largo plazo sobre la base de la demanda prevista, y las decisiones a corto plazo en la programación de trabajos y asignación de obreros a los mismos.
- d) **Controlar** los procedimientos implicados en la adopción de medidas correctivas a medida que se crea el producto o servicio.
- e) **Actualización** de las correcciones más importantes introducidas en el sistema productivo, teniendo en cuenta los cambios en la demanda, los objetivos de la organización, la tecnología y la dirección.

Una excelente gestión de productos y servicios es la mejor de las oportunidades con las que se encuentran las empresas. Esta puede llevar a mejorar los beneficios y el flujo de caja, a conservar mejor los clientes y a conseguir otros nuevos, a mejorar la reputación entre los clientes, los empleados y los medios de comunicación; y por último, no por ello menos importante, hará aumentar el valor de la empresa.

1.3.1. Productividad y competitividad en la dirección de producción/operaciones.

Cuando se desea valorar una empresa y conocer su situación respecto a las de la competencia, cuando se quiere determinar las ventajas que ha producido la aplicación de las inversiones técnicas, cuando se precisa medir el rendimiento de ciertas instalaciones, etc., es necesario emplear una unidad de medida, la cual denominamos productividad.

Por productividad entendemos aquel índice, relación o cociente entre la producción que se obtiene y la cuantía de los recursos empleados en su consecución (básicamente terreno, máquinas, instalaciones, herramientas, materias primas y mano de obra).

El trabajo que debe realizar el director de producción/operaciones de una empresa con la finalidad de mejorar la productividad y la competitividad de la misma, estaría centrado en cuatro áreas:

- a) Diseño: esta actividad incluye áreas de decisión estratégica como la selección y diseño del producto y del proceso, el diseño de la capacidad, la localización y la distribución en planta.
- b) Planificación: el director de operaciones fija los objetivos del sistema de operaciones y desarrolla programas, políticas y procedimientos que ayuden a que la organización los alcance. Esta actividad incluye la planificación agregada y la programación de operaciones.
- c) Organización: asignación de tareas, estudio de métodos, medición de tiempos y los sistemas de motivación y recompensa.
- d) Control: control de stock, control de calidad, control de mantenimiento, estándares de actuación y líneas de comunicación.

1.3.2. Desarrollo de una estrategia para la dirección de producción/operaciones.

En orden a dirigir una empresa, el director general o consejo de administración debe definir, en primer lugar, la razón de la existencia de la misma, es decir, el propósito o misión global de la empresa. Una vez que se ha definido esta misión, cada función dentro de la empresa deberá definir su misión funcional, de tal forma que estas últimas apoyen a la misión global de la empresa.

Teniendo presente esto, la estrategia de la Dirección de Producción/Operaciones deberá ser consistente con:

- a) La estrategia global, es decir, lo que la empresa quiere ser.
- b) Demandas ambientales, bajo condiciones económicas, sociales y tecnológicas está funcionando la empresa, identificando las oportunidades y las amenazas.
- c) Demandas competitivas, teniendo en cuenta los puntos débiles y fuertes de sus competidores.
- d) El ciclo de vida de su producto y proceso, en que etapa del ciclo de vida se encuentran sus productos/mercados y sus proceso/tecnologías.

De tal forma que esta estrategia de la dirección de producción/operaciones incluye:

- 1) Identificar y organizar las actividades dentro de ella: va a organizar las actividades de la dirección de producción/operaciones con relación a las otras funciones y a la misión global de empresa.
- 2) Tomar decisiones tácticas y estratégicas dentro de la dirección de producción/operaciones. Las decisiones estratégicas tienen implicaciones a largo plazo y pueden tardar más de un año en implementarse. En cambio, las decisiones tácticas son aquellas que podemos modificar sustancialmente en menos de un año. Ambos tipos de decisiones deberán apoyar la misión global de la empresa.

Las decisiones estratégicas de la Dirección de Producción/Operaciones son:

- a) Decisiones sobre el producto: son aquellas relacionadas con el diseño de nuevos productos, su lanzamiento, modificación, etc.
- b) Decisiones sobre el proceso: varios posibles procesos pueden ser utilizados en la producción de un bien o en la prestación de un servicio. Las decisiones sobre el proceso van a determinar la tecnología que se va a utilizar y la estructura de costes de la empresa.
- c) Decisiones de localización: las decisiones de localización van a determinar en muchos casos el éxito o fracaso de la organización.
- d) Decisiones de recursos humanos: donde se determina la calidad de vida en el trabajo, las habilidades y talentos necesarios y su coste.
- e) Decisiones sobre proveedores: se determina lo que se va a fabricar y lo que se va a comprar, eligiéndose los proveedores en función de la calidad, innovación, precio, condiciones de entrega, etc.

En cuanto a las decisiones de tipo táctico, podemos incluir:

- a) Decisiones de planificación y programación: donde se planifica y programa la producción y la demanda de recursos necesarios.
- b) Decisiones de inventario: donde se optimiza las cantidades de stock.
- c) Decisiones de calidad: se determina la calidad del producto y las políticas, controles y procedimientos necesarios para alcanzarla.
- d) Decisiones de fiabilidad y mantenimiento: se determina el nivel deseado de fiabilidad y mantenimiento.

En la tabla siguiente ilustramos algunos ejemplos de diferentes tipos de decisiones:

DECISIONES		EJEMPLOS DE ALTERNATIVAS
ESTRATEGICAS	PRODUCTO	Estandarizado o exclusivo
	PROCESO	Tecnología, tamaño de la instalación.
	LOCALIZACIÓN	Cerca de los clientes o proveedores.
	LAYOUT	Distribución por producto o por proceso.
	PROVEEDORES	Un único proveedor o muchos.
	RECURSOS HUMANOS	Trabajos enriquecidos o simplificados.
TACTICAS	PROGRAMACIÓN	Indices de producción estables o variables.
	INVENTARIO	Cuándo realizar el pedido, en qué cantidad.
	CALIDAD	Ser líder en calidad o seguidor, definir los estándares de calidad.
	FIABILIDAD Y MANTENIMIENTO	Realizar un mantenimiento preventivo o realizar las reparaciones cuando se necesiten.

1.4. Objetivos de la producción.

Los objetivos de producción constituyen una parte integrada de los objetivos de la empresa, con los que deberán estar debidamente coordinados.

Al estar todas las funciones de la empresa relacionadas entre sí, las actividades y objetivos de producción no deberán examinarse desde el punto de vista de la optimización de la gestión de producción, sino desde el punto de vista de sus relaciones con las restantes funciones de la empresa, con criterios de optimización para el conjunto y en el tiempo.

En determinados casos los resultados óptimos o satisfactorios en producción no van unidos a unos resultados óptimos o satisfactorios en el conjunto de la empresa. En la misma forma los buenos resultados de un ejercicio no siempre constituyen unos resultados satisfactorios al contemplar la evolución de varios ejercicios en el desarrollo a medio o largo plazo, de la empresa.

Los objetivos y políticas generales que han de constituir la base de los objetivos de producción pueden clasificarse en dos grupos:

- **Objetivos a largo plazo**, que configuran las políticas de producción en el largo plazo, y que suelen ser de naturaleza irreversible, por lo que representan un compromiso fundamental.
- **Objetivos a corto plazo**, que por su dimensión temporal más reducida pueden permitir un mayor grado de maniobra.

Los objetivos a corto plazo deben enmarcarse en la tendencia definida por los objetivos a largo, constituyendo por lo tanto etapas a cumplir para alcanzar los objetivos que configuran la empresa en el largo plazo.

En lo que respecta a producción pueden considerarse como objetivos concretos:

- **Alcanzar los volúmenes de producción previstos**, con la necesaria elasticidad para ajustarse a las variaciones de las necesidades de producción en cada momento, motivadas por fluctuaciones en la demanda.
- **Cumplimiento de los plazos y fechas de entrega**, con la optimización de los mismos mediante el adecuado sistema de programación y control.
- **Obtención de la necesaria calidad y fiabilidad del producto**.
- **Producir a costes mínimos**, mediante la utilización óptima de mano de obra y equipo, gestión y aprovisionamiento de materiales, mejoras de métodos, sistemas y lotes de fabricación, reducción al mínimo de rechazos, recortes y desperdicios, etc.
- **Reducción al mínimo del circulante necesario** en fabricación en curso y stocks.
- **Producir con la inversión mínima necesaria**, en maquinaria y equipos, utillaje, etc., para obtener de esta forma la tasa de retorno más elevada posible.
- **Producir con los adecuados sistemas de seguridad y motivación del personal**.

Los objetivos de producción deberán establecerse en forma operativa, concreta y cuantificable para cada uno de los departamentos o secciones que intervienen en el proceso productivo.

Dadas las circunstancias del cambio constante, tanto del medio en el que la empresa desarrolla sus actividades como de la empresa en sí misma, es necesario que las características de la función producción puedan adaptarse de forma coherente a las nuevas exigencias de los cambios en los entornos exterior e interior.

A modo de resumen podemos concretar que los dos principales objetivos del sistema de producción son:

- La satisfacción del cliente: La dirección de producción tiene como función crear bienes y servicios que satisfagan las necesidades y gustos de los clientes, además de los objetivos de la propia empresa. Se han de procurar bienes o servicios a un precio competitivo y en un margen de espera razonable, tanto en tiempo de espera como en tiempo de servicio.
- La productividad de los recursos: Dados infinitos recursos, cualquier sistema de producción podrá adecuarse al objetivo anterior, aunque esté mal dirigido. Sin embargo la realidad es bien distinta y el objetivo consiste en conseguir un máximo de salidas o 'outpus' con el empleo de un mínimo de entradas o 'inputs'.

$$\text{Maximizar} \Rightarrow \frac{\text{Unidades producidas}}{\text{Unidades utilizadas}}$$

En muchos casos resulta difícil su medición, debido a diversas causas, como el aumento de calidad permaneciendo la cantidad de entradas y salidas constantes.

1.5. Factores que influyen en la productividad.

- **La intensidad del capital.**

Una forma de medir la intensidad de capital es en términos de gastos de capital por trabajador, o en términos de Producto Interior Bruto (P.I.B.). Entre los factores que afectan a la disminución o aumento de la intensidad del capital están:

- **La presión fiscal.** En los períodos económicos en los que los impuestos directos son elevados y los niveles de inflación también, se produce una disminución de las tasas de inversión.
- **Inflación.** Un elevado incremento del nivel de precios sostenido en el tiempo produce efectos negativos en las oportunidades de inversión y se puede considerar como un impuesto adicional en la medida que los beneficios de las empresas se encuentran sobrestimados y los costes de los inventarios (stocks, amortizaciones...) son mayores que los de reposición.
- **Crecimiento del sector público.** El tamaño de la inversión estatal en la economía es inversamente proporcional a la tasa de crecimiento económico de un país, ya que se produce un efecto expulsión o desplazamiento de la inversión privada (efecto crowding-out), lo que conlleva una reducción de utilidades y por consiguiente, la disminución de la inversión de capital.
- **Aumento de los costes salariales.** Precios más altos de la mano de obra llevan a las compañías a invertir en capital, en sustitución del trabajo, puesto que les resulta más efectivo en cuanto a costes, pero no eficiente considerando la productividad laboral.
- **Burocratización gubernamental.** Los costes de oportunidad asociados con las demoras en la introducción de nuevos productos, así como el incremento de los costes que supone el cumplir las leyes y reglamentos estatales, difieren en gran medida nuevas inversiones.
- **Envejecimiento de plantas y equipos.** La productividad depende no sólo de las cantidades de capital no amortizadas, sino también de su actualización tecnológica, previniendo de este modo la obsolescencia económica.

- **Inversiones en Investigación y Desarrollo (I+D).**

Una gran parte de las mejoras conseguidas en la productividad son resultado de la innovación tecnológica, basada en la utilización de nuevos métodos de producción, materiales, procesos, maquinaria...

Por lo tanto, invertir en I+D es una fuente de avance tecnológico y por lo tanto de la productividad.

Sin embargo, ello implica asumir unos riesgos por parte de los empresarios, así como altos costes a corto plazo. Esto ha restado bastantes recursos económicos, disminuyendo en la actualidad bastante los procesos de I+D.

- **Cambios en la composición de la fuerza laboral y la economía.**

- **La fuerza laboral.**

En etapas de crecimiento demográfico alto se suelen producir descensos de la productividad, debido a la incorporación de una nueva mano de obra sin experiencia, aunque tras un cierto paso de tiempo se produce el efecto contrario.

- **La economía.**

La tendencia en la productividad general del sector privado se refleja tanto en los cambios en la productividad de los sectores componentes como en las modificaciones y desplazamientos en los tamaños relativos de estos sectores.

Por otro lado la productividad en servicios suele crecer más lentamente que la de los bienes, ya que la primera es una relación entre hombre y máquina, y la segunda una relación entre personas, lo que inevitablemente provoca un crecimiento más lento.

Por otro lado, la economía sumergida provoca que las mediciones oficiales de la productividad mantengan niveles inferiores a los reales.

- **Cambios en las actitudes y valores sociales.**

- ***La ética del trabajo.***

Cada vez resulta más importante para los trabajadores tener más tiempo libre y de ocio. Esto, unido a la reducción de la jornada laboral y del tiempo empleado en trabajar (llegar tarde, exceso de tiempo en las comidas, llamadas telefónicas personales, salir temprano, gestiones personales, etc.) es lo que se llama *tiempo robado*. Esta pérdida de tiempo trabajado corresponde muy de cerca de posibles caídas de la productividad.

- ***Abuso de sustancias alucinógenas.***

El consumo de alcohol y otras drogas acarrearán costes muy altos, tales como cuidados médicos, períodos de baja laboral, etc., lo que influye negativamente en la productividad.

1.6. Las funciones de la producción.

El primer problema que se nos plantea es la **determinación de los límites de la función de producción**, saber dónde empiezan y dónde terminan las tareas relacionadas con este concepto.

Otro aparente problema es el derivado, de la «terminología», al no existir una universalmente aceptada. Según cuál sea el tipo de empresa, características de su proceso productivo, estructura y organigrama de la misma, e incluso su tradición, la función de producción abarca distintos ámbitos.

No vamos a plantearnos en este libro esta problemática de límites y terminología, sino que, atendiendo al concepto más general de producción, expuesto anteriormente, como **el conjunto de actividades que constituyen el proceso de transformación** que tiene lugar en la empresa, actividades **que están íntimamente relacionadas, por lo que requieren un sistema de organización coherente**, trataremos de una serie de funciones que, si bien en determinadas empresas pueden no estar incluidas en producción, es evidente su relación e importancia para esta función.

- Planificación general:

- Previsiones de producción.
- Especificaciones del producto.
- Evaluación de costes.

Esta función es básica para proyectar la carga de trabajo futuro en función de los objetivos y programas a corto, medio y largo plazo, determinando las necesidades de mano de obra, máquinas, materiales, circulante, etc., necesarios para cumplir estos objetivos, así como sus plazos de realización.

En esta faceta interviene la Ingeniería de Producción, que es la responsable del producto ó servicio, cualitativa y/ morfológicamente. Para ello debe establecer planos y/o especificaciones, que en unas ocasiones son realizados por el fabricante (según catálogo y gustos del cliente) y en otras son hechas por el cliente (bajo pedido).

Determina la forma en que debe realizarse la fabricación del bien o prestación del servicio (Proceso).

Determina los costes previsibles, que se pueden conocer de antemano si el producto ó servicio es repetitivo o de catálogo o, en caso contrario, hay que fijarlos con la rapidez exigida por el cliente.

- Planificación detallada:

- Planning de producción.
- Determinación de las necesidades de materiales.
- Determinación de las necesidades de mano de obra.
- Determinación de las necesidades de máquinas.
- Programación.

Se trata con esta función de obtener el mejor rendimiento de los medios de producción, evitando tiempos muertos en las máquinas, horas de parada del personal por falta de materiales, equilibrar las secuencias de fabricación, cumplir con los plazos de entrega, etc.

- **Lanzamiento.**

Para que el trabajo se realice como se ha previsto, cuando se ha previsto y donde se ha previsto es necesaria una relación entre toda la actividad coordinadora y planificadora y cada puesto de trabajo en donde se realiza la fase «activa» de la producción. Esta función consiste en proporcionar a cada puesto de trabajo instrucciones concretas sobre la realización del mismo.

- **Ejecución.**

Fabricación, que es la responsable del proceso de elaboración, propiamente dicho, del producto. Se puede definir, de una forma general, como la aplicación racional de diversas tecnologías para llevar a cabo la elaboración de un producto, con un nivel de calidad preestablecido y de la manera más económica, compatible con los medios disponibles.

La actividad de Fabricación lleva consigo un cambio de la estructura, física y química, en el producto, ó un cambio de la conformación de los materiales hasta conseguir una forma geométrica y dimensional determinada, bien sin arranque de material (forja, fundición...), o bien con arranque de material (mecanización).

Cada uno de los trabajos o actividades de la fase activa de la producción se ha de realizar con unos métodos determinados, siguiendo unas secuencias determinadas y en unos tiempos prefijados.

- **Control.**

Durante la ejecución del trabajo será necesario constatar que se realiza en el tiempo y forma previstos, de tal manera que se puedan detectar en el momento que se produzcan las posibles desviaciones, con el fin de tomar las acciones correctas necesarias en el plazo más breve, y, si es necesario, el replanteo de la programación.

- **Control de existencias. Stocks.**

Dada la importancia del coste de los materiales, que en determinados casos llegan a ser el factor más importante en el coste total del producto, una adecuada gestión de materiales, materias primas, productos en transformación, aparatos y elementos terminados, etc., constituye una actividad relevante en producción.

Un correcto control de existencias incide en la producción en dos aspectos:

- Económico, al no tener inmovilizados excesivos con el coste que esto representa.
- Organizativo, al no dificultar el proceso productivo si se conoce siempre la cantidad, lugar y condiciones en que se encuentran todos los materiales necesarios para la fabricación.

- **Control de calidad:**

- Cantidades producidas.
- Determinación de las calidades necesarias.
- Sistema de control.

Es evidente la importancia que tiene el control de calidad, tanto de las primeras materias como de los productos y piezas semielaborados y terminados, para eliminar fases y trabajos improductivos.

Control de Calidad, responsable de prevenir, detectar, analizar y corregir las desviaciones que se produzcan en los planes de Calidad de la producción.

Estas actividades están agrupadas normalmente en tres unidades: Ingeniería de la Calidad, que planifica y administra el sistema de Calidad, define los métodos de control, estudia los costos de Calidad y evalúa los proveedores; Inspección de Calidad, que detecta los fallos de Calidad, identifica las causas y establece las medidas preventivas y correctivas; por último, Auditoría de Calidad, que examina y evalúa las normas y procedimientos que afectan a la Calidad, establece programas de mejora controlando su ejecución y eficacia.

En este línea, la Calidad de un producto se define como el grado en que contiene los requerimientos del consumidor, y, por tanto, su medida viene dada por el grado de satisfacción que produce al usuario.

El nivel de calidad de un producto se fija en las especificaciones que lo definen, y está influenciada por todas las actividades que se realizan a lo largo del proceso productivo, desde el Marketing hasta el servicio posventa, pasando evidentemente por el diseño y la fabricación.

- **Conservación.**

Mantenimiento, cuya misión es mantener operativos y disponibles la maquinaria y medios de producción, es decir, que la probabilidad de producirse una avería en alguno de ellos sea siempre inferior a un valor previamente determinado.

El servicio de mantenimiento debe actuar con carácter anticipativo y preventivo, evitando tiempos de parada no previstos, que alteran el desarrollo normal del ciclo productivo, con el consiguiente incremento del coste añadido.

La automatización de los procesos productivos incrementa la importancia del mantenimiento de los equipos e instalaciones.

Las paradas de las máquinas por averías, así como el inadecuado funcionamiento de máquinas, equipos e instalaciones, repercuten en unas pérdidas de producción que es necesario reducir al mínimo estructurando el necesario sistema de:

- Reparación de averías.
- Mantenimiento preventivo.

- **Métodos y tiempos.**

Para alcanzar los rendimientos necesarios, tanto de las máquinas y equipos como del personal, será necesario que las distintas fases y operaciones que intervienen en el proceso de fabricación se realicen según unos métodos determinados y en unos tiempos también determinados.

Estas funciones que consideramos principales en el concepto general de producción deben organizarse en forma coherente, y en cada caso adaptadas a las necesidades de la empresa en función de las características del proceso productivo y la dimensión de la misma.

1.7. Relaciones de la función de producción.

El sistema de producción aparece como el subsistema central de la empresa, al que se destinan los recursos económicos y de donde salen los productos a colocar en el mercado.

Las relaciones con las funciones principales de la empresa son:

Aprovisionamiento – Producción
Inversión – Producción
Producción – Comercialización – Distribución

Esto implica un análisis de las decisiones a la vez que un estudio de las mismas cuyo efecto retroalimentador (feed-back) servirá para mejorar la programación de la producción.

La forma de comprender la naturaleza de estas relaciones es definiendo el sistema logístico, el cual solapa las tradicionales funciones de marketing y de producción coordinándolas de forma que tales subsistemas se dediquen a las funciones que propiamente le corresponden. El sistema logístico coordina funciones tales como:

- Localización y diseño de planta.
- Adquisición de terrenos productivos.
- Distribución física y control de inventarios.

Por lo tanto, la correcta estructuración de las actividades debe efectuarse de la siguiente forma:

- El sistema comercial predice respecto a mercados, productos, precio y comunicación.
- El sistema de producción atiende a la creación de bienes con el mayor valor posible, controlando la calidad.
- El sistema logístico abarca las actividades que tienden a situar el producto en los lugares y tiempos adecuados.

Con respecto al subsistema de financiación – inversión, hay que destacar la importancia básica de las variables financieras en las decisiones de adquisición de tecnología y mantenimiento de niveles de producción. En muchos casos, la financiación actúa como una restricción muy importante acotando la posibilidad de soluciones productivas.

La contribución de la producción a la empresa debe medirse en términos de mejora de calidad, variedad de productos y adaptación inmediata a las exigencias de cada cliente, reducción de los tiempos de introducción de nuevos productos, fabricación y contribución, rapidez de respuesta a los pedidos y servicios post-venta, entre otros.

En resumidas cuentas, la integración de todas las actividades relacionadas con la producción da un enfoque global al proceso productivo, que permite satisfacer mejor las necesidades del mercado.

Si consideramos la empresa como un, sistema que actúa dentro de un entorno, cada una de las diferentes funciones son subsistemas, que pueden descomponerse también en subsistemas más pequeños. En esta concepción de la **empresa como un conjunto de partes relacionadas entre sí, con objetivos que convergen en un objetivo único**, es necesario analizar, con el fin de **estructurarlas en forma coherente, las relaciones de la función de**

producción con el resto de funciones de la empresa.

- **Función administrativa.**

Considerando esta función en su sentido amplio, es decir, como responsable de las actividades financiera y fiscal, de la información y control de la empresa, y de los sistemas administrativos.

La gestión de la producción tiene una influencia muy importante sobre las **necesidades financieras** de la empresa, **al derivarse de los planes de producción unas necesidades de recursos que atender**, por lo que una adecuada gestión de la producción limitará estos recursos a los mínimos necesarios.

Es necesario que producción tenga el suficiente **conocimiento** de las **limitaciones financieras**, tanto actuales como previstas, dentro de las cuales ha de desarrollar su actividad.

Los **criterios de rentabilidad** que se hayan establecido en la empresa no solamente han de ser conocidos por producción, sino que en su determinación deben ser tenidas en cuenta sus opiniones para una actuación real y coherente.

Es de la mayor importancia la relación y colaboración de administración y producción para el establecimiento de los criterios de inversiones y amortizaciones.

Para el conocimiento real de los costes de producción es necesario el funcionamiento de un sistema lo más sencillo y concreto posible de información sobre la utilización y aplicación de los recursos de **producción**.

- **Función comercial.**

Se presenta con excesiva **frecuencia el problema** de relaciones entre los hombres de comercial y los hombres de producción por la ausencia de una suficiente información mutua, lo que produce incompreensión y **actuación sin coordinación**.

Comercial exige de producción: cumplimiento de los plazos, elasticidad para el cambio de productos. calidad y garantía, cumplimentación de pedidos urgentes excepcionales, fabricación de prototipos, reparaciones urgentes, piezas y elementos de recambio, un stock permanente, costes de producción competitivos, etc.

Por su parte, producción exige: agrupación de pedidos con el fin de obtener series lo más grandes posibles, previsiones concretas con la suficiente antelación, equilibrio de las cargas de trabajo, plazos posibles, previsiones anticipadas en los cambios de características del producto, etc.

Las razones de los responsables de comercial y de producción son, desde las diferentes ópticas, totalmente lógicas.

La **solución a este problema** parte de la consideración de los siguientes puntos:

- Al **evolucionar** la estrategia de la empresa **en función del mercado y de los productos**, será necesario adaptar la estructura a los cambios de estrategia. **El peso específico de comercial y de producción deberá adaptarse a las necesidades de cada situación.**
- Es absolutamente **necesario hacer previsiones y planificar**, aceptando la incertidumbre que conlleva por el comportamiento del entorno de la empresa. **A mayor incertidumbre, más necesidad de hacer previsiones**, colaborando todas las áreas de la empresa afectadas.

- **Colaboración** entre comercial y producción **en una estrategia común.**

- **Función técnica.**

La concepción y diseño de los productos, responsabilidad de la función técnica, **está íntimamente relacionada con la función de producción, tecnología de los equipos y de los procesos.**

Todos los aspectos desde el comienzo de la concepción de un nuevo producto, pasando por los prototipos, ensayos, normalización de materiales, piezas, diseño, tolerancias, intercambiabilidad, procesos de fabricación, sistemas de montaje, etc., hasta la componente económica o costes de fabricación, afectan a producción, ya que el producto se va a obtener en cantidades y plazos determinados utilizando los medios disponibles o la adecuación de nuevos medios si ello es necesario.

- **Personal.**

Prácticamente todos los aspectos relacionados con el personal repercuten muy directamente en producción. Todas y cada una de las circunstancias referentes a: disposiciones oficiales, reglamentos, convenios, comité de empresa, comité de seguridad, ingresos y ascensos, formación, régimen de trabajo, flexibilidad de horarios y turnos, valoración de puestos de trabajo, retribuciones, incentivos, etc., inciden de una u otra manera en la organización de la producción.

Será por lo tanto necesario, y en la medida de lo posible, **tener en cuenta en la política de personal de la empresa los factores que inciden en la organización del proceso productivo.**

- **Aprovisionamientos y logística de almacenes.**

En determinados sectores, y según las características y tamaño de la empresa, la función de aprovisionamiento y gestión de almacenes está incluida en la función de producción.

Otra variante en la estructura organizativa de la empresa, dependiendo siempre de las características de cada caso, puede ser el que la gestión de stocks y almacenamiento esté integrada en el área de producción, y las compras dependan de otra área, tal como comercial o financiera.

Sea cual fuere la relación estructural entre producción, almacenes y compras, la coordinación, y sobre todo información mutua y constante, se hace imprescindible.

1.8. Índices de productividad.

El objetivo principal de toda empresa u organización es alcanzar y sostener una adecuada rentabilidad, con el fin de alcanzar sus objetivos y sobrevivir en un ámbito cada vez más competitivo.

Los índices de productividad relacionan:

- Lo que se produce (outputs).
- Lo que se utiliza para producir (inputs).

Estos índices han de identificar los aspectos de la empresa que influyen en la rentabilidad obtenida y que ofrecen una posibilidad de mejora.

Los indicadores han de orientarse a:

- Medir la ejecución.
- Diagnosticar la situación actual.
- Proyectar el pasado hacia el futuro.

Deben informar sobre las repercusiones sobre la rentabilidad que tengan:

- Lo que se produce.
- Lo que se utiliza para producir (recursos).
- Cómo se produce.
- El comportamiento del mercado.

No existen indicadores universales, debido a que cada empresa presenta problemas específicos, influyendo también el momento en que se utilizan. Sin embargo, para elegir el índice que nos sea más útil tendremos que:

- Definir unos ratios claves que marquen el éxito de una empresa.
- Emplear el número menor de indicadores posible (principio de eficiencia).
- Contrastar el valor de la información que aporta el indicador con el costo de obtención y utilización.

Dentro de los tipos de indicadores podemos destacar:

1. La función de producción.

Indica cómo se realiza el proceso de transformación de entradas en salidas del sistema. Consiste básicamente en un análisis de las relaciones entre los factores y los productos.

Representando la producción en un período de tiempo determinado como Q y los n factores empleados como x_1, x_2, \dots, x_n , la función de producción se puede expresar de la siguiente forma.

Entre los muchos factores que influyen en la producción podemos nombrar: el capital o disponibilidades financieras, la mano de obra, los bienes de equipo, las materias primas y productos semielaborados, energía, etc.

Existen otros factores que inciden de forma indirecta sobre la producción, como son: depreciación o pérdida de valor de los bienes y servicios con el paso del tiempo, el progreso tecnológico, su utilización, etc.

Los recursos se obtienen de una serie de fuentes como son los directivos, trabajadores, proveedores, etc. Por otro lado los productos hacen referencia a los bienes y servicios obtenidos por el proceso productivo mediante una combinación dada de recursos.



En consecuencia cada empresa tiene una determinada función de producción basada en tres principios básicos.

- La elección y control de entradas.
- El diseño y control del proceso (análisis de su rendimiento y productividad).
- El estudio de la producción obtenida con relación a temas de calidad, utilidad y envejecimiento económico de los productos (obsolescencia).

La función es un elemento matemático abstracto que puede presentar dificultades a la hora de su comprensión, por lo que resulta más útil y fácil de entender el empleo de curvas de producción, las cuales relacionan gráficamente la relación de productos con factores.

Este tipo de curva tiene el inconveniente que sólo se puede utilizar para un factor, es decir, para casos muy sencillos, debido a la imposibilidad de representar en tres dimensiones.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de estos tipos de curva.

En dicha curva observamos que la producción aumenta lentamente al principio, rápidamente después y de nuevo lentamente hasta alcanzar un máximo y comenzar a descender.

Esto es debido a que al aumentar algunos factores en relación con otros causará un incremento de producción, pero a partir de cierto momento, la producción adicional resultante de incrementar unas cantidades iguales de factores será cada vez menor, siendo esta disminución del rendimiento una consecuencia de que las nuevas dosis de los medios de producción tienen cada vez menos medios con los que trabajar.

Esta fase de la evolución en el tiempo se refleja claramente al tratar la curva de productividad marginal.

En cuanto al indicador de la productividad empleado, se expresa como el cociente entre:

$$\frac{\text{Lo que se produce}}{\text{Lo que se emplea para producir}} = \frac{\text{Producción}}{\text{Recursos}} = \frac{\text{Outputs}}{\text{Inputs}}$$

De esta manera, el aumento de la productividad se puede conseguir tanto con un incremento del numerador como con un descenso de denominador.

2. La productividad marginal.

La productividad marginal de un factor de producción se define como la cantidad adicional de producto que puede ser obtenida con el empleo de una unidad adicional de factor, siendo constantes todos los demás factores.

Dicha relación se expresa mediante la siguiente relación analítica:

$$\frac{\text{Incremento de producción}}{\text{Incremento de factor}} = \frac{\Delta Q}{\Delta F}$$

Esta productividad marginal disminuye a medida que se agregan cantidades de factor.

3. La productividad promedio.

La productividad promedio es el cociente entre lo producido y uno de los recursos utilizados

Existen dos leyes económicas que relacionan la producción con la productividad media y marginal.

La **ley de los rendimientos marginales decrecientes** explica que cuando se eleva la cantidad de un factor o recurso, manteniéndose los demás constantes, se alcanzará un punto a partir del cual, con cada unidad adicional de factor, la producción total aumentará a una tasa decreciente. Es decir, el rendimiento decreciente corresponde a una productividad marginal decreciente.

La **ley de las proporciones variables** señala que al mantenerse constante uno o más factores, aumentos proporcionales de todos los demás llevarán a un aumento de la producción cada vez menor.

Estas dos leyes se refieren a los procesos ocurridos a corto plazo, donde todos los factores son fijos.

Sin embargo a largo plazo todos los factores pueden ser variables, introduciéndose aquí el concepto de **rendimientos de escala**, los cuales hacen referencia a variaciones de la producción ante alteraciones proporcionales de todos los factores.

- Si se alteran todos los factores proporcionalmente y la producción varía en la misma proporción, estamos ante **rendimientos de escala constantes**.
- Si se modifican todos los factores proporcionalmente y la producción varía en proporción menor, estamos ante **rendimientos de escala decrecientes**.
- Si al modificar los factores proporcionalmente obtenemos variaciones mayores de la producción estamos ante **rendimientos de escala crecientes**.

En general los rendimientos de escala deberían ser constantes, ya que cuando todos los factores son homogéneos y se alteran proporcionalmente, equivale a una variación en la misma medida de la producción. Sin embargo esto sólo será cierto si las actividades productivas son independientes en el sentido de que la variación de un nivel de un factor no altera la eficacia con que se puede utilizar otro.

A medida que una empresa aumenta el número de actividades relacionadas con la producción, también aumenta la complejidad de la planificación y coordinación de la producción, por lo que las variaciones de la cantidad de factores utilizados podrían afectar a su calidad y disminuir el rendimiento.

Las economías de escala derivadas de la actividad productiva ponen de manifiesto problemas de sobrecapacidad, resueltos con plantas industriales de menor tamaño y mayor flexibilidad para adaptarse a posibles cambios, produciéndose un efecto de sinergia positiva, entendiéndose por ello la cooperación entre personas u organizaciones para realizar funciones de forma más efectiva que si se mantuviesen independientes.

4. Relación de las curvas de producto total, productividad media y producto marginal.

En la siguiente figura se muestran las curvas de productividad marginal y producción total media.

La curva de productividad marginal comienza aumentando al aumentar una unidad más de factor, alcanzando un máximo y empezando después a descender.

Esto ocurre no porque ese último factor introducido sea menos eficiente, sino porque la tasa de producción disminuye por los cambios en las proporciones entre los factores fijos y variables.

Se observa como la productividad media sigue aumentando todavía cierto tiempo cuando la productividad marginal ha comenzado a disminuir, lo cual ocurre por si el último factor incrementa la producción total, la productividad media aumenta aún cuando la marginal sea mayor, menor o igual que la del último factor considerado. Es decir, si la producción marginal del último factor es mayor que la producción media de sus precedentes, la producción media sigue aumentando.

La curva de la producción marginal corta a la de la producción media en su punto máximo, ya que cuando la producción marginal es menor que la media, ésta disminuye.

Como definíamos con la ley de los rendimientos marginales decrecientes, se puede afirmar que, dado un estado de tecnología, el incremento de un factor variable de producción (trabajo, capital, etc.) manteniendo constantes los demás factores, producirá rendimientos marginales crecientes por unidad de incremento de factor variable hasta que se alcance un punto más allá del cual los nuevos incrementos del factor variable producirán rendimientos marginales decrecientes por cada unidad de incremento del factor variable.

Esta relación se representa en las curvas denominadas **isocuantas**, que representan puntos donde se produce la misma cantidad con diferentes cantidades de factores. En la siguiente figura se muestran dichas curvas.

Como se observa en la figura, las curvas isocuantas deben tener una pendiente negativa (decrece de izquierda a derecha) para resultar económicamente interesantes, es decir, se debe dar la sustitución propia de los factores (incrementos de uno deben dar disminuciones del otro, sin que la producción varíe)

Sin embargo las curvas isocuantas, debido a factores tecnológicos, presentan distintas formas distintas a las de pendiente negativa:

- **Pendiente (RMST) creciente.**

Esta curva con pendiente positiva significa que la empresa sólo puede optar por los vértices de la curva, si actúa de forma económicamente racional (con el objetivo básico de la maximización del beneficio).

En estos dos puntos extremos estaríamos en procesos de producción eficiente, entendiendo que un proceso eficiente es aquél que con una menor cantidad de factores obtiene una mayor cantidad de producto. Puntos intermedios no lo serían, ya que en los extremos estaríamos utilizando un solo factor.

- **RMST constante.**

En este caso la sustitución de los factores es constante y no influiría el elemento tecnológico, ya que los factores se sustituyen perfectamente entre sí.

- **RMST nula.**

La pendiente nula carece de importancia económica, ya que con ella la empresa carece de toda posibilidad de elección.

- **RMST decreciente.**

Cuando hablamos de pendientes decrecientes, queremos decir que a medida que sustituimos un factor (hombres por máquinas o viceversa) por cada factor adicional, la cantidad de producción que resulta de ello es cada vez menor, ya que es más difícil realizar la sustitución entre factores.

5. Productividad bruta o neta.

El concepto de productividad bruta o neta parte de introducir o no los bienes intermedios dentro de las salidas.

La **productividad bruta** es el cociente entre el valor de los outputs (incluido el valor de todos los recursos) y los inputs.

En la **productividad neta** (también denominada **valor añadido**) no se considera el valor de la materia prima y productos semielaborados de la empresa, dejando en consideración el valor añadido de los recursos a los productos que la empresa agrega para obtener los productos finales. No se trata de una productividad parcial, ya que eliminamos tanto del numerador como del denominador el valor de materias primas y productos semielaborados, relacionando de esta manera parte de los outputs con parte de los inputs.

6. Productividad e ingreso.

La relación productividad – ingreso marginal de un factor es el incremento monetario proporcionado por la venta de una unidad más de producto, y es siempre igual a la productividad marginal física multiplicada por el ingreso marginal.

El empresario, para maximizar sus beneficios, necesita conocer cuál es la proporción correcta de factores de producción que debe utilizar, para lo cual ha de conocer la demanda de factores, la cual es una **demanda dependiente**, que se fundamenta en:

- La demanda del producto para el cual se va a utilizar el factor (por ejemplo, el incremento de la demanda de acero depende en parte de la demanda de automóviles).
- El precio del producto. Al incrementarse el precio del producto, parte de dicho incremento es debido al encarecimiento de los factores que influyen e intervienen en su elaboración.
- El precio relativo del factor. La cantidad de factor demandada puede variar debido al incremento o disminución del precio de los factores sustitutivos (si el precio del aluminio baja y el del acero aumenta, se tenderá a sustituir en los procesos productivos acero por aluminio).

Para determinar el nivel de equilibrio en la utilización de un factor consideramos que el equilibrio en el mercado de productos y factores se alcanza cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal; es decir, cuando el incremento del ingreso que supone vender una unidad más se iguala al coste de producir esa unidad.

7. Índice global de productividad.

Este indicador de producción se apoya en comparar la productividad de dos años consecutivos, midiendo la relación de la productividad de un año con la del anterior.

Por lo tanto lo que interesa es el comportamiento a lo largo del tiempo:

- midiendo cómo está variando la productividad,
- determinando posiciones relativas (la productividad de un año es válida, pero no suficiente),
- buscando tendencias.

1.9. Medición y mejora de la productividad.

1.9.1. Medición.

La productividad mide la eficiencia de un proceso productivo en términos físicos, basada en aspectos tecnológicos. Para medirla debemos establecer una serie de etapas:

a) Análisis inicial.

Elaborando un diagnóstico preliminar sobre la evolución de la empresa y previsiones futuras de actuación, lo que nos ayudará a determinar los objetivos a conseguir.

b) Estrategia de instalación.

La implantación eficaz de un sistema de análisis requiere:

- Elección de la estrategia a seguir.
- Estudio de las interrelaciones del sistema productivo y del capital humano.

c) Interpretación de los indicadores.

Debemos obtener una serie de índices de productividad con datos históricos y previsionales, tanto de la empresa como de los competidores y del sector en el que está inmersa dicha empresa.

d) Estudio de la empresa y del mercado.

El método a seguir establece tres fases:

- Obtención de las variables más significativas en la rentabilidad de la empresa.
- Clasificación según importancia cualitativa de las variables analizadas.
- Estudio individual de los aspectos más importantes, dentro de los cuales se puede destacar en la empresa: productos, objetivos y estrategias, sistemas de información y control, recursos humanos, toma de decisiones, rentabilidad, organización y métodos, costes, promoción y publicidad, financiación, proveedores, tecnología, infraestructuras, sistema de distribución, precios, clientes... mientras que en el entorno destacamos: competidores actuales y potenciales, proveedores actuales y potenciales, compradores actuales y potenciales, I+D, financiación externa, mercado de trabajo, situación política y social, evolución de la economía, situación de la administración pública...

e) Análisis de la empresa y el mercado.

A partir de aquí estamos en disposición de realizar una matriz DAFO o análisis de las fuerzas y debilidades de la empresa, y oportunidades y amenazas del entorno.

f) Identificación de las áreas de mejoras y modificaciones a introducir.

En esta etapa concretamos los aspectos a modificar y las distintas alternativas existentes para transformar las fuerzas internas de la empresa en mayor rentabilidad, protegiéndonos de los efectos negativos de las amenazas del entorno sobre la rentabilidad.

g) Concretar planes de acción.

Las modificaciones introducidas se traducirán en uno o varios planes de acción, los cuales son proyectos para la implantación de las medidas en busca de una mejora de la rentabilidad.

Los planes se confeccionan a partir de propuestas de acción y a partir de ahí, cuidando la programación y la ejecución, de forma que las acciones logren los objetivos previstos.

Los aspectos a tener en cuenta son:

- Relación eficacia/coste.
- Viabilidad.
- Riesgo que el cambio supone.

h) aprobación del plan de acción.

Es una de las etapas más importantes, ya que la toma de decisiones provoca cambios cualitativos y cuantitativos:

- Las actitudes (comportamientos) y aptitudes (capacidades) personales.
- La estructura de poder.
- Los sistemas de control.
- La evaluación de competencias.

Por otro lado también se generan incertidumbres en la propia eficacia del programa y su posible asimilación.

i) Instalación del plan de acción.

Adoptada la decisión se ha de proceder a ejecutar las mejoras contenidas en el plan.

j) Control y seguimiento del proceso y evaluación de resultados.

Por último hay que comparar los resultados obtenidos con los objetivos, y valorar el control cualitativo de las mejoras instaladas

La mejora ha de medirse respecto al tiempo, debiendo considerar las evoluciones futuras tanto de nuestra empresa como del sector, así como la marcha de la economía en general.

1.9.2. Mejora de la productividad.

Algunas formas de mejorar la productividad son:

- Aumentando la producción, manteniendo constante el empleo de factores productivos.
- Aumentando la producción disminuyendo el empleo de factores.
- Aumentando la producción, aumentando en menor medida el empleo de factores.
- Permaneciendo constante la producción, disminuyendo el empleo de factores.
- Disminuyendo la producción pero haciéndolo en mayor medida el empleo de factores.
- Mejorar la calidad de la producción, manteniendo los factores o combinando esta situación con una baja o mejora de la producción.

1. Mejora de la productividad a corto plazo.

La mejora de la productividad a corto plazo se basa en considerar que las condiciones estructurales (tamaño de la planta, grado de capitalización, nivel de inversión) son constantes, lo cual significa que existen costes fijos.

De esta manera para mejorar la productividad a corto plazo se han de tomar medidas que opten por el aprovechamiento de los recursos disponibles, sin entrar en cambios estructurales.

Algunas de estas medidas podrían ser:

- Estudio de los métodos de trabajo.
- Estudio y reducción de los tiempos de trabajo.
- Mejora de la estructura organizativa.
- Estudio del clima laboral y mejora de la motivación del personal.
- Énfasis en la calidad a todos los niveles.

2. Mejora de la productividad a medio plazo.

Una de las formas de mejorar a medio plazo viene dada por la **tipificación** de los productos que fabrica y por la **estandarización** o normalización de los procesos y componentes empleados en la fabricación.

Tipificar o unificar significa reducir la variedad de tamaños, prestaciones, calidades, etc., lo cual presenta las siguientes ventajas:

- Supone una menor diversidad de productos y simplifica la ordenación de la producción.
- Reduce la variedad, lo que implica series mayores de producción que hacen posible el aprovechamiento de las ventajas de la producción a escala.

Normalizar o estandarizar procesos se refiere a todas las actuaciones que se adoptan en el ámbito productivo:

- Reducción de la cantidad de tareas.
- Eliminar operaciones ineficientes o innecesarias.
- Estimular la comunicación y el conocimiento.
- Facilitar el control de actividades.

La estandarización se amplía a los componentes y materiales que forman el proceso productivo, de forma que también se reduce su variedad, permitiendo su adecuado control y su correcta utilización. Todo esto asienta las bases para la implantación de técnicas Just in Time o producción por pedidos y MRP (planificación de las necesidades de materiales).

La utilización conjunta de tipificación y estandarización ofrece las siguientes **ventajas**:

- Reducir costes de producción.
- Utilizar técnicas avanzadas.
- Incrementar la productividad de recursos humanos.
- Disminuir inventarios.
- Potenciar la calidad de los productos.

Sin embargo también existen **inconvenientes** al usar estos métodos:

- Los mercados deben ser poco exigentes ante la restricción que supone mantener poca variedad de productos.
- Las ventajas de la diferenciación de la empresa disminuyen si no nos diferenciamos vía marca, imagen, variedad de productos, pudiendo disminuir nuestras ventajas frente a la competencia.
- Tenemos que ponderar la relación reducción del coste/calidad, de forma que no disminuya esta última.

Otra posibilidad es la **segmentación de mercados**, es decir, considerar a qué estrato del público va dirigido el producto y si es posible utilizar los métodos anteriores para un determinado segmento del mercado, para una línea de productos, etc.

Una forma posible de conseguir este equilibrio se viene siguiendo por muchas empresas y consiste en presentar una amplia gama de productos, donde la variedad está más en el aspecto externo de los productos que en su propio proceso productivo, al mismo tiempo procuramos obtener recursos aplicables a todos los productos.

Como ejemplo podemos citar la industria del automóvil, la cual ofrece una amplia gama de modelos a nivel comercial, pero que desde el punto de vista productivo no presentan tantas diferencias.

Se trata de introducir en el mercado muchas versiones de pocos productos, que surgen como combinaciones de una serie de elementos (carrocerías, cilindradas, colores, acabados, accesorios...).

3. Mejora de la productividad a largo plazo.

La capitalización de una empresa es la relación capital/trabajo, la cual es la raíz del volumen de inversión relativo a las explotaciones de una empresa.

El grado de capitalización mide la proporción relativa en la que estos dos factores se emplean en el proceso productivo.

Cuando la relación capital/trabajo es elevada, se emplean en el proceso una cantidad mayor de factor fijo (maquinaria, instalaciones...) que de factor variable (mano de obra, materiales...). Por lo tanto se trataría de procesos muy mecanizados provistos de equipos muy especializados y automatizados, que requieren personal cualificado.

Sin embargo, cuando esa relación es baja es porque se emplean menos medios técnicos y más factor humano en el desarrollo del proceso productivo, hablando por lo tanto de procesos poco especializados.

Capitalizar la empresa es una medida a largo plazo de aumento de la productividad, ya que no existen factores fijos y se puede modificar la estructura industrial y productiva de la empresa.

Todo esto lleva un amplio período de tiempo en la empresa en la que se introducen modificaciones en la empresa.

Lo ideal es disponer en la empresa de las herramientas más perfectas y eficaces, aunque la modificación estructural a largo plazo presenta **inconvenientes**:

- Restricciones financieras; ya que son necesarias inversiones monetarias fuertes que a veces la empresa no puede asumir.
- Restricciones laborales; ya que invertir en activos fijos provocará alteraciones en la plantilla en el sentido de su reducción, lo cual ocasiona conflictos.

2. Planificación, programación y control.

2.1. Organización de la producción.

2.2. Planificación de la producción.

2.2.1. Capacidades de producción.

2.2.2. Cargas de trabajo.

2.2.3. Métodos de planificación de la producción.

2.3. Programación en la producción.

2.3.1. Métodos de programación temporal de proyectos.

2.4. Control de la producción.

2. Planificación, programación y control.

No existe una denominación claramente definida y universalmente admitida sobre los conceptos de planificación, programación, apalancamiento, etc. En la práctica empresarial las funciones que abarcan estos conceptos, el ámbito a las que están referidas, así como su nivel y su amplitud, dependen en cada caso de la estructura y organización de la empresa.

En lo que se refiere a producción puede considerarse como planificación, desde un planteamiento general del proceso productivo, incluyendo a todos los factores que intervienen en el mismo, hasta un planning concreto de cargas y distribución del trabajo para una sección determinada.

En cuanto al factor plazo o tiempo, en unos casos la planificación se refiere a las realizaciones a plazo medio y largo, en relación con las previsiones de ventas y económico-financieras, refiriéndose en otros casos, al hablar de planificación, a los trabajos a realizar a corto plazo o inmediato, teniendo en cuenta la situación de cargas y disponibilidades, en cada momento y en cada centro de trabajo.

Al existir una relación entre la amplitud, el nivel de detalle de la planificación y el mayor o menor plazo de la misma, en lo sucesivo, al referirnos a los conceptos de planificación y programación, lo haremos de acuerdo con los siguientes criterios:

- **Planificación.** Proyección, con la mayor anticipación posible y en función de las previsiones, de las futuras actividades, determinando y coordinando los medios necesarios para su realización.
- **Programación.** Previsión y coordinación de medios disponibles y trabajos a efectuar en cada centro de producción, grupo funcional homogéneo de máquinas o equipos, con el mayor grado de detalle posible, a muy corto plazo, teniendo en cuenta las condiciones de cada momento, con la finalidad de obtener el rendimiento óptimo en cada centro de producción, así como la de cumplir con los plazos y fechas determinados en la planificación previa.

Por lo tanto, la programación es el desarrollo concreto y detallado de las distintas etapas de la planificación, adaptándolas a las disponibilidades existentes, adaptando y cumpliendo las desviaciones que, por su propia naturaleza de amplitud y plazo, pueden producirse en la planificación.

La función de programación tiende a prever y a coordinar los factores de producción con la menor anticipación posible, así como con el máximo detalle, para obtener el rendimiento óptimo de cada centro de producción, al tener disponible, en el momento de su utilización, materiales, herramientas, útiles, planos, etc. necesarios para la ejecución del trabajo.

La programación ha de estar adaptada a la planificación previa, menos concreta en cuanto a la forma, lugar y momento de realizar el trabajo, pero buscando la anticipación máxima para obtener un planteamiento general del proceso productivo, a partir del cual efectuar las acciones necesarias sobre factores relacionados con la función de producción, tales como oficinas técnicas, compras, comercial, etc.

2.1. Organización de la producción.

Organizar es definir las estructuras, agrupar las actividades, determinar las relaciones y establecer los métodos necesarios para alcanzar los objetivos establecidos.

Al considerar los principios clásicos de la organización, los cuales nombramos a continuación:

- Prever,
- Organizar,
- Coordinar,
- Controlar.

Nos encontramos con que el segundo es tan fundamental que puede decirse que engloba a los restantes, ya que contiene todas las normas para cumplir correctamente con los otros principios.

Atendiendo a esta definición nos encontramos con que la organización no tiene sentido si no es para alcanzar unos objetivos, a los que habrá que adaptar las estructuras y los métodos.

La estructura es la ordenación racional de los medios, ya que éstos, ya sean humanos, materiales o económicos, si no están coordinados, relacionados y jerarquizados adecuadamente no proporcionan los resultados que de ellos pueden alcanzarse. Solamente si los medios están distribuidos racionalmente serán los necesarios y suficientes para alcanzar los objetivos previstos, evitando de esta forma la inflación de medios disponibles.

Al ser el método el procedimiento a seguir, partiendo de unas estructuras, para alcanzar unos objetivos determinados, se ve la relación existente entre los métodos y los medios de que se dispone. Unos mismos objetivos se pueden alcanzar disponiendo de diferentes configuraciones de medios, equipos más o menos automatizados, menor o mayor proporción de mano de obra, mayor o menor inversión de capital, etc., por lo que será necesario adaptar los procedimientos a las estructuras y medios existentes.

Para obtener el rendimiento óptimo de los recursos de todo tipo de que disponemos es necesario ordenarlos en forma racional, para lo cual nos habrán de servir como guía de actuación los principios fundamentales de organización.

- Fijación de objetivos.

Cada unidad de la empresa debe contribuir en alguna forma al logro de los objetivos generales, por lo que cada una debe tener unos objetivos parciales concretos para su contribución a la meta común.

- **Especialización.**

Determinando, las actividades necesarias para alcanzar los objetivos, se agruparán estas actividades en unidades de características homogéneas.

- **Unidad de dirección.**

Todas las funciones que tengan un objetivo común deberán ser agrupadas bajo una sola responsabilidad.

- **Unidad de mando.**

Cada persona deberá tener un solo jefe, del que recibirá órdenes, y ante el que será responsable de su actuación.

- **Jerarquización.**

Deberá establecerse de forma concreta las relaciones y dependencias de las personas, así como sus atribuciones y responsabilidades.

- **Equilibrio.**

La importancia de cada actividad deberá ser objetiva y no estar influenciada por circunstancias, como un mayor conocimiento de la especialidad, preferencias, etc.

- **Información.**

Establecer el sistema de información que debe producirse, fuentes de información, tipos de información, niveles de información, emisores y receptores.

En el caso concreto de la producción el éxito de su funcionamiento depende, en una proporción muy importante, de la estructura organizativa de todas las personas y actividades que constituyen la función producción, así como de la situación estructural de esta función en la empresa, y sus relaciones con las restantes funciones.

2.2. Planificación de la producción.

Al planificar un proceso productivo cualquiera será necesario **determinar** en forma concreta:

- **La cantidad que se va a producir.** En determinados casos será necesario añadir al volumen de trabajo derivado de los pedidos existentes una previsión de pedidos futuros o repetidos.
- **Información necesaria en cuanto a calidad, terminación, materiales a emplear,** cte., que pueden determinar las máquinas y equipos necesarios para la realización del trabajo.
- **Equipo y personal necesario,** es decir, los tipos y capacidades de producción necesarios, en cada una de las fases del proceso productivo.
- **Capacidades disponibles y su reparto en el tiempo** de cada uno de los centros o grupos de producción.
- **Proceso de trabajo de cada producto,** de cada uno de sus componentes, y las operaciones secundarias. En muchos casos es de la mayor utilidad, con el fin de

adaptar el proceso de producción a las disponibilidades de máquinas y equipo en cada momento, diferenciar las exigencias técnicas rígidas en cuanto a terminación, tolerancias, mecanización etc., de las que admiten cierta variación, especificando los límites de ésta.

Al efectuar la planificación de un nuevo proceso de producción, integrándolo en la empresa dentro de otros procesos que en ésta se puedan estar realizando, ya que, en consecuencia, ocupan capacidades de los factores de producción, puede darse la circunstancia de que las capacidades disponibles, es decir, las no ocupadas por los procesos de producción en curso, no sean suficientes en algunas de las fases del proceso que se planifica para la carga que éste requiere, en cuyo caso será necesario:

- Reconsiderar la planificación del proceso en cantidades, plazos, etc.
- Reconsiderar la planificación y programación de los procesos en curso.
- Adquirir o subcontratar nueva capacidad productiva.

Las decisiones entre cada una de las distintas opciones corresponden a la dirección, al incidir factores económicos, de oportunidad, comerciales, etc.

La coordinación de la planificación de los distintos procesos productivos, obras o programas de producción constituye el **plan general de producción**, que puede establecerse en dos niveles:

- **A nivel fases principales y plazos generales de los distintos procesos.** Normalmente, en este nivel únicamente se consideran los centros de producción que determinan los plazos. Se establecen las cargas necesarias medias, y ofrece un panorama general del exceso o defecto de capacidad productiva para la realización de las distintas obras o programas de fabricación.
- **A nivel fases secundarias o subfases, que abarca a todos los centros de** cada uno de sus centros y secciones de trabajo. En este nivel se determinan plazos intermedios y se concretan las cargas necesarias, así como los excesos y las ausencias de carga en cada centro de producción.

En general, los distintos sistemas de planificación, que ofrecen variantes en cuanto a documentos utilizados, gráficos, planning, etc., se fundamentan en:

- Los condicionamientos y ordenación de las distintas fases del proceso de producción. Hay fases que para su comienzo es necesaria la terminación de una o más de las otras fases, mientras que otras fases pueden realizarse con independencia de las restantes. Por otra parte, determinadas fases del proceso que requieren una determinada carga pueden realizarse en mayor o menor plazo, en función de los medios que intervengan, habiendo otras cuya carga determina un tiempo sin posibilidad de reducción por aplicación de más medios.
- Sistemas o tarifas de valoración, para la evaluación de las cargas necesarias en cada una de las diferentes fases o subfases del proceso de producción, mediante las que se obtienen las horas-máquina, horas-hombre, etc., necesarias, en función de variables técnicas conocidas.
- Distribución de las cargas, en el tiempo, mediante curvas de carga-tiempo, al ser necesario conocer, además de las cargas necesarias en las distintas fases o subfases del proceso, la distribución de estas cargas en el tiempo para cada sección o centro de trabajo.

- Capacidades de producción de los distintos centros productivos, con las capacidades totales, las capacidades ocupadas, y, por diferencia, las capacidades libres. El conocimiento de estas capacidades debe estar constantemente actualizado, recogiendo en el cuadro de situaciones las variaciones de las capacidades, tanto totales, por posibles aumentos o disminuciones, de medios, máquinas nuevas, turnos complementarios, disminución de jornadas, máquinas fuera de servicio, etc., como ocupadas, por comienzo o terminación de trabajos. A partir del conocimiento de estos datos se obtienen:
 - Gráficos de situación de cargas en función del tiempo, y, por diferencia a la capacidad de producción, la capacidad disponible.
 - Gráficos lineales de planificación, en los que se representan a escalas determinadas los hechos previstos, y en las que se representarán también, posteriormente, las realizaciones, en forma que se pueda efectuar la constatación en todo momento de la cumplimentación de la planificación mediante la comparación entre la previsión y la realización.

Puesto que la planificación consiste en adecuar las cargas de trabajo que se derivan del proceso de fabricación en cada fase y en cada centro de trabajo a las disponibilidades de capacidades libres en cada uno de estos centros, adaptándose a las cumplimentaciones de los plazos mínimos necesarios, y a las condicionantes de las secuencias determinadas por el proceso, el problema fundamental en las representaciones gráficas es la existencia de tres variables:

- Capacidades de producción.
- Cargas necesarias.
- Tiempo.

La solución adoptada más generalmente en los distintos sistemas prácticos de planificación es representar en un eje del sistema de coordenadas, el tiempo; y en el otro eje los centros o medios de producción, utilizándose diferentes procedimientos para representar las capacidades, cargas, previsiones y realizaciones.

2.2.1. Capacidades de producción.

La **capacidad** de una unidad productiva de trabajo, entendiendo como unidad productiva el centro de trabajo, la sección, el grupo funcional homogéneo de máquinas, la máquina, etc., se define como el volumen de trabajo que puede producir en un tiempo dado.

Será necesario, a efectos de un conocimiento concreto de la capacidad productiva, y para su utilización práctica al planificar y programar la producción, diferenciar los siguientes conceptos de capacidad:

- **Capacidad teórica**, como número de horas de trabajo que se pueden realizar en un determinado período de tiempo. Esta capacidad teórica será función de la jornada de trabajo establecida, y por lo tanto podrá incrementarse en la medida en que sea posible la implantación de más turnos, realización de horas extraordinarias, etc. También quedará determinada en función de una cierta actividad, que denominaremos actividad normal en el caso en que, por las características del trabajo, el rendimiento, tanto de máquinas como de hombres, puede variar existiendo sistemas de motivación o de incentivos.

- **Capacidad práctica**, al ser imposible alcanzar siempre la capacidad teórica por diversas circunstancias, que dependerán de las características de cada empresa y del tipo de producción, siendo en general las más frecuentes: paradas para el entretenimiento o conservación, averías, reparaciones, montaje y desmontaje de dispositivos y útiles, esperas por aprovisionamiento de materiales, etc.

Esta capacidad de producción es siempre menor que la teórica; para determinarla habrán de tenerse en cuenta la serie de factores que hacen disminuir la capacidad teórica. La capacidad práctica de producción será la que deberá utilizarse en la planificación.

Algunos de los factores que hacen la capacidad práctica menor que la teórica son intrínsecos al propio proceso de producción o al funcionamiento adecuado de los equipos, por lo que son inevitables en una dimensión mínima óptima. Otros factores pueden derivarse de la falta de coordinación, por lo que deberán eliminarse.

El grado de utilización productiva de los medios de que dispone la empresa será la relación entre la capacidad práctica y la capacidad teórica.

La capacidad práctica se calculará a partir de la capacidad teórica mediante datos históricos y técnicos registrados y calculados, aplicando a cada unidad de producción el correspondiente coeficiente de reducción. Esta capacidad calculada podrá incrementarse mediante la obtención de rendimientos mayores, tanto en el conjunto de máquinas y equipos como en la mano de obra, por la aplicación racional de acciones organizativas, como pueden ser:

- Estudios de tiempos y mejoras de métodos.
- Incentivos al rendimiento.
- Entretenimiento preventivo.
- Aprovisionamiento de materiales, etc.

Al intervenir en el proceso de producción diferentes talleres, secciones, grupos homogéneos de máquinas, equipos, etc., habrá de tenderse a alcanzar un equilibrio entre las capacidades prácticas de producción de los diferentes centros y puestos de trabajo.

2.2.2. Cargas de trabajo.

Puede definirse la **carga** como la asignación de una cantidad de trabajo a un medio de producción. Para la realización de un trabajo determinado se determinarán las cantidades de trabajo, medido en las unidades adecuadas, que cada medio de producción debe realizar. Al ser los medios de producción, máquinas y operarios, las unidades de estos medios, a efectos de asignación de cargas de trabajo, serán puestos de trabajo o grupos homogéneos de puestos de trabajo.

La función previa de asignación de cargas o determinación de las cargas necesarias en cada puesto o grupo de puestos de trabajo de los diferentes centros de producción que intervienen en el proceso de fabricación, y cuya suma es el total de cargas necesarias para la realización del trabajo, no especifica cuándo ni en qué orden debe realizarse el trabajo, correspondiendo estas funciones a planificación o programación, según el nivel de concreción o detalle.

Las unidades a utilizar para la determinación de cargas son finalmente horas-máquina y horas-hombre. Estas unidades se determinarán siempre a partir de las unidades físicas de cada tipo de proceso de producción, número de piezas, toneladas, metros de construcción,

mecanización, etc., mediante el estudio del proceso, del que obtendrán las unidades físicas y el conocimiento de las capacidades de producción o rendimientos de los medios de producción en las unidades correspondientes.

En cualquier momento las cargas de trabajo existentes, tanto en el ámbito de empresa en su conjunto como para cada uno de los puestos de trabajo de los diferentes centros de producción, pueden clasificarse de la forma siguiente:

- Carga derivada de trabajos comenzados, que pueden subdividirse en:
 - En ejecución normal.
 - Retrasados.
- Carga derivada de trabajos programados, y que todavía no han sido comenzados:
 - Programados, para su lanzamiento en el momento correspondiente.
 - Bloqueados, los que estando programados y preparados para lanzar no ha sido posible comenzarlos por determinadas circunstancias.

Por otra parte habrá que tener en cuenta las cargas correspondientes a trabajos aún no programados, en los que todavía no han sido determinadas las unidades de cargas asignadas a cada medio de producción, ni el momento de comienzo del trabajo.

Para la adecuada coordinación de los distintos factores que intervienen en todo proceso será necesario conocer, en forma cuantitativa, las situaciones de las cargas respecto a la capacidad de producción disponible.

La contabilización de las cargas se efectuará de acuerdo con el sistema adoptado para determinar las capacidades, es decir, según la determinación de grupos funcionales homogéneos de producción establecida. En cada caso particular se efectuará la clasificación de las máquinas, medios y equipos que intervienen en el proceso productivo, en forma tal que sea suficientemente eficaz en cuanto a las necesidades de planificación y coordinación.

El sistema práctico operativo, y grado de detalle del control de capacidades y cargas, dependerá de las necesidades de cada empresa, dependiendo del tipo de actividad y volumen de producción. Las distintas variantes generalmente utilizadas pueden resumirse en dos:

Sistema de fichas. Para cada grupo funcional homogéneo se establecerá una ficha, en la que constarán las cargas programadas para cada período, obteniéndose por acumulación la carga programada total. En estas fichas se registrará la terminación de cada trabajo, disponiéndose así del conocimiento, en cada momento, de la situación de cargas, en cuanto a: disponible, programada para lanzamiento, bloqueada, etc.

Sistema de planning. Variante dinámica del anterior, representando cada línea un grupo funcional homogéneo, abarcando la longitud de ésta el plazo total de previsión. Con diferentes colores se representarán para cada período la situación de las cargas, programada, bloqueada, disponible, etc., modificándose en cada momento en función de las realizadas.

Cualquiera de estos dos sistemas, descritos en sus grandes líneas, pueden adoptar diversas formas y grados de detalle en su aplicación, así como la utilización conjunta de fichas y planning, que reúne las ventajas de conservar registrada la información y la movilidad y visión rápida de la situación.

2.2.3. Métodos de planificación de la producción.

La programación de la producción pretende seleccionar un programa que asigne correctamente los recursos disponibles a los procesos productivos más convenientes, y obtener un volumen de producción que haga factible los objetivos planteados.

Para ello existen una serie de modelos que por su operatividad y fácil tratamiento en ordenador permiten resolver con cierta sencillez los problemas de planificación y control de la producción.

En todo proceso de optimización el objetivo es conseguir el valor máximo o mínimo de una función. En el subsistema de producción se pueden establecer de las siguientes maneras:

- Minimizar la función de coste.
- Maximizar el volumen de producción para unos recursos limitados.
- Determinar el volumen de producción que maximiza el beneficio.

Según el análisis matemático, en un punto en el cual la función alcanza un máximo o un mínimo (punto de inflexión) la primera derivada de dicha función ha de anularse. Para comprobar si ese punto es un máximo o un mínimo se ha de recurrir a la segunda derivada de la función. Si ésta es negativa estaremos hablando de un punto máximo, mientras que si es positiva hablaremos de un mínimo.

La función de ingresos (I) de la empresa viene dada por:

$$I = P \cdot Q = \text{Precio} \cdot \text{Cantidad}$$

mientras que los costes totales son función de la cantidad producida:

$$C_t = C(Q)$$

El beneficio será la diferencia entre ingresos y costes:

$$B = I - C_t = P \cdot Q - C(Q)$$

donde el beneficio máximo se alcanzará para aquella cantidad Q que anule la primera derivada de la función:

$$\frac{\partial B}{\partial Q} = P - C'(Q) = 0$$

lo cual se produce cuando el ingreso marginal es igual al coste marginal, punto en el cual además se cumple que la segunda derivada es negativa, luego se trata de un máximo de la función beneficio.

Sin embargo se ha de tener en cuenta que en el ámbito empresarial el problema de la optimización se encuentra siempre sometido a restricciones que no permiten el desarrollo simple de la decisión. Es decir, la empresa ha de lograr un óptimo que cumpla con todas y cada una de las restricciones impuestas por el entorno socioeconómico al cual se encuentran sometidas todas sus decisiones.

De esta manera la empresa está ante un problema de **óptimos condicionados**, campo dentro del cual existen diferentes técnicas de optimización, entre las cuales destacan:

- **Multiplicadores de Lagrange.**

La principal función del multiplicador es optimizar las variables en la que se incluyen las restricciones junto a la función objetivo (maximizar/minimizar), donde habrá de determinarse el máximo de una función f de n variables, sometida a un número de restricciones m .

De esta manera habrá que buscar los valores que maximicen la función objetivo Y :

$$\text{Maximo } Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

cumpliendo las restricciones:

$$r_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1$$

$$r_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_2$$

$$r_3(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_3$$

...

$$r_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_m$$

Sin embargo, al introducir una variable adicional h por cada ecuación de restricción, tendremos la siguiente función combinada:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; h_1, h_2, \dots, h_m) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - \sum [h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) - c_i]$$

De aquí se obtendrá un óptimo al calcular las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial x_g} = 0 \quad (g = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m)$$

Los valores tomados para las distintas h tienen una importancia económica, ya que muestran el efecto marginal de la función objetivo al presentarse un cambio en las c_i en cada unidad.

La limitación de este método es que las restricciones se presentan en forma de igualdades, lo cual es una premisa poco operativa en la economía, ya que lo habitual es que las restricciones en la realidad se presenten en forma de desigualdades, condiciones a las que han de amoldarse la mayoría de las decisiones empresariales.

Así, por ejemplo, se puede analizar que para minimizar los costes de producción no es necesario utilizar toda la capacidad productiva disponible.

- **Método lineal de programación de la producción.**

La forma más general de solucionar problemas de optimización condicionada es a través de modelos de programación matemática, dentro de los cuales está la programación lineal.

Con las relaciones lineales se entiende que cuando se incrementa el volumen de producción, se aumentan linealmente los ingresos, costes y beneficios.

Se asume, por tanto, que la función de producción es homogénea y que los rendimientos de escala son constantes. También se asume que la función de costes totales es lineal y los precios de los factores son constantes.

La programación lineal parte de tres supuestos básicos:

- Las oportunidades de la unidad económica se definen por los recursos y procesos productivos disponibles. Las cantidades de los recursos y procesos son finitas.
- El consumo de factores y la obtención de productos es proporcional al nivel de empleo del proceso.
- Es posible la combinación de varios procesos de producción mediante el adecuado suministro de factores.

• Método del Simplex.

En el momento en el que las dimensiones de un problema alcanzan unos valores considerables, es decir, con un número alto de variables y restricciones, se han de emplear técnicas algebraicas que den solución a los problemas de programación lineal, empleando el método 'simplex', ya que, como es obvio, sería demasiado complicado resolver ese tipo de problemas por el método tradicional.

En este tipo de problemas partimos de una función objetivo Z que se pretende maximizar o minimizar:

$$Z = \sum c_j \cdot x_j \begin{cases} c_j \rightarrow \text{rendimiento del elemento } j \\ x_j \rightarrow \text{nivel o volumen del elemento } j \text{ (valor a determinar)} \end{cases}$$

A esta función se le imponen una serie de restricciones de varios tipos: técnicas, humanas/laborales, financieras, etc. Dichas restricciones se pueden mostrar como igualdades (=) o desigualdades (\geq , \leq).

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &\leq A_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{212} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n &\geq A_2 \\ &\dots\dots\dots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n &= A_n \end{aligned}$$

Una restricción obligatoria es que las variables x_i no pueden ser negativas ($x_i \geq 0$).

Estas restricciones nos forman mediante los coeficientes a_{ij} la denominada **matriz tecnológica**:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

De esta matriz se obtienen los **vectores procesos** P_j , los cuales indican el conjunto de aspectos que afectan a cada una de las variables a determinar. Existen n vectores proceso (al existir n productos, n posibles inversiones...).

$$P_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix} \rightarrow j = 1, 2, \dots, n$$

El **vector de existencias** P_0 viene dado por los términos independientes de las restricciones.

$$P_0 = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{pmatrix}$$

El primer paso para resolver el algoritmo del simplex es convertir las desigualdades en igualdades. Para ello, a cada restricción definida por una desigualdad se le introduce una **variable de holgura** X_i^H que se colocará sumando si hablamos de una desigualdad tipo menor o igual (\leq) o restando si hablamos de una desigualdad mayor o igual (\geq). De este modo cada restricción recibirá su variable de holgura, excepto aquellas restricciones que vengan definidas por una igualdad.

Estas nuevas variables hacen que la función quede de la siguiente manera:

$$Z = \sum (c_j \cdot x_j) + \sum 0 \cdot x_i^H$$

Es decir, los rendimientos directos o coeficientes de las variables de holgura introducidas se consideran nulos, salvo indicación contraria.

El conjunto de variables de holgura introducidos conforma los denominados vectores proceso de holgura P_i^H :

$$P_1^H = \begin{pmatrix} x_1^H \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \dots P_2^H = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2^H \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow P_n^H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ x_n^H \end{pmatrix}$$

A partir de estos datos se forma el denominado programa base (o primera tabla del simplex).

Los procesos que entran a formar parte del programa base serán aquellos cuyos vectores sean unitarios y canónicos respecto de la dimensión del espacio vectorial considerado.

Los procesos de holgura son vectores unitarios, pero no necesariamente canónicos, ya que puede haber holguras negativas (cuando la restricción sea mayor o igual).

$$P_1^H = \begin{pmatrix} \pm 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \dots P_2^H = \begin{pmatrix} 0 \\ \pm 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow P_n^H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \pm 1 \end{pmatrix}$$

Las restricciones a las que corresponda introducir la holgura restando (ruptura de la

canonicidad) se han de modificar introduciendo una *variable artificial* X_i^A de funcionalidad meramente matemática, y el coeficiente o rendimiento directo que se le asigna a esa variable artificial es M (un valor muy elevado), positivo si la función objetivo es de minimización y negativo si la función objetivo es de maximización.

A continuación mostramos un ejemplo de la introducción de estas variables de holgura y artificiales.

$$\begin{aligned} a_{21} \cdot x_1 + a_{212} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n &\geq A_2 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{212} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n - x_2^H &= A_2 \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \dots + a_{nn} \cdot x_n - x_2^H + x_2^A &= A_n \end{aligned}$$

Cada variable artificial genera su propio vector proceso artificial. En este caso dicho vector sería:

$$P_2^H = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

En el caso de restricciones expresadas mediante igualdades se introducen variables artificiales en las condiciones anteriormente señaladas, para conseguir una base de vectores unitarios y canónicos.

Para continuar con el desarrollo del método nos basaremos en el siguiente problema ejemplo:

Una empresa fabrica 3 tipos de productos (X1, X2, X3), en cuyos procesos productivos intervienen 3 secciones: estampado, torneado y montaje (T1, T2, T3). Los tiempos (expresados en horas) utilizados por cada unidad de producto en cada uno de los talleres son:

	1	2	3
1			
2			
3			

La disponibilidad máxima en horas al mes de cada taller es:

- T1, estampado = 230 h.
- T2, torneado = 200 h.
- T3, montaje = 280 h.

Sabiendo que los beneficios unitarios de los productos son, respectivamente, 8, 9 y 13, se desea conocer el programa de fabricación de la empresa que permita maximizar el beneficio.

Del enunciado del problema obtenemos que la función beneficio a maximizar Z viene dada por:

$$Z = 8 \cdot x_1 + 9 \cdot x_2 + 13 \cdot x_3$$

Sometida a las siguientes restricciones temporales:

$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 \leq 230$$

$$2 \cdot x_1 + 6 \cdot x_3 \leq 200$$

$$4 \cdot x_1 + x_2 \leq 280$$

Además de estar sometido a las restricciones de no negatividad ya consabidas ($x_1, x_2, x_3 \geq 0$).

Como las restricciones temporales son desigualdades (menor o igual que), habrá que introducir las correspondientes variables de holgura.

$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + x_1^H \leq 230$$

$$2 \cdot x_1 + 6 \cdot x_3 + x_2^H \leq 200$$

$$4 \cdot x_1 + x_2 + x_3^H \leq 280$$

De estas restricciones obtenemos los vectores correspondientes:

- Vectores proceso.

$$P1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad P2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad P3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Vectores proceso de holgura.

$$P_1^H = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_2^H = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_3^H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Vector de existencias.

$$Po = \begin{pmatrix} 230 \\ 200 \\ 280 \end{pmatrix}$$

A partir de aquí formamos la primera tabla del simplex, que tendrá tantas columna como vectores proceso.

El cuerpo central tendrá tantas filas como restricciones presente el problema (sin incluir las de no negatividad) y se completa la tabla con las casillas como se ve en la siguiente figura.

En la parte central van por lo tanto los coeficientes de la matriz tecnológica (vectores proceso).

En la zona izquierda se sitúa inicialmente la base unitaria y canónica, formada en este caso por los vectores proceso de holgura, colocándose en la columna adyacente los rendimientos unitarios de esas variables de holgura.

En la zona derecha se sitúa el vector de existencias del proceso.

En la primera fila se sitúan los vectores procesos y en la columna inmediatamente por debajo se colocan los rendimientos directos (C_j) asociados a la cantidad X_j correspondiente (los costes directos de las variables de holgura son nulos mientras no se indique lo contrario).

En la parte baja de la tabla se sitúan los rendimientos indirectos Z_j , los cuales son el resultado del producto escalar del vector proceso correspondiente por el rendimiento directo de los vectores situados en la base izquierda. Bajo esta fila se sitúa la de los rendimientos marginales W_j , la cual es la diferencia entre los rendimientos directos e indirectos de cada columna.

	P_1	P_2	P_3	P_1^H	P_2^H	P_3^H	
C_j	8	9	13	0	0	0	P_0
P_1^H	0	2	2	4	1	0	230
P_2^H	0	2	0	6	0	1	200
P_3^H	0	4	1	0	0	1	280
Z_j	$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0$	$2 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0$	$4 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 0 \cdot 0$	$1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0$	$0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0$	$0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0$	
	0	0	0	0	0	0	
W_j	8	9	13	0	0	0	

Se observa como los vectores base de la izquierda son unitarios y canónicos. Además, los rendimientos marginales (W_j) de los procesos base siempre serán nulos.

Con esta primera tabla no hemos alcanzado el programa óptimo, ya que éste se obtiene, al estar hablando de un proceso de maximización, cuando los rendimientos marginales son nulos o negativos.

Para continuar desarrollando el problema, un proceso ha de salir de la base para dar entrada a otro en la misma. Este cambio en la base se produce de la siguiente manera:

Proceso que entra:

- el de rendimiento marginal más positivo (al estar tratando un problema de maximización), siendo P_3 en el ejemplo tratado.
- si hay más de un proceso con igual valor del rendimiento marginal, elegiremos de forma aleatoria uno de ellos.

Proceso que sale:

- sale el proceso al que corresponda el menor cociente de dividir los componentes del vector existencias entre los coeficientes del proceso entrante. En nuestro ejemplo:

$$\begin{cases} 230/4 = 57,5 \\ 200/6 = 33,33 \Rightarrow \text{sale } P_2^H \\ 280/0 = \infty \end{cases}$$

Para completar la siguiente tabla en el desarrollo del problema se han de tener en cuenta los siguientes consideraciones del cambio de base:

- **Pivote:** coeficiente situado en la intersección del vector que entra en la base con el vector que sale de la misma (en la tabla anterior a la que se pretende rellenar. Dicho coeficiente en nuestro ejemplo es igual a 1.
- **Semipivotes:** resto de coeficientes situados por encima y por debajo del pivote (4 y 0 en nuestro caso).

Los valores a situar en la fila entrante son sus homólogos de la tabla anterior divididos por el pivote.

En cuanto a los valores a situar en las filas que permanecen, son los correspondientes en la tabla anterior menos el producto del semipivote por el homólogo de la fila entrante en la tabla actual.

Se han de seguir cumpliendo que los vectores que formen parte de la base sean unitarios y canónicos y que sus rendimientos marginales sean nulos.

A continuación mostramos la segunda tabla siguiendo estas consideraciones.

		P₁	P₂	P₃	P₁^H	P₂^H	P₃^H	
		8	9	13	0	0	0	
P₁^H	0	$2-4 \cdot 2/6 = 4/6$	$2-4 \cdot 1 = 2$	$4-4 \cdot 1 = 0$	$1-4 \cdot 0 = 1$	$0-4 \cdot 1/6 = -4/6$	$0-4 \cdot 0 = 0$	$230-4 \cdot 200/6 = 580/6$
P₃	13	2/6	0	1	0	1/6	0	200/6
P₃^H	0	$4-0 \cdot 2/6 = 4$	$1-0 \cdot 0 = 1$	$0-0 \cdot 1 = 0$	$0-0 \cdot 0 = 0$	$0-0 \cdot 1/6 = 0$	$1-0 \cdot 0 = 1$	$280-0 \cdot 200/6 = 280$
		26/6	0	13	0	13/6	0	
		22/6	9	0	0	-13/6	0	

De nuevo no hemos alcanzado la solución óptima, ya que existen rendimientos marginales negativos.

Hemos de realizar un cambio en la base, entrando en este caso P₂, al tener el mayor rendimiento marginal.

En cuanto al proceso que sale:

$$\begin{cases} (580/6)/2 = 48,3 \Rightarrow \text{sale } P_1^H \\ (200/6)/0 = \infty \\ 280/1 = 280 \end{cases}$$

A continuación se crea las siguientes tablas siguiendo el método descrito, hasta que alcancemos la solución óptima.

		P₁	P₂	P₃	P₁^H	P₂^H	P₃^H	
		8	9	13	0	0	0	
P₂	9	2/6	1	0	1/2	-2/6	0	290/6
P₃	13	2/6	0	1	0	1/6	0	200/6
P₃^H	0	22/6	0	0	-1/2	2/6	1	2780/12
		22/3	9	13	9/2	-5/6	0	
		2/3	0	0	-9/2	5/6	0	

Hemos de realizar un cambio en la base, entrando en este caso P_2^H , al tener el mayor rendimiento marginal.

En cuanto al proceso que sale:

$$\begin{cases} (290/6)/(-2/6) \leq 0 \\ (200/6)/(1/6) = 200 \Rightarrow \text{sale } P_3 \\ (2780/12)/(2/6) = 695 \end{cases}$$

		P₁	P₂	P₃	P₁^H	P₂^H	P₃^H	
		8	9	13	0	0	0	
P₂	9	1	1	2	1/2	0	0	115
P₂^H	0	2	0	6	0	1	0	200
P₃^H	0	3	0	-3	-1/2	0	1	165
		9	9	18	9/2	0	0	
		-1	0	-5	-9/2	0	0	

Con esta distribución hemos llegado a la solución óptima, al ser todos los rendimientos marginales negativos o nulos. Además se verifica que los vectores proceso de la base son canónicos y unitarios y sus rendimientos marginales son nulos.

$$X_1=0, X_2=115, X_3=0, X_1^H=0, X_2^H=200, X_3^H=165$$

Interpretación de los resultados:

- El programa óptimo de la empresa viene dado por la base existente en esta última tabla, por lo tanto será aquél que sólo produzca el producto X2 a un nivel de 115 unidades físicas.
- En el taller de torneado quedarán inactivas 200 horas.
- En el taller de montaje quedan inactivas 165 horas (se utilizan 115).
- Los rendimientos marginales de las holguras que no se encuentran en el programa óptimo, cambiados de signo, expresan lo que estamos dispuestos a pagar como máximo por disponer de una unidad más de factor restringido. De esta forma estaríamos dispuestos a pagar $9/2$ unidades monetarias por una hora más de estampado (si la hora costara menos la compraríamos, si fuera superior no).
- No existen horas inactivas en el taller de torneado.

En el caso de que hubiéramos hablado de un problema de minimización, tendríamos en cuenta lo siguiente:

- El óptimo se alcanzará cuando todos los rendimientos marginales sean nulos o positivos.
- En cada cambio de base entra el proceso que presente el rendimiento marginal más negativo.
- En cuanto al proceso que sale se emplea el mismo proceso que en el caso de maximización.
- El proceso del cambio de base es igual que el descrito en el caso anterior.

Para terminar con el método del simplex se proponen los siguientes problemas para su resolución:

♦ **Problema 1.**

En una determinada empresa se fabrican dos tipos de productos (P1, P2) cuyos componentes se consiguen utilizando dos talleres (T1, T2). La capacidad mensual de T1 es tal que podría fabricar como máximo 50 componentes de P1 si sólo se dedicara a ello o 150 componentes de P2 en caso opuesto.

En cuanto al taller T2, podría producir cada mes 50 componentes de P1 si sólo se dedicara a él, o 50 componentes de P2 en caso contrario.

Los precios y costes unitarios de los productos permiten unos beneficios unitarios de 12 u.m. para P1 y 10 u.m. para P2.

Plantear el programa, obtener la solución óptima e interpretar los resultados (los talleres pueden dedicarse a los dos productos a la vez).

♦ **Problema 2.**

Un especulador en bolsa decide invertir, durante un año, 2.000.000 de u.m., pretendiendo obtener la máxima rentabilidad.

Después de un detallado estudio de los diferentes valores cotizados, cree conveniente dividirlos en tres tipos, en función de su rentabilidad anual y su índice de riesgo:

- *valores especulativos.*
- *títulos de Estado.*
- *títulos normales.*

En el supuesto de seguir la economía el desarrollo de los últimos meses, no apareciendo causa atípica alguna que influya en los dividendos bursátiles, el citado especulador estima que los rendimientos netos de las inversiones, en cada uno de los valores anteriores, por año, son, respectivamente, del 12%, 5% y 6% sobre la cantidad invertida.

Por otra parte, estima que no debe invertir más del 20% de su disponibilidad inicial en valores especulativos, al objeto de no correr un excesivo riesgo. Además, por interés en percibir, como mínimo, una renta segura, decide que la inversión en bonos debe ser superior al 40% de su disponibilidad inicial.

A la vista de la información anterior, se desea calcular el porcentaje a adquirir de cada tipo de valor, con objeto de maximizar el rendimiento de la cartera de valores en el año de referencia. Calcúlese, asimismo, el importe de dicho beneficio.

2.3. Programación en la producción.

La **función de programación** es la coordinación de medios a corto plazo, teniendo en cuenta la situación y posibilidades de cada momento, utilizando datos concretos y actuales, y adaptándose a las modificaciones que, en función de las realizaciones, han de hacerse en las previsiones efectuadas en la planificación previa.

La programación de la producción consiste en asignar las órdenes de fabricación o las operaciones en que se descomponen a centros de trabajo (máquinas) concretos en fechas determinadas, es decir, el programa es una asignación más un calendario. La programación es la última de las fases de preparación de las actividades productivas, después de la planificación y del cálculo de las necesidades de materiales.

La planificación general, al utilizar condiciones medias previsibles, capacidades, cargas y plazos medios, y al pretender alcanzar objetivos de conjunto, deberá efectuarse en forma centralizada al abarcar a los diferentes talleres, secciones o centros de trabajo que intervienen en el proceso de producción.

No existe ninguna razón funcional, sin embargo, para que la programación se realice de forma centralizada, ya que al ser más inmediata a la fase de realización del trabajo, y al tener en cuenta las condiciones en cada momento de cada máquina y puesto de trabajo, se puede realizar independientemente para cada taller, sección o centro de trabajo.

- **La programación centralizada** tiene las ventajas de un posible menor costo, mayores posibilidades de relación y adaptación a la planificación general, así como unidad de criterio en los sistemas y en las acciones.
- **La programación descentralizada** tiene un mayor contacto con la ejecución del trabajo, conocimiento de las circunstancias reales de cada momento y de los equipos y procesos de producción, así como una posible mayor integración de los mandos de producción en el sistema.

Estos criterios de centralización y descentralización han de considerarse como generales, pero no de aplicación, necesaria en todos los casos, sino que habrá que adaptar cada caso particular a sus circunstancias específicas, teniendo en cuenta en todo caso la necesidad de una unidad de criterio en el establecimiento de las funciones.

El proceso de programación sigue los siguientes pasos:

- Arranca de las órdenes de fabricación, cada una de ellas planificada de terminación.
- Las órdenes de fabricación se desglosan en operaciones específicas a las cuales se le asignan tiempos, es decir, se determina el periodo de comienzo y de terminación de cada una de ellas, cargándolas a centros de trabajo concretos, en función de la relación carga / capacidad que tengan. Esta relación, en sistemas productivos intermitentes, es compleja de calcular y para evitar, posteriormente, retrasos no deseados se suele usar como valor máximo alrededor de 0.75, aunque se pueden utilizar valores menores si el coste de almacenamiento es alto.
- Se determinan las necesidades agregadas (horas extras, turnos) de mano de obra, tiempo de máquina, etc. a nivel de operaciones en centros de trabajos, y se comparan con las capacidades existentes. En función de esta comparación y de criterios de prioridad que se establezcan, se toman decisiones en relación a

movimientos de plantilla, horas extras, subcontrataciones, etc., así como a cambios de asignación de órdenes modificando el centro ó el periodo de ejecución.

- Se procede a la secuencia de lanzamiento en cada centro de trabajo.
- Se desarrolla el programa detallado.

Para la coordinación de las cargas y su asignación a cada puesto de trabajo será necesario conocer no solamente la carga total en un puesto de trabajo determinado, sino también el momento en que el trabajo debe realizarse. Esta coordinación y asignación de cargas en los diferentes puestos de trabajo, contando con la realidad de cada momento, exige frecuentemente modificaciones y actualizaciones en la programación, por lo que éstas deberán realizarse mediante sistemas y representaciones claras y de fácil interpretación, que faciliten la actualización de la situación de avance del proceso de producción.

La mayor parte de los sistemas de representación, así como de planning, están basados en el sistema gráfico de Gantt, fundamentalmente práctico en numerosas aplicaciones. Este sistema se fundamenta en que la producción prevista y realizada se representa en el mismo espacio y relacionándola con el tiempo, por lo que permite obtener información en cada momento sobre:

- Previsiones de cargas, por período, para cada máquina o puesto de trabajo.
- Previsiones de cargas acumuladas, al final de cada período.
- Trabajos terminados en cada momento y realizaciones en cada período.
- Relaciones entre previsiones, realizaciones y tiempos invertidos.

Existe una gran variedad de gráficos, tableros o planning utilizados para la programación, debiéndose utilizar en cada caso los de mayor simplicidad posible, dentro de las necesidades de eficacia, para conocer:

- Utilización de las máquinas. Porcentaje de utilización y causas de inactividad.
- Rendimiento de la mano de obra.

Control de realizaciones. Tareas asignadas a cada puesto de trabajo, tiempo asignado e invertido.

Control de cargas. Índice de saturación de cargas de cada puesto de trabajo. Capacidades disponibles.

Gráfico de proceso. Indicando para cada programa de fabricación las diferentes fases y operaciones, previsiones y realizaciones.

Para adaptar el sistema al cumplimiento de los **objetivos** básicos:

- Coordinar los medios productivos para conseguir realizar las previsiones.
- Realizar las acciones correctoras con el fin de adaptarse a las circunstancias y variaciones que en cada momento se produzcan.

Abarcando el sistema organizativo todas las fases de la producción, desde la recepción de las primeras materias hasta el montaje de los productos acabados, se han de realizar las funciones siguientes:

- Determinación de las necesidades y plazos de fabricación de productos acabados, semiacabados, cargas necesarias y materiales para la cumplimentación de las previsiones.
- Distribución en el tiempo de las necesidades.
- Distribución y lanzamiento, en el momento necesario, de las órdenes de

- fabricación, pedidos a compras y vales de materiales y herramientas.
- Actualización continua de las previsiones de existencias.
- Recogida de la documentación lanzada, comprobando las realizaciones, y tomando las medidas correctoras necesarias para adaptar la situación a las necesidades de cada momento.
- Recopilación de la información, órdenes de fabricación y pedidos cumplimentados, con el fin de actualizar los procesos de fabricación.

El sistema constituye, por lo tanto, un ciclo cerrado y constantemente realimentado, en el que se parte de las previsiones, determinando las necesidades en el tiempo y seleccionando en cada momento las órdenes correspondientes para el proceso productivo, y controlándose las realizaciones como información de entrada en el sistema, para su contraste con la programación, con el fin de actualizar las previsiones y necesidades y volver a emitir las órdenes necesarias.

2.3.1. Métodos de programación temporal de proyectos.

La actividad productiva se caracteriza por la realización de una serie de tareas concatenadas y que han de cumplir necesariamente unas condiciones de prioridad de unas sobre otras, las cuales vienen impuestas por exigencias tecnológicas.

Por lo tanto parece fuera de discusión el hecho de que todo proyecto debe ser objeto de un proceso previo de programación antes de abordar su ejecución. La necesidad de conocer a priori el calendario de trabajos y, en consecuencia, las fechas más probables en las que se espera tengan lugar los diferentes sucesos del proceso, ha hecho que desde siempre se haya intentado establecer planes de producción que cumplieran ese calendario, que es siempre el objeto final de todo proceso planificador.

Básicamente un sistema de programación debe servir para:

- Permitir una visión conjunta del desarrollo a lo largo del tiempo de los diferentes campos de actividad de un mismo proyecto y así hacer visible la relación entre ellos, permitiendo su control.
- Señalar los puntos críticos que ponen en peligro el alcance de la meta perseguida, por ejemplo un plazo previamente fijado, y así poder tomar las pertinentes medidas para encontrar la solución.
- Posibilitar y valorar las alternativas de la planificación, informar de las faltas de seguridad en algunas partes del trabajo y establecer su influencia en el conjunto del proyecto.

Algunas de las técnicas más empleadas para dicha programación lineal son:

- **Gráfico de Gantt.**

Esta técnica consiste básicamente en representar gráficamente las tareas a realizar en el eje de ordenadas o eje de abscisas y el tiempo previsto para la realización de dichas tareas en el eje de coordenadas o eje básicas.

Mediante el sistema de sombreado se puede conocer el estado de ejecución del proyecto y las actividades que marchan por encima o por debajo del tiempo previsto, sirviendo dicho gráfico como un elemento de control de las distintas actividades.

Este método se denomina también diagrama de barras, expresando gráficamente las fechas de inicio y terminación de las distintas partes del proyecto en que, de un modo más o menos detallado, se ha decidido dividir éste.

Este método deja muchas cosas en el tintero, como pueden ser las dependencias entre tareas, la repercusión del retraso de una tarea dada sobre el resto del plan, no es posible modificarlo para introducir tareas nuevas, la duración del proyecto es un dato de entrada y no un resultado de él, además de otros inconvenientes.

Sin embargo es un sistema muy fácil de entender y que puede servir de apoyo para la visualización de otros métodos.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de este tipo de representación gráfica de proyectos, mostrando diversas actividades de una obra en función del tiempo.

De esta forma, se puede considerar que estos gráficos son muy sencillos y, por lo tanto, presentan inconvenientes cuando se trata de representar proyectos muy complejos donde las tareas están interrelacionadas. En estos casos dichos gráficos son sustituidos por otros métodos basados en la teoría de grafos o de mallas.

- **Método PERT (Program Evaluation and Review Technique – Evaluación, Medición y Revisión Técnica de un Programa).**

Este método pretende poner de manifiesto las interrelaciones existentes entre las diferentes tareas que componen un programa, mostrando de esta forma las limitaciones de orden temporal que surgen de las mismas.

Es un método prácticamente semejante al conocido como CPM (Critical Path Method), basándose ambos en el camino crítico y persiguiendo las mismas metas. Sin embargo se puede trazar una división entre la utilización del PERT y el CPM, ya que el primero se presta más a planes de desarrollo y a proyectos a largo plazo (tales como por ejemplo la ejecución de un cohete en instalaciones militares) mientras que el CPM parece adecuarse más al sector industrial (de la construcción, por ejemplo).

Al igual que derivaciones posteriores de este método, son sistemas que utilizan una representación gráfica característica en forma de malla, método que hace visible la interrelación de diversos procesos de trabajo al tiempo que permite la observación de cada uno de ellos. A continuación describiremos mejor estos sistemas de mallas o teoría de grafos.

- **Teoría de Grafos.**

El método PERT se basa en la **teoría de Grafos** o de mallas, los cuales son figuras geométricas formada por una serie de puntos o nodos (vértices) y por un cierto número de segmentos o flechas (aristas) que unen dichos puntos.

Los métodos basados en la técnica de mallas tienen como objetivo hacer desaparecer los inconvenientes de los diagramas de barras. Esto se hace a través de las medidas siguientes:

- Se separa la realización gráfica del desarrollo del proyecto de la representación de los tiempos requeridos para cada proceso parcial, ya que la base del orden de sucesión de la producción está fijada por la tecnología y en cambio la determinación de tiempos está sujeta a modificaciones.

- Se posibilita un perfecto solape de las fases del proceso, haciendo que aparezcan visiblemente los diferentes procesos y sus interrelaciones mediante una representación en forma de malla.
- Mediante nuevos sistemas de cálculo se averiguan valores más representativos de la marcha del proceso y que pueden proporcionar al planificador datos importantes para una racionalización del desarrollo del proceso.

Estos métodos de grafos son empleados en los procesos como medios auxiliares para:

- Controlar el proceso con relación al cumplimiento de un plazo prefijado.
- Averiguar los plazos de inicio y terminación de cada uno de los itinerarios de trabajo y procesos parciales que sean importantes para la ejecución del proyecto.
- Averiguar los nuevos plazos de inicio y terminación del proceso en caso de la existencia de perturbaciones.
- Obtener y valorar planes alternativos.
- Planificar los medios disponibles o disponibilidades.
- Disminuir los costes.
- Conocer los estrangulamientos y puntos críticos que pueden retrasar la continuación del proyecto.
- Planificar de forma externa, coordinando todas las partes participantes en el proceso, así como para especificar las responsabilidades en caso de haber fallos o sobrepasarse los plazos.

Dentro de la teoría de grafos existen una serie de conceptos utilizados con frecuencia, entre los que destacan:

- **Arco:** es una arista orientada entre dos vértices.
- **Bucle:** es un arco cuyo origen y extremidad se confunden.
- **Cadena:** es una sucesión de aristas adyacentes entre las cuales no se considera orientación.
- **Camino:** es una sucesión de arcos adyacentes que permite ir de un vértice a otro.
- **Circuito:** es un camino cuyo vértice inicial coincide con el final.
- **Grafo conexo:** es aquél en el que entre todo par de vértices existe por lo menos una cadena.
- **Grafo fuertemente conexo:** es aquel en el que entre todo par de vértices existe por los menos un camino.

De esta forma, dentro de una malla, las flechas representan procesos de un proyecto relacionados con el tiempo, y son conocidas como actividades. Estas actividades transcurren a lo largo del tiempo entre dos eventos, que aparecen en la malla como nodos. Dichos nodos representan estadios o momentos de la realización del proyecto general, como por ejemplo la terminación de un proceso. Éstos en sí mismos no tienen ninguna extensión temporal (duración), sino que dividen el desarrollo total en instantes en los cuales debe empezar o terminar una actividad (puede darse el caso que los significados de flechas y nodos se cambien, pero el concepto es el mismo).

En la siguiente figura se muestra el ejemplo anterior de diagrama de barras convertido en malla.

Se puede ver que en una malla como ésta sí aparecen todas las interdependencias que no se podían reconocer en el diagrama de barras. Se ve, por ejemplo, que los procesos C y F han de estar terminados antes de que pueda comenzar la actividad D. Esto se observa a través de la actividad ficticia S (flecha de trazos). Tales actividades ficticias no traen consigo ningún consumo de tiempo o dinero. Sirven únicamente para representar el desarrollo lógico dentro del proyecto.

Para la realización de una malla que represente un proyecto o un proceso productivo han de seguirse una serie de **reglas**:

- La colocación de dos flechas, una a continuación de otra, separando un nodo, indica que el proceso A debe estar concluido para que de comienzo el proceso B.
- La disposición de las flechas según la figura siguiente indica que el proceso A debe estar concluido para que puedan iniciarse las actividades B y C.
- La disposición de las flechas según la siguiente figura indica que los procesos A y B deben estar concluidos antes de empezar con la actividad C.
- La longitud y la dirección de los vectores que representan las actividades son a voluntad, sin tener relación alguna la longitud de la flecha con el tiempo del proceso.
- La figura siguiente expresa que el proceso C sólo puede dar comienzo al terminar los A y B, pero que D depende tan sólo de B. Para ello se ha empleado un proceso ficticio S (trazos) que representa esta relación.
- Se debe evitar la conexión de dos nodos iguales mediante dos o más vectores, tal como se ve en la siguiente figura. Las dependencias recíprocas deben ser representadas mediante la introducción de actividades ficticias.
- Una actividad no debe conducir a un evento que es previo al comienzo del proceso.
- Si el comienzo de una actividad no depende de la culminación de un proceso complejo, sino que tan sólo depende de una parte del mismo, hay que descomponer ese proceso complejo de forma racional según criterios tecnológicos.
- Normalmente los proyectos han de tener un nodo de inicio y uno de terminación.
- Los proyectos pueden representarse con diferente grado de sintetización. Las mallas superiores o principales están entonces formadas por vectores o flechas que comprenden varias actividades unitarias. Estas actividades unitarias deben ser en el caso más general redes cerradas en sí mismas.

De esta forma, al investigar cada una de las actividades que forman un proceso, para poder representar su malla correctamente se han de formular las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las actividades inmediatamente precedentes a ésta?
- ¿Qué actividades pueden desarrollarse simultáneamente con ésta?
- ¿Qué actividades vienen absolutamente condicionadas por la terminación de ésta?

Como conclusión de este apartado de la teoría de grafos se puede decir que la primera operación a realizar dentro de un plan PERT es la representación gráfica del desarrollo del proceso mediante una malla de flechas, la cual viene a materializar las dependencias lógicas y de tiempo entre las distintas actividades.

El método PERT utiliza grafos conexos sin circuitos y denomina sucesos, acontecimientos o etapas a los vértices, y actividades u operaciones a los arcos.

El primer paso para la realización del problema es representar gráficamente el proceso mediante una malla.

Cada actividad tiene asignada una letra mayúscula o dos números indicativos de los sucesos origen y final de dicha actividad.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Suceso origen } (i) \\ \text{Suceso final } (j) \end{array} \right\} \text{Actividad } A(ij)$$

Los nodos o vértices reciben una numeración, la cual se realiza de forma sucesiva, de manera que nunca se pueda numerar un vértice si no están numerados las correspondientes actividades que confluyen en ese vértice.

Sin embargo, si entre dos sucesos existe más de una actividad, surgen **sucesos o actividades ficticias** que no tienen un significado real y cuya duración es nula, como ya habíamos comentado, y cuya misión es forzar que dos nodos o sucesos consecutivos no estén unidos por más de una flecha o actividad. Se colocarán tantas actividades ficticias (arcos que se representarán mediante trazos) como sean necesarias, pero no más.

Para realizar la malla comentada es de gran ayuda realizar una tabla de precedencias, en las cuales se reflejan las actividades, así como las anteriores y posteriores a las mismas.

Las actividades que no presentan ninguna anterior se denominan iniciales, mientras que las actividades que no presentan otras posteriores se denominan actividades terminales.

La duración total de un proyecto dependerá del tiempo parcial t_{ij} de cada una de las actividades (ij) que componen dicho proyecto. Los instantes en que se producen los eventos i y j se definen por t_i y t_j respectivamente.

Para desarrollar el método PERT es necesario conocer una serie de definiciones como son:

- **Tiempo early o fecha más temprana (más optimista)**: es el tiempo más corto posible en el que se puede llegar a verificar un suceso (E_i). Se calcula comprobando todos los caminos posibles existentes para llegar al nudo desde el comienzo del proceso (flechas que entran) y eligiendo la ruta más larga de ellas (la que tenga una suma de tiempos de sus actividades mayor). El tiempo early del suceso inicial se supone cero.
- **Tiempo last o fecha más tardía (más pesimista)**: es el tiempo más largo en el que se puede llegar a verificar un suceso (L_i). Se procede a su cálculo partiendo de derecha a izquierda, mirando los arcos que salen del nodo. Se toman los recorridos de arcos invertidos que llegan al nudo y se toma el menor valor de la sumatoria de tiempos de las actividades de esos arcos. Es decir, se

calculan sumando la duración de las actividades siguiendo el camino más largo que conduce desde el evento que queremos calcular al nodo final (meta), y restando este valor del de duración total. Se cuenta, por decirlo así, desde atrás. Para el nodo final suponemos el tiempo last igual al tiempo early, es decir, se igualan los tiempos más optimistas y más pesimistas de dicho evento final.

- **Camino crítico:** es aquél en el cual uniendo un suceso inicial y final se supera en duración temporal a los restantes caminos. Está formado por actividades críticas, las cuales son determinadas por los nudos en los que los tiempos last y early coinciden (nudos críticos). Es decir, está formado por actividades que no se pueden retrasar, ya que las desviaciones que se produzcan sobre los datos de entrada actuarán de lleno sobre los procesos siguientes.

Pueden existir varios caminos críticos paralelos. Las actividades del camino crítico determinan formalmente la duración global del proyecto y son las que hay que vigilar con mucho cuidado durante la realización de la obra. Los caminos críticos se marcan en la malla representativa del proceso con doble línea.

El camino crítico muestra al organismo encargado de la planificación externa los mecanismos sobre los cuales él puede y debe actuar para conseguir modificar el plazo de terminación. El organismo planificador controla el desarrollo de la obra a la vista de los plazos calculados. En los procesos críticos es imprescindible que se observen dichos plazos. De ser posible debería ejercerse presión con la amenaza de sanciones contractuales. Desde el momento en que no se cumpla el plazo de una actividad crítica hay que realizar una corrección de la red y de los tiempos de las actividades posteriores.

De esta forma, el comienzo más optimista para la actividad (i,j) se da en el momento E_i , mientras que como muy tarde debe haber finalizado en el momento L_j , pues de lo contrario sufriría un retraso el plazo final previsto.

La duración máxima de un proyecto viene determinada por el tiempo last del nudo final menos el tiempo early del nudo inicial.

La forma de calcular el camino crítico de un suceso es determinar los tiempos last y early de dicho suceso.

¿Qué significa el hecho de que para una determinada actividad difieran los tiempos más optimistas y más pesimistas de comienzo y terminación?. Esto viene a reflejar que entre los eventos que determinan la actividad existe un determinado cojín de tiempo, es decir, tiempo en el que podemos aplazar el inicio de la actividad.

De esta forma, para realizar un análisis completo temporal del proyecto sería conveniente conocer cuáles son los retrasos en el comienzo de cada actividad que pueden ser tolerados. Para ello se realiza el análisis de **márgenes u holguras** de las actividades, los cuales nos dan indicaciones sobre las reservas de tiempo, a partir de los siguientes conceptos:

- **Margen u holgura libre:** es el retraso se puede sufrir al comienzo de una actividad (ij) sin peligro de retrasar la fecha más baja o tiempo early de realización del suceso (j): $H_L = E_j - E_i - t_{ij}$.

- **Margen u holgura total:** es el retraso máximo que puede sufrir el comienzo de una actividad (ij): $H_T = L_j - E_i - t_{ij}$. La holgura total de las actividades o tareas críticas es igual a cero.
- **Margen de indiferencia u holgura independiente:** es el retraso que puede sufrir el inicio de una actividad (ij) sin peligro de retrasar la fecha más baja o tiempo early del suceso (j) cuando el suceso (i) se ha realizado en su fecha más alta o tiempo last = $E_j - L_i - t_{ji}$. Es decir, alcanzada una actividad en la situación más extrema, se quiere iniciar la siguiente en las condiciones de mayor holgura posible de tiempo.

En definitiva, el sistema PERT ordena las actividades en función de las que se necesitan terminar con antelación y calcula la duración total del proyecto e identifica las tareas más cruciales con el análisis del camino crítico.

Hay que hacer notar que las estimaciones de los tiempos están íntimamente ligada a la cantidad de mano de obra y maquinaria de la que se disponga. La distribución de estos factores productivos es objeto de una planificación interna. En una planificación interna el concepto de huelgo difiere un poco del anterior, puesto que no se puede tener a un grupo de los operarios parados esperando a que termine una actividad para empezar ellos otra, sería ilógico. Luego, partiendo de la base de que todas las disponibilidades están aprovechadas, los huelgos significarán únicamente posibilidades de elección, o sea, un proceso X no debe encargarse a un determinado grupo Z dentro de un plazo fijo Y para no poner en peligro el desarrollo general. Es mejor que el grupo Z disponga de un margen de tiempo entre el plazo más pesimista y el más optimista para empezar el proceso X; de este modo no se altera la actuación conjunta de todos los procesos.

El cálculo de probabilidades en el PERT.

El PERT, diferenciándose del CPM, introduce mediante el cálculo de probabilidades criterios que indican dónde la planificación es relativamente segura y en qué lugares es especialmente incierta. Permite emitir un juicio sobre la seguridad del plazo de terminación previsto para un determinado proyecto.

Así, el tiempo de duración de una actividad, t_{ij} , se puede calcular en base a tres estimaciones de la duración de ese proceso unitario:

- tiempo más probable (m).
- tiempo favorable o más corto de la actividad (a).
- tiempo desfavorable o más largo de la actividad (b).

De estos tres valores se determina el tiempo t_{ij} , también conocido como tiempo medio esperado, t_e , el cual sirve, como vimos anteriormente, de base a los cálculos posteriores.

Además, para cada actividad se determina la varianza σ_{te}^2 , la cual es una medida asociada de incertidumbre para cada tiempo esperado.

En la siguiente gráfica se muestra la distribución beta, usada como base para el cálculo del PERT.

Las fórmulas son las siguientes:

$$t_e = \frac{1}{6} \cdot (a + 4 \cdot m + b)$$

$$\sigma_{te}^2 = \left(\frac{b-a}{6} \right)^2$$

Al mismo tiempo se calculan las varianzas correspondientes a los tiempos early y last para cada estado σ_{Ei}^2 y σ_{Li}^2 a base de sumar las varianzas σ_{te}^2 a lo largo de los caminos correspondientes.

Para las holguras también se calculan unos valores probabilísticos P en los que intervienen las varianzas de los valores Ei y Li. Los valores así obtenidos nos dan la probabilidad de que un evento determinado tenga o no holgura. Los valores de P oscilan entre 0 y 0,5. Para P=0,5 la probabilidad de que haya holgura es mínima, mientras que para P=0 es máxima.

El coste en el PERT.

La duración de una actividad también es susceptible de variación en función del coste que la empresa esté dispuesta a asumir. La empresa habrá de evaluar el coste correspondiente a cada fecha y determinar si económicamente interesa entregar en determinado momento.

El comportamiento racional del empresario será reducir el tiempo en aquellas cuestiones cuyo coste sea menor.

La duración normal de un proyecto (D) puede reducirse a una duración mínima (d) con un incremento del coste normal (Cn) hasta el coste máximo (Cm). A partir de un determinado momento no existirá posibilidad de reducir el tiempo por condicionantes de tipo tecnológicos aunque se incremente el coste, como se observa en el siguiente gráfico.

De esta forma se tendría para cada actividad que compone el proyecto una relación duración-coste.

Sin embargo, nos resultará más fácil en vez de operar con la curva anterior AB actuar con el segmento AB. Se puede determinar para cada actividad un coeficiente (aij) indicativo del incremento de coste por unidad de tiempo reducida:

$$a = \frac{Cm - Cn}{D - d} \quad (\text{coste de aceleración})$$

Dentro del proyecto convendrá reducir el tiempo en aquella actividad que perteneciendo al camino crítico tenga un coste unitario de reducción temporal 'a' menor.

En el siguiente gráfico se puede apreciar la zona de posible variación de los costes al disminuir la duración, la cual está comprendida entre OAB. Sin embargo, lo más importante es la curva OA, que es la relación de coste mínimo del proyecto para cada unidad de tiempo.

De esta manera debemos minimizar los costes totales del proyecto y establecer un programa lineal: Min. E (Cmij - aij tij).

Cuando se traza la curva OA, no podemos decir que represente los costes totales óptimos, sino tan sólo los mejores costes directos. Junto a ello se

tienen los costes de estructura o indirectos, no ligados a la producción, sino al tiempo, que serán imputables al proyecto considerado, en mayor cuantía cuanto mayor sea la duración de éste. Al contrario de lo que ocurre con los costes directos, éstos crecen con el tiempo.

Existen métodos más evolucionados que el PERT y el CPM, como el RAMPS, el cual conjuga la distribución de disponibilidades desde varios puntos de vista – minimización de la duración del proyecto, maximización del número de procesos que pueden realizarse simultáneamente, etc. – con una planificación múltiple, o sea, en la que no se estudie una parte aislada del proyecto, sino el mismo en su totalidad.

A continuación se mostrará un problema **ejemplo** para la aplicación del método PERT.

Un proceso productivo tiene las 11 actividades siguientes: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J y K, cuyas duraciones respectivas, en días, son: 10, 3, 10, 5, 11, 2, 6, 11, 8, 4 y 2.

Entre las citadas actividades existen determinadas relaciones de precedencia y consecuencia, tal como se describe a continuación:

- Las actividades A, B y C pueden comenzar a la vez una vez concluida la fase de elaboración del proyecto.
- La actividad D se iniciará cuando se hayan culminado las actividades B y J.
- Sólo cuando se termine la actividad A se podrán iniciar las actividades J y H.
- La actividad I se podrá comenzar cuando se acabe la H.
- Una vez cumplida la actividad C se dará comienzo a la F.
- Para comenzar la actividad K hay que terminar, previamente, las actividades E, F y G.
- Las actividades G e I se iniciarán una vez terminada la actividad D.
- La actividad G comenzará al terminarse la actividad H.

Con estos datos se pide:

- Dibujar el grafo del PERT.
- Cálculo de las holguras totales de cada actividad.
- Indicar el camino crítico.

Para dibujar el gráfico del proceso, nos basaremos en la tabla de precedencias, que creamos en base a las restricciones comentadas en el enunciado.

Anteriores	-	-	-	B,J	B,J	C	D,H	A	D,H	A	E,F,G
Actividad	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Posteriores	J,H	D,E	F	G,I	K	K	K	I,G	-	D,E	-

En base a esta tabla dibujamos el proceso según mostramos en la siguiente figura.

Del gráfico anterior obtenemos las siguientes tablas de actividades y sucesos.

Suceso	Tiempo early (Ei)	Tiempo last (Li)
1*	0	0
2*	10	10
3	14	16

4	10	25
5*	21	21
6*	27	27
7*	29	29

Los sucesos marcados con un asterisco son los críticos, en los que el tiempo early coincide con el tiempo last.

Actividad	Suceso inicial	Suceso final	Duración	Holgura total
A*	1	2	10	$10-0-10=0$
B	1	3	3	$16-0-3=13$
C	1	4	10	$25-0-10=15$
D	3	5	5	$21-14-5=2$
E	3	6	11	$27-14-11=2$
F	4	6	2	$27-10-2=15$
G*	5	6	6	$27-21-6=0$
H*	2	5	11	$21-10-11=0$
I*	5	7	8	$29-21-8=0$
J	2	3	4	$16-10-4=2$
K*	6	7	2	$29-27-2=0$

Las actividades marcadas con un asterisco tienen la holgura total nula, por lo tanto son actividades críticas, enlazan sucesos críticos y forman los caminos críticos del proceso.

Como se observa, existen dos caminos críticos:

- A, H, I.
- A, H, G, K.

A continuación se proponen para su resolución por parte del lector una serie de problemas.

♦ **Problema 1.**

Un proyecto tiene las actividades siguientes: A, B, C, D, E, F, G, H, I y J, cuyas duraciones respectivas, en días, son: 10, 15, 20, 12, 10, 10, 15, 20 y 10.

Las relaciones de precedencia son:

- Una vez terminada la actividad A se podrán iniciar las actividades D y E.
- Sólo cuando se culminen las actividades B, C, D y E podrá iniciarse la actividad H.
- Cuando se termine la actividad D se comenzarán las actividades F, G y H.
- La actividad G exige para ser comenzada que estén acabadas las actividades B y E.
- Una vez terminada la actividad B se podrá iniciar la actividad F, pero nunca antes.
- La actividad I se realizará cuando haya culminado la actividad F.

Con estos datos se pide:

- Dibujar el grafo del PERT.
- Cálculo de las holguras totales, libres e independientes.
- Indicar el camino crítico.

2.4. Control de la producción.

La finalidad del **control de la producción** es conocer en cada momento la situación en que se encuentra el proceso, productivo. El conocimiento de la realidad en cada momento permitirá emprender acciones para corregir, lo más rápidamente que sea posible, las desviaciones que hayan podido producirse en relación con las previsiones efectuadas.

El objetivo, por lo tanto, del control, es la verificación de que la ejecución se adapte al plan establecido. Las fases a que da lugar esta función pueden definirse en líneas generales como:

- Fase de obtención de los datos necesarios para el conocimiento de las realizaciones.
- Comparación de las realizaciones en cada momento con, las previsiones efectuadas.
- Información sobre el grado de cumplimentación de las previsiones y las desviaciones que hayan podido producirse.
- Acción correctiva, cuando sea necesario, para rectificar la actuación y conseguir en el conjunto los resultados previstos.

En la función de control comienza, por lo tanto, el flujo ascendente de documentación, con el registro de:

- La cantidad de trabajo realizado.
- La fecha de comienzo y terminación de cada fase del proceso de producción.
- Los tiempos invertidos y la utilización de máquinas y equipos.
- Los tiempos de paradas de hombres y máquinas. Retrasos en los trabajos y razones de los mismos. Trabajos rechazados y las causas de los rechazos. Materiales empleados, etc.

Un tratamiento adecuado y sistemático de estos datos ha de conducir al conocimiento y control de la situación del proceso de producción, en cuanto a:

- Estado de avance de los trabajos en relación con el tiempo.
- Estado de avance de los trabajos en relación con los recursos invertidos, horas, materiales, etc.

Es importante resaltar que no existe unificación de criterios respecto a las actividades correspondientes a control de producción, control de calidad, control de existencias, etc. En cualquier caso, son funciones independientes, referidas todas al proceso productivo, aun cuando su ubicación y dependencia correspondan en cada caso a la estructura organizativa de la empresa.

El control relativo a la cumplimentación de las diferentes fases, subfases u operaciones, planificadas y programadas, se efectuará comprobando en cada hoja de proceso y al término de las mismas, la relación entre las fechas de comienzo y terminación previstas y las reales.

El control relativo a los recursos invertidos en medios de producción, para cada centro, taller, sección y grupo homogéneo de trabajo, se realizará, determinando cada período de tiempo del proceso productivo, a partir de los gráficos de carga-tiempo previstos, las inversiones en horas o unidades de recursos productivos, acumuladas al final de cada período.

Se utilizan muy frecuentemente los gráficos de carga-tiempo para representar estas situaciones. En estos gráficos, y en ordenadas, se representa el porcentaje de unidades de producción previstos y realizados, y en abscisas los períodos o fases. La situación del proceso productivo se obtendrá a partir de las representaciones efectuadas en los gráficos.

La materialización de los sistemas de control es muy variada, debiendo estudiarse para cada caso particular la aplicación más adecuada.

En una organización de la producción debidamente estructurada es fundamental el control y conocimiento de los recursos empleados, fundamentalmente máquinas y hombres.

Existen diversos índices de rendimiento, que dependen también de las características del proceso productivo de que se trate. Los más importantes, y de los que pueden considerarse derivados los restantes, son:

$$\text{Índice de utilización de la maquinaria} = \frac{\text{Tiempo de trabajo real}}{\text{Tiempo disponible}}$$

$$\text{Índice de rendimiento de la máquina} = \frac{\text{Tiempo asignado a la operación}}{\text{Tiempo invertido en la operación}}$$

$$\text{Índice de utilización efectiva de la máquina} = \frac{\text{Tiempo asignado a la operación}}{\text{Tiempo disponible}}$$

$$\text{Rendimiento del operario} = \frac{\text{Tiempo asignado al trabajo}}{\text{Tiempo invertido en el trabajo}}$$

$$\text{Rendimiento global} = \frac{\text{Tiempo productivo global}}{\text{Tiempo invertido global}}$$

El control de los rendimientos de máquinas y operarios, así como la obtención de unos índices y rendimientos adecuados, es fundamental para:

- El cumplimiento de los plazos establecidos.
- La reducción de los costes de fabricación.

Al efectuar la programación se toman como base de partida los tiempos de realización de las diferentes operaciones establecidos mediante las técnicas de estudios de métodos y tiempos, a partir de los cuales se obtienen las tarifas de tiempos o tiempos standard.

En cuanto a los tiempos de realización de los trabajos correspondientes a las diferentes operaciones del proceso de producción, y sus posibilidades de variación en función del rendimiento, existen dos tipos de trabajos que generalmente se definen como:

- Trabajo libre.

El trabajo libre, en el que el rendimiento de los operarios depende de su voluntad, motivaciones, etc., tiene una duración variable, es decir, el tiempo invertido en los trabajos puede ser mayor o menor que los tiempos establecidos en las tarifas de tiempos.

- Trabajo limitado.

Por el contrario, el trabajo limitado es aquel en que la duración es fija, al estar condicionada por las máquinas, sus condiciones técnicas de utilización, velocidades, avances, etc.

A partir de la sistemática de control que se establezca se obtendrá, con el fin de dirigir y corregir las actuaciones, una acción informativa con las características siguientes:

- Ha de ser dada, en forma periódica, con intervalos regulares y no de forma accidental, es decir, ha de ser continua y normalizada.
- No ha de aportarse en cada caso nada más que los datos necesarios, suficientes, característicos y significativos.
- Ha de ser integral, mediante un proceso de síntesis creciente de la información, a medida que se asciende en su destino, en la escala jerárquica.
- Se han de destacar, en forma comparativa, las anomalías desviaciones, mediante índices y parámetros significativos.

El grado de detalle del control y la información ha de ser similar al de la planificación y programación, formando un sistema integrado y homogéneo.

3.1. Diseño del producto.

3.1.1. Introducción.

3.1.2. El diseño de un producto o servicio.

3.1.3. I + D. La Investigación y Desarrollo de nuevos productos o servicios.

3.1.4. El diseño modular. La estandarización del producto.

3.1. Diseño del producto.

3.1.1. Introducción.

Durante la fase de diseño del producto o servicio que la empresa va a ofertar es cuando se establecen las bases del sistema productivo y se determinan las especificaciones concretas que ha de cumplir el producto.

Por lo tanto esta fase tiene una influencia vital en todo el proceso productivo, y para una adecuada realización de la misma ha de estar coordinadas tanto la función de marketing, la función técnica o de diseño y la función de producción.

Un adecuado diseño permitirá:

- Reducir los costes de fabricación.
- Aumentar los beneficios de la empresa, como consecuencia lógica de lo anterior.
- Posibilitar un fortalecimiento de la empresa en el mercado, haciendo posible la captación de abanicos más amplios del mismo.

4.1.2. El diseño de un producto o servicio.

El papel que el área de producción tiene en el diseño del producto es fundamental, ya que ella será la que tenga la responsabilidad última de llevar a la práctica y convertir en realidad el diseño efectuado.

Por lo tanto no sólo interviene en el diseño el área de marketing, captando la suficiente información para determinar los deseos y necesidades del cliente, sino que debe existir comunicación y acuerdos entre los responsables de diseñar, producir y vender el producto.

Los diferentes **tipos de diseño** se pueden clasificar en:

- **Diseño preliminar:** cuyo objetivo es desarrollar varias alternativas que respondan a los requerimientos iniciales del producto, desarrollando incluso conceptos como seguridad, mantenimiento, duración...
- **Diseño final:** durante el cual se desarrollan prototipos y se eliminan posibles inconvenientes de manera que el producto no presente limitaciones técnicas.

A continuación se muestran las diferentes etapas o secuencias en el diseño de un producto o servicio:

- **Generación de ideas.** En esta fase se investigan las necesidades de los consumidores y se seleccionan posibles alternativas de productos a elaborar, tomando finalmente sólo aquellas consideradas como más viables.
- **Selección del producto.** De un estudio de mercado y económico tomamos la alternativa anterior a priori más conveniente, eligiendo las características específicas del producto.
- **Diseño preliminar.** Sobre la base de esas especificaciones se realizan diseños alternativos, teniendo en cuenta el grado de seguridad, mantenimiento y calidad deseados. De todas se tomará finalmente el mejor diseño.
- **Diseño final.** Del diseño elegido se realizan prototipos y se comprueba y desarrolla su funcionamiento y viabilidad, realizando tras las mismas las especificaciones finales del producto, mediante esquemas de montaje, planos, métodos de trabajo, etc.

Una vez obtenidas las especificaciones finales se ha de elegir el proceso de fabricación, tema que será abordado en el siguiente punto.

Desde el punto de vista de la producción, la base del diseño de cualquier producto radica en las **especificaciones** concretas del mismo, las cuales servirán para diseñar el proceso de fabricación del mismo, incluyendo:

- materiales,
- selección de la maquinaria,
- asignación de tareas a los trabajadores,
- dimensión, distribución y localización de la planta.

El diseño del producto no es algo estático que sólo deba hacerse en una fase inicial del proceso y que posteriormente no requerirá atención. Las empresas, debido a que están inmersas en un entorno evidentemente dinámico, están obligadas a realizar revisiones del diseño. Este **rediseño** puede estar influido por:

- **Los clientes;** los cuales pueden mostrar de forma indirecta o directa su insatisfacción con un diseño en particular.
- **Los competidores;** los cuales pueden hacer que la empresa realice cambios en el diseño para no perder su posición en el mercado o para mejorarla.
- **Los costes;** ya que un aumento de los mismos (de las materias primas, por ejemplo) podría obligar a modificaciones en el diseño.
- **La propia empresa;** el concepto de responsabilidad del producto hace que la empresa sea responsable de los daños causados por diseños defectuosos y esté obligada a rectificarlos.

3.1.3. I + D. La Investigación y Desarrollo de nuevos productos o servicios.

Antes de desarrollar este apartado mostraremos lo que entendemos con los conceptos de investigación y desarrollo.

- **Investigación.**

- **Investigación básica:** Es el avance en el conocimiento científico, generalmente sin un propósito comercial predeterminado.
- **Investigación aplicada:** Es la desarrollada para obtener unos beneficios comerciales.

- **Desarrollo:** Es la transformación de los resultados de la investigación en aplicaciones con utilidad comercial.

La investigación y el desarrollo aplicados en una empresa han de estar orientados a la **generación de nuevos productos/servicios** o nuevos procesos productivos, lo cual comprende varias etapas:

- **Generación y búsqueda de ideas;** para lo cual se ha de disponer de la mayor cantidad de información posible, cuyo origen puede ser:
 - *Exterior:* Principalmente obtenida de clientes y consumidores, ya que ellos son los consumidores directos de nuestros productos, aunque también son fuentes externas de información la competencia, los proveedores y los desarrollos tecnológicos y científicos ajenos a la empresa.
 - *Interior:* La propia información desarrollada por las actividades de I + D que desarrolle la empresa.
- **Selección de ideas;** evaluando cada una de las ideas y seleccionando sólo aquellas que sean compatibles con los objetivos empresariales (obtención de beneficios, mantenimiento de la imagen y prestigio en el mercado...), con los recursos de la organización (disponibilidad de capital, conocimientos técnicos o directivos, instalaciones disponibles...) y con su ventaja competitiva (objetivos de diferenciación en el mercado).
- **Análisis económico;** se han de estimar los ingresos, costes y beneficios que originarán las ideas que superen la fase anterior, utilizando para ello los diferentes modelos existentes (programación lineal, instrumentos financieros, demanda de nuevos productos...).
- **Desarrollo o diseño del producto;** materializando las ideas en productos concretos, lo cual conlleva:
 - *Desarrollos de las especificaciones del producto:* las cuales han de definir las características que ha de tener el mismo, mediante planos, descripciones, materiales...
 - *Construcción de prototipos:* realizados inicialmente de forma artesanal, para realizar con ellos los ensayos necesarios y comprobar sus costes.

Con los prototipos podemos comprobar:

- La compatibilidad del producto (que sus componentes encajen y se adapten a las condiciones previstas).
- La simplificación del producto (eliminando todo aspecto superfluo que origine costes innecesarios de fabricación).

- El mantenimiento del producto (de forma que el uso del producto no requiera grandes esfuerzos para el usuario, para lo cual será necesario diseñar el producto con cómodo acceso a sus diferentes puntos para permitir revisiones y sustituciones de piezas).
- La fiabilidad del producto.
- **Prueba de mercado;** una vez superada la fase anterior se efectúa un test en el mercado para evaluar las posibilidades de ventas y así poder extrapolar las posibles ventas y los segmentos de mercado que se alcanzarían.
- **Lanzamiento y comercialización del producto;** fase final tras superar las anteriores, decisión que implica la realización de inversiones importantes para producir a mayor escala el producto y ejecutar el plan de marketing.

De esta forma podríamos resumir que la investigación y el desarrollo son fuentes de avance tecnológico y en consecuencia de mejoras de la productividad, pero su implementación conlleva la asunción de riesgos y altos costes a corto plazo, por lo cual su implantación no es excesiva en las empresas de tipo mediano y pequeño.

3.1.4. El diseño modular. La estandarización del producto.

Por **estandarización** comprendemos la fabricación de las partes de un producto conforme a una norma o estándar específico, sin tener en cuenta donde o cuando van a ser utilizadas, para facilitar que dichas piezas puedan ser intercambiables.

Esta estandarización presenta una serie de ventajas importantes:

- Menos partes de las que ocuparse en el inventario y la manufactura.
- Reducción de costes y tiempos de preparación.
- Optimización de los procesos de compra, manipulación e inspección.
- Posibilidad de realizar pedidos desde el almacén.
- Posibilidad de dirigir y automatizar grandes producciones.
- Posibilidad de desviar inversiones en la mejora del diseño y controles de calidad.

Sin embargo también presenta ciertas desventajas:

- Los diseños pueden ser paralizados con muchas imperfecciones significativas.
- Los costes de los cambios en el diseño hacen rehuir de posibles mejoras.
- Disminuye la variedad de productos al homogeneizarse más sus componentes.

Finalmente podríamos definir el diseño modular como aquél que desarrolla módulos básicos formados por piezas que pueden ser utilizados en una gran variedad de productos, es decir, el que emplea la estandarización de las partes del producto.

3.2. Diseño del proceso productivo.

3.2.1. Introducción.

3.2.2. Capacidad del proceso productivo.

3.2.3. Clasificación de procesos.

3.2.4. La tecnología.

3.2.5. Etapas de la selección del proceso.

3.2.6. La localización del proceso productivo.

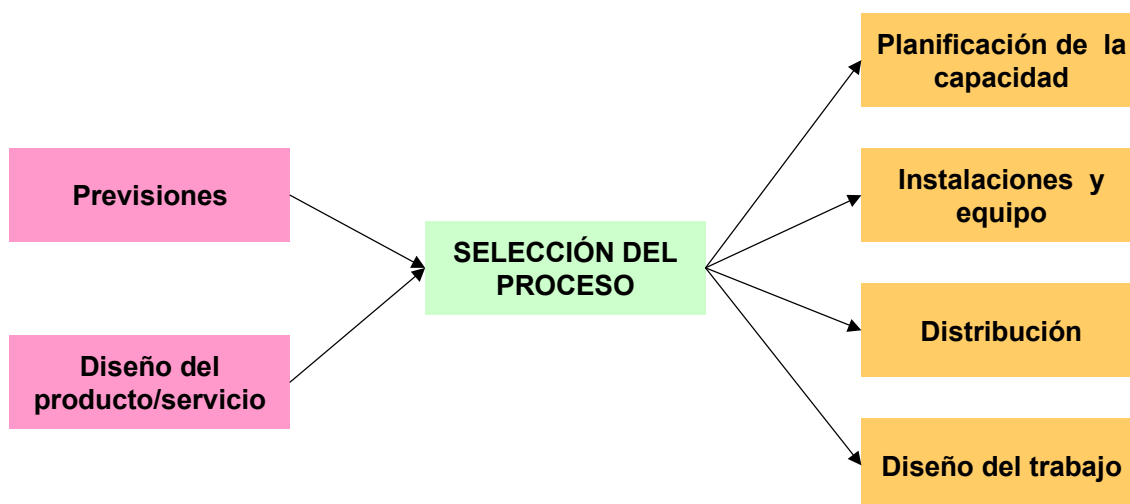
3.2.7. La distribución en planta del proceso productivo (layout).

3.2. Diseño de procesos productivos.

3.2.1. Introducción.

La selección del proceso se refiere al modo que una organización elige como producir sus productos o proporcionar sus servicios. Esencialmente, esto incluye elegir la tecnología y analizar los problemas, y tiene implicaciones importantes en la planificación de la capacidad, la distribución de los equipos e instalaciones, y el diseño del sistema de trabajo.

En la siguiente figura se proporciona una visión global de como la selección del proceso encaja en el diseño del sistema:



La selección del proceso ocurre naturalmente cuando un nuevo producto o servicio comienza a ser planeado. Sin embargo, también ocurre periódicamente debido a cambios tecnológicos en los equipos así como cambios en los productos o servicios.

La primera etapa en la planificación del proceso consiste en resolver el problema de producir o comprar algunos o todos los productos o subcontratar algunos o todos los servicios. En estas decisiones, los factores a considerar son:

- **La capacidad disponible:** si una organización tiene una cantidad disponible, el incrementar esa capacidad o dejar una demanda insatisfecha le puede reportar unos costes mayores que comprar o subcontratar productos o servicios.

- **La experiencia:** si una empresa no dispone o carece de expertos para realizar un trabajo satisfactoriamente, comprar o subcontratar debe ser la alternativa más razonable.
- **La tecnología existente y que puede ser utilizada.**
- **La calidad que se desea.**
- **La naturaleza de la demanda.**
- **Las necesidades de capital.**
- **El coste asociado a las distintas alternativas.**

Si la decisión es fabricar todos o algunos de los productos o prestar todos o algunos de los servicios, el siguiente problema que se plantea es cuál debe ser el tipo de proceso a emplear.

Para definir el tamaño de las instalaciones, en términos de capacidad del sistema productivo, es necesario lo siguiente:

- Definir la unidad de medida.
- Demanda a largo plazo establecida como objetivo.
- Calcular la capacidad del sistema productivo.

Para medir la capacidad de un sistema productivo hay que tener en cuenta el proceso productivo. Si los productos son homogéneos, es posible definirla en términos de unidades terminadas por unidad de tiempo. En otros casos, cuando los productos finales son muy variados, pero se fabrican a partir de pocos componentes, la capacidad puede medirse en términos de unidades de inputs que pueden procesarse.

En el sector de servicios la unidad de medida de la capacidad es más compleja de definir, dado que los tiempos de proceso dependen del cliente, que es una variable exógena. Cuando se mide se utilizan índices como el número de clientes por unidad de tiempo, aunque, como se puede suponer, la precisión que se obtenga de esta forma es variable.

El producto a fabricar no define directamente el proceso a utilizar, aunque, de hecho, para cada producto existe un proceso utilizado con mayor frecuencia. Se debe considerar, por tanto, qué proceso es utilizado en el mercado por la competencia.

Otro factor a considerar es la estrategia a seguir por la empresa; un liderazgo en costes, que implica producción masiva y coste unitario reducido, deberá inclinarse por un proceso en línea; para una estrategia de especialización es más adecuado el flujo intermitente, que permite una producción más diferenciada, aunque el coste será mayor.

Desde un punto de vista económico, la elección del proceso óptimo debe realizarse mediante selección de inversiones con criterios de costes/beneficios.

Existen otros criterios, que influirán en la selección, tales como las necesidades de capital, especialización de la mano de obra, formación administrativa para una correcta gestión, tecnología utilizada, etc.

3.2.2. Capacidad del proceso productivo.

La **capacidad** se define como la cantidad de productos que puede obtenerse en cada período de tiempo, con los recursos disponibles y en condiciones de producción normales (Schroeder, 1992), tomando en consideración también en algunos casos, el tiempo.

No debe confundirse capacidad con el volumen (velocidad real de producción durante un cierto tiempo), pudiéndose hablar de un volumen de producción óptimo o nivel de producción para el cual el beneficio es máximo (ingreso marginal = coste marginal), o de volumen de producción típico para el cual se hace mínimo el coste total medio. Tampoco se ha de confundir con la capacidad pico, que sólo se alcanza durante un período corto de tiempo y supone la cantidad máxima eventual, considerando la adición de factores: horas extraordinarias, más trabajadores, políticas de emergencia productiva, etc.

No es fácil determinar la capacidad de producción, pero sí puede afirmarse que la fábrica ha de contar con una capacidad que le permita hacer frente a las condiciones de la demanda y la competencia del mercado en que opera la empresa.

Capacidad y volumen están muy en relación con la demanda esperada. Por otra parte una adecuada capacidad permite aprovechar las economías de escala que se generan por el incremento del volumen de producción en unidad de tiempo.

Una empresa optará siempre por aquella capacidad productiva que genere el menor coste medio de producción para un nivel de demanda previsto.

Un aspecto bastante relacionado, en principio, con la capacidad productiva es la **dimensión** de la fábrica, pero no deben confundirse en absoluto. La capacidad atiende a la cantidad y variedad de productos fabricados, mientras que la dimensión alude, además de a los productos, a los componentes fabricados internamente; así el capital productivo y el número de trabajadores son aspectos relacionados con la dimensión.

La empresa ha de analizar con rigor la dimensión adecuada para evitar cargas de estructura innecesarias. Es incuestionable que existe una estrecha vinculación entre la dimensión de la empresa y la gestión de la mismas, y en algunos casos con el endeudamiento.

La externalización de actividades o fases del proceso productivo puede suponer un mecanismo de dimensionamiento, siempre que no perjudique el normal desarrollo de la cadena de valor añadido que ha de procurar.

Existen diversos criterios para establecer o medir la dimensión de la empresa:

- **Cantidad y valor de los inputs.** La medida en términos de unidades físicas no favorece la comparación interempresas, por ello la valoración monetaria es más aplicable, al permitir la homogeneización valorativa. Así una empresa será mayor cuanto más valor tengan sus inputs (materias primas, mano de obra, recursos energéticos, I+D, etc.).
- **Criterio del activo fijo.** La empresa que posea más inmovilizado material se considera más dimensionada.
- **Criterio de la capacidad productiva normal.**
- **Criterio de la cifra de ventas.** La mayor facturación determina la mayor dimensión de la empresa, comparativamente hablando.
- **Criterio del valor añadido.** Es muy utilizado en las estadísticas públicas, incluyendo en el concepto del valor añadido aspectos tales como: intereses, salarios, beneficios, no incluyéndose las amortizaciones al no ser homogéneos los métodos aplicados por las diferentes empresas.

Cabe hablar, asimismo, del tamaño de un grupo de empresas, pudiéndose establecer un índice único, por ejemplo el nivel de empleo del grupo en comparación con otros grupos empresariales.

En este orden de cosas cabe plantearse si existe una dimensión óptima. Para Perrouse no hay tal: cuanto mayor pueda ser una empresa, mejor; sin embargo, Robinson entiende que sí hay una dimensión óptima: cuando los costes totales medios se minimizan, existiendo, según este autor, un intervalo en el que la empresa alcanza esa dimensión óptima.

En línea con lo anterior podemos considerar también si tiene alguna razón de ser la pequeña empresa. Las tesis americanas apuntan a que sí sobre la base de tres argumentos:

- Existen zonas de inversión en las que la gran empresa no tiene cabida.
- La empresa pequeña es más adaptable que la grande ante los cambios tecnológicos.
- Existe lo que se denomina subcontratación colaboradora, de forma que ciertas actividades son cedidas por las grandes empresas a unidades empresariales más pequeñas y operativas.

3.2.3. Clasificación de procesos.

Atendiendo al criterio elegido para realizar la clasificación, existen diferentes tipos de procesos:

- **Según el flujo del producto.**

- 1. *Sistemas continuos o de flujo en línea.***

Son sistemas altamente especializados, diseñados para proporcionar volúmenes altos de salidas de uno o pocos productos estandarizados. También suele ser denominada como *producción en masa* o *producción continua*.

Recoge por tanto el proceso por el cual la obtención de los bienes se realiza por una corriente de trabajo ininterrumpida en el tiempo. La producción es continua siempre que funcione la denominada cadena de producción, la cual sería la senda que seguirían los distintos factores hasta convertirse en el producto terminado.

La naturaleza altamente repetitiva de las operaciones conduce a la especialización de los equipos y trabajo. Esta división del trabajo requiere, normalmente, trabajadores poco especializados. Por otra parte, los equipos especializados, a través del gasto, pueden justificar por sus características el que los costes por unidad producida sean relativamente bajos.

Por regla general, tal producción se realiza para inventarios o almacén, más que por órdenes de clientes.

En este tipo de producción los materiales y materias primas entran en un extremo de la línea de producción siguiendo las distintas fases del proceso en las que se realizan las diferentes operaciones, por lo que cada unidad de producto pasa a la operación siguiente en el momento de terminar la operación anterior. Los procesos ininterrumpidos tienen una duración considerable, por lo que los cambios de preparación de las máquinas y útiles se producen a intervalos largos en el tiempo, e incluso no existen en máquinas o líneas de producción de uso

especializado para un determinado tipo de producto.

La mayor parte de los productos elaborados por el sistema de proceso continuo son materias primas, productos básicos o de utilización masiva, por lo que las especificaciones de producción están determinadas y los componentes normalizados.

Una característica muy especial de la producción continua es la interrupción del proceso completo al quedar detenida una de sus operaciones. Aun cuando por las características técnicas del proceso pudieran continuar determinadas operaciones o partes de la línea de producción, el flujo de producción resulta desequilibrado. El coste, por lo tanto, de las interrupciones es muy alto, por lo que es necesario evitar en lo posible la interrupción, y en todo caso tratar de anticiparse adoptando las acciones necesarias para reducir sus consecuencias.

2. Sistemas intermitentes o de flujo intermitente.

Son más generalizados que los anteriores, realizan más adaptaciones para dirigir volúmenes menores de productos que presenta una variedad de requisitos del proceso.

El proceso es realizado por lotes, y el volumen es mucho menor que en los sistemas de flujo en línea.

Estos sistemas están caracterizados por equipos más generales que pueden satisfacer una cierta diversidad de requisitos de procesamiento, trabajadores preparados o semipreparados pueden operar con el equipo y la producción obtenida debe pasar por un control más estrecho que en los sistemas continuos, siendo por todo ello los costes por unidad más elevados que en el caso anterior.

De esta manera, el proceso no requiere continuidad, las interrupciones en la forma de producir no plantean excesivos problemas técnicos y los mismos equipos o talleres pueden ser utilizados en varias operaciones.

La producción intermitente está caracterizada por un **sistema productivo con agrupación en lotes de fabricación**, siendo el sistema utilizado cuando la gama de productos es variada y el volumen de fabricación de cada uno es pequeño respecto a la producción total.

Este tipo de producción puede afectar a productos cuyas especificaciones están estandarizadas, pero el volumen de producción no es lo suficientemente grande para adoptar el sistema de producción continua, por lo que la economía de fabricación adopta el sistema de producción intermitente por lotes.

En determinados casos es necesario utilizar este sistema de fabricación, al ser variables las especificaciones de cada lote de producción, aun cuando se trate de un mismo producto.

Se caracteriza la producción intermitente por las operaciones productivas que se realizan a un determinado lote, en una sección o máquina, pasando éste, una vez completada la fase del proceso, a la fase siguiente. Una vez completadas las operaciones de un lote en cada una de las secciones o máquinas, entra el lote siguiente de especificaciones diferentes, para lo cual puede ser necesaria, en determinadas ocasiones, la nueva preparación de máquinas', útiles e

instrucciones de fabricación.

3. Sistemas por proyectos.

También son denominados sistemas por encargo o pedido. Pueden ser considerados como una modalidad de la producción intermitente, con la característica que se refieren a productos muy específicos, donde el cliente expone las características deseadas del producto.

De esta manera se trata de una producción con un horizonte temporal limitado, donde los trabajos tienen propósitos especiales y complejos, e incluyen un conjunto único de actividades.

En este tipo de proceso el producto final a obtener es único en cada caso, con características, especificaciones, calidades, materiales, dimensiones, etc., distintas a todos los demás productos de su misma denominación. Unicamente tienen de común con otros su finalidad general, aunque su finalidad específica es diferente. Pueden utilizarse en su realización las mismas o análogas tecnologías y los mismos o análogos sistemas, pero el nacimiento de la idea, anteproyecto, proyecto, diseño, planificación del trabajo y recursos utilizados son tan únicos y diferenciados de todos los demás como el producto final mismo.

Dentro de estos proyectos se incluyen construcciones inusuales o grandes, desarrollo de nuevos productos o promociones, planificación y coordinación de misiones especiales, etc.

Debido a su limitada vida y a la naturaleza no repetitiva de las actividades, su coste por unidad suele ser bastante elevado.

Estos procesos de producción están muy en boga en la actualidad, siendo la expresión más moderna las llamadas técnicas **Just In Time (JIT)**, introducidas por las productoras japonesas y aplicadas en la actualidad a procesos históricamente continuos como la fabricación de automóviles.

Los sistemas JIT se basan en la reducción de los proceso de fabricación, aumentando su flexibilidad para adaptar la producción a las necesidades de la demanda, reduciendo costes globales y respondiendo a los cambios de forma efectiva y eficiente.

Los principios clásicos de organización productiva han sido sustituidos por nuevas técnicas, tales como:

- Especialización de plantas industriales más pequeñas, pero más rentables y eficaces, por líneas de producto.
- Organización de la distribución de planta orientada al flujo de materiales.
- Flexibilidad y cambio rápido para fabricar de forma sincrónica y con stocks mínimos.

Detrás del enfoque del JIT subyace la idea de sincronización de las actividades necesarias para prestar servicio al cliente.

Uno de los primeros efectos que se producen en las compañías que han implantado con éxito el JIT, es el incremento de la producción a partir de:

- Desarrollar estrategias para optimizar la utilización de los recursos excedentes (incremento de la cuota de mercado en las líneas de producto, lanzamiento de nuevos productos, etc.).
- Impactos positivos sobre la función de distribución, orientados a:
 - Reducir los costes logísticos (líneas de producción, mal equilibrio, roturas de stocks, etc.).
 - Mejorar el servicio al cliente.
- Optimización del flujo de materiales como objetivo estratégico para incrementar la competitividad (eliminación de grandes almacenamientos, aprovisionamiento por lotes reducidos, incremento del número de envíos por cliente...).

A modo de resumen, en la siguiente tabla se reflejan los tres tipos de procesos según sus características.

CARACTERÍSTICAS		TIPOS DE PROCESOS		
		EN LÍNEA	INTERMITENTE	POR PROYECTOS
PRODUCTO	Tipo de pedido	Continua o en lotes grandes	En lotes	Una sola unidad
	Flujo del producto	Secuencial	Mezclado	Ninguno
	Variedad de productos	Baja	Alta	Muy alta
	Tipo de mercado	En masa	Clientes	Único
	Volumen	Alto	Medio	Una sola unidad
MANO DE OBRA	Habilidades	Bajas	Altas	Altas
	Tipo de tarea	Repetitiva	No rutinaria	No rutinaria
	Salario	Bajo	Alto	Alto
CAPACIDAD	Inversión	Alta	Media	Baja
	Inventario	Bajo	Alto	Medio
	Equipo	Para usos especiales	Para usos generales	Para usos generales

OBJETIVOS	Flexibilidad	Baja	Mediana	Alta
	Costo	Bajo	Mediano	Alto
	Calidad	Consistente	Más variable	Más variable
	Tiempo de procesamiento	Bajo	Mediano	Alto
CONTROL	Control de producción	Fácil	Difícil	Difícil
	Control de calidad	Fácil	Difícil	Difícil
	Control de inventario	Fácil	Difícil	Difícil

- **Según el tipo de pedido.**

1. Proceso para inventario.

Se trata de procesos en los cuales el producto está especificado por el propio fabricante (sistema Pull), teniéndose por lo general costes bajos.

Este tipo de procesos tienen como objetivo equilibrar el inventario, la capacidad y el servicio, presentando sus principales problemas en la dificultad del establecimiento de pronósticos, con lo cual deberá tenerse más cuidado en la planeación de producción y en el control de inventarios.

2. Procesos por pedido.

Son procesos en los que el producto está especificado por el cliente, generalmente a costes más altos (sistema Push).

El objetivo en estos tipos de procesos es administrar los plazos de entrega y la capacidad de producción, ya que hay que cumplir con las entregas, controlando las mismas.

En la siguiente tabla se resume las características de estos dos tipos de procesos.

CARACTERÍSTICAS	TIPOS DE PROCESOS	
	PARA INVENTARIOS	POR PEDIDO
Producto	Especificado por el productor Coste bajo	Especificado por el cliente Coste alto
Objetivo	Equilibrar el inventario, la capacidad y el servicio	Administrar los plazos de entrega y la capacidad
Principales problemas en las operaciones	Preparación de pronósticos Planeación de la producción Control de inventarios	Promesas de entrega Control de entregas

Según la combinación de estos dos criterios de clasificación (según el flujo del producto y el tipo de pedido) se puede establecer seis tipos de procesos distintos. Dentro de una misma empresa, cada producto específico se elabora dentro de uno de estos tipos de procesos.

Debido a la variedad de productos que puede fabricar una empresa, por lo general estará empleando una diversidad de tipos de proceso, por lo cual es normal que en las organizaciones existan varios tipos dentro de las mismas instalaciones físicas.

Algunos ejemplos de distintos tipos de actividades que son frecuentemente realizadas a través de un determinado tipo de procesos son determinados en la tabla siguiente.

	PARA INVENTARIO	POR PEDIDO
FLUJO EN LÍNEA	Refino de petróleo Molienda de harina Enlatadoras Cafeterías...	Líneas de ensamblaje de automóviles Telefónica Servicios eléctricos...
FLUJO INTERMITENTE	Cristalería Muebles...	Hospitales Joyería por pedido...
POR PROYECTO	Casas de especulación Películas comerciales...	Edificios Retratos Barcos Películas...

- **Según el número de productos a obtener.**

Se podría hablar de **procesos de producción simple** y **procesos de producción múltiple**.

Lo normal suele ser el segundo tipo, caracterizado por la producción de varios productos diferenciados y que técnicamente pueden ser interdependientes o no, es decir, que puedan tener en común ciertos factores.

En otras ocasiones, la multiproducción no es más que una acumulación de producciones simples con asignación alternativa de recursos.

Distinguimos tres clases de procesos dentro de la obtención de varios productos.

- **Procesos de producción múltiple independientes**, los cuales se producen en empresas con distintas explotaciones monoproductoras o con distintas cadenas de producción independientes.
- **Procesos de producción múltiple alternativa**, realizados normalmente en empresas que trabajan sobre la base de producción intermitente, donde los problemas son de asignación de la mano de obra y los materiales.
- **Procesos de producción múltiple compuesta**, en los cuales de un mismo proceso se pueden obtener más de un producto o que parte de él sea común a más de un producto.

Estos sistemas de clasificación son útiles, por un lado, para categorizar distintos tipos de problemas de decisión que surgen en el ámbito operativo (decisiones de costes, calidad, producción y control de inventarios...), y por otra parte, pueden usarse para llevar a cabo la selección del proceso productivo.

3.2.4. La tecnología.

La tecnología debería ser planificada y controlada, para así profundizar en la mejor comprensión de sus efectos ambientales, sociológicos y psicológicos y, en consecuencia, valorar sus costes sociales, con objeto de minimizar los efectos negativos.

La tecnología como tal, es un elemento esencial del proceso económico y, también, un factor crítico de la competitividad industrial, que constituye uno de los pilares fundamentales sobre los cuales se apoya la rentabilidad y el crecimiento de las empresas y, por tanto, resulta ser una condición esencial para su conservación y perpetuidad.

Incluso podríamos afirmar que las más importantes empresas industriales deben su origen y supervivencia a una correcta aplicación de la tecnología al desarrollo de nuevos productos y a la mejora de los procesos de fabricación.

La tecnología es un concepto ambiguo, lo que dificulta su delimitación; no obstante, se la puede definir como un método (o procedimiento) para hacer algo. En esta definición incluimos los medios vinculados al procedimiento (instrumentos, herramientas y máquinas) y la clase de materiales que se transforman, pero también los conocimientos científicos (u otro conocimiento organizado) aplicados a su puesta en práctica.

La tecnología tiene dos componentes:

- 1) Un problema a resolver, un objetivo, un producto; en resumen, algún resultado deseado.
- 2) Un conjunto de actividades; esto es, las maneras, medios o métodos a través de los cuales lograr ese resultado deseado.

Ahora bien, no basta con conocer un procedimiento que se pueda aplicar a la solución de un problema o al logro de un objetivo, sino que hay que buscar el procedimiento más eficiente de entre los varios posibles.

Tipos de Tecnología.

La clasificación habitual de las tecnologías hace referencia al grado de intervención humana en el proceso productivo y a su capacidad de control.

- Tecnología manual, en la que el trabajo y el control lo realiza el hombre.
- Tecnología semiautomática, en la que el trabajo lo realiza la máquina y el control el hombre.
- Tecnología automática, en la que tanto el trabajo como el control lo realiza la máquina.

Selección de Tecnología.

La elección de tecnología es una decisión, a veces, difícil, y de largo plazo, debiéndose considerar como estratégica dentro de la empresa.

Los aspectos más importantes a tener en cuenta son los siguientes:

- Criterios económicos, ya que constituye una inversión.
- Economía de experiencia, difícil de evaluar antes de conocer el funcionamiento concreto.
- Aspectos estratégicos, ya que las razones de mercado pueden imponerse a la rentabilidad de la inversión.

- Necesidad de innovar, ya que la no-adopción de la tecnología adecuada puede suponer desventajas competitivas al no estar al día.
- Aspectos técnicos, especialmente la calidad.
- Compatibilidad con los equipos y medios existentes, sobre todo, humanos (Formación en mantenimiento de equipos, etc.).
- Compatibilidad Medioambiental.

3.2.5. Etapas de la selección del proceso.

La selección del proceso puede considerarse como la suma de una serie de decisiones que afectan a la posibilidad teórica de fabricar el producto, el recorrido que éste debe seguir, la naturaleza general del sistema de fabricación y los medios específicos que han de emplearse. Estas decisiones las podríamos dividir en:

- **Decisiones tecnológicas en la selección del proceso.**

Dentro de las decisiones tecnológicas incluimos:

- 1) **La elección tecnológica primaria.** La cuestión básica es: ¿puede fabricarse el producto o prestarse el servicio?, ¿existe la tecnología adecuada a tal fin?.
- 2) **La elección de la tecnología secundaria.** Consiste en determinar cual de los distintos tipos de procesos de transformación posibles va a ser el utilizado. Al igual que la elección anterior, se requiere personal especializado, pero en esta segunda, además es importante tener en cuenta las orientaciones que proporcionan los departamentos de producción, marketing y la dirección general, bajo la forma de objetivos de mercado, objetivos generales, previsiones a largo plazo, etc., puesto que estos factores van a delimitar la sofisticación del equipo seleccionado.

- **Elección del equipo específico.**

En la elección del equipo específico deben considerarse la marca y el modelo del equipo a seleccionar. En este caso, entran en juego, las técnicas de análisis de inversión para evaluar factores cuantificables tales como coste inicial, costes de explotación por unidad y planes de amortización.

Además de estas consideraciones, la dirección de la empresa también debería tomar en cuenta otros factores subjetivos, tales como:

- a) La flexibilidad para adaptarse a cualquier posible cambio introducido en el producto y admitir la inclusión de otros medios de fabricación adicionales.
- b) La disponibilidad de recambios y utillajes especiales.
- c) Ayuda y asesoramiento del proveedor en el montaje y la puesta en marcha.
- d) Formación especial de la mano de obra que ha de utilizar los diferentes equipos o máquinas.
- e) El mantenimiento y las reparaciones normales.
- f) La seguridad del equipo.

- **Elección del flujo de proceso.**

Por último, la elección del flujo del proceso debe ser considerada en sus diversos aspectos y en la interrelación estrecha que mantiene con la elección de la tecnología secundaria y la elección del equipo específico.

Parece lógico, que salvo que se preste la atención adecuada al flujo de proceso, difícilmente se podrán determinar la clase y número de máquinas necesarias. Una razón por la cual se considera a esta elección en este punto podría ser por el carácter recurrente de la misma.

Los elementos a emplear para tratar de determinar el flujo adecuado son múltiples, pero los más utilizados son:

- 1) **El esquema de montaje:** es la visión ampliada del producto en términos de sus diversos componentes.
- 2) **El gráfico de montaje:** basándose en la información proporcionada por el esquema de montaje, establece la forma en que las diversas piezas deben acoplarse, el orden en que debe tener lugar y la manera en que ha de efectuarse el suministro de materiales, entre otras cosas.
- 3) **Las hojas de ruta:** se utilizan para especificar las diversas fases de fabricación a la que ha de ser sometido un producto o servicio dado e incluye información tal como la clase de máquinas y herramientas a emplear y las operaciones necesarias.
- 4) **El diagrama de flujo:** valiéndose de los símbolos establecidos por la ASME (Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos) indica las transformaciones experimentadas por el producto o servicio a medida que va pasando por las sucesivas fases de fabricación.

Como regla general, cuanto menores sean las esperas y períodos de almacenamiento durante el proceso mejor es el resultado. Los símbolos empleados habitualmente son los siguientes:



OPERACIÓN. Se cambian intencionadamente alguna de las características físicas o químicas de un objeto, se ensambla con otro o se desarma, se dispone o prepara para otra operación, transporte, inspección o almacenamiento.



TRANSPORTE. Se mueve un objeto desde un lugar a otro, sin que sea parte integral de una operación o inspección.



INSPECCION. Se examina un objeto para su identificación o para comprobar la calidad o cantidad.



ALMACENAMIENTO. Se mantiene un objeto bajo condiciones controladas.



DEMORA. Cuando las condiciones no permiten la realización del siguiente paso previsto.

3.2.6. La localización del proceso productivo.

3.2.6.1. La necesidad y naturaleza de las decisiones de localización.

3.2.6.2. Procedimiento general para la elección de la localización.

3.2.6.2.1. Factores que afectan a las decisiones de localización.

3.2.6.2.2. El método descriptivo para la elección de la localización.

3.2.6.2.3. El método del transporte.

3.2.6.3. La localización en las empresas de servicios/detallistas y profesionales.

3.2.6. La localización del proceso productivo.

La decisión de localización consiste en la determinación del lugar que, considerando todos los factores, ocasionará el máximo beneficio posible, proporcionando a su vez la máxima satisfacción de los clientes.

La elección del lugar y sitio es previa a la distribución en planta, y al diseño del edificio y su distribución interna.

La decisión de localización de la empresa es de vital importancia pues requiere una inmovilización de los recursos financieros a largo plazo, además de afectar a la capacidad competitiva de la empresa.

En la selección del lugar intervienen una serie de variables que más adelante se enumeran. Para poder valorarlas es necesario disponer de unas ubicaciones previas y establecer su comparación. La relación de variables a considerar se pueden clasificar en:

- Recursos Humanos, disponibilidad, cualificación, nivel de disponibilidad de viviendas y grado de sindicación.
- Recursos materiales, disponibilidad de materias primas y energía, y su coste. Facilidad de transporte.
- Capital, subvenciones y ayudas.
- Servicios en general, servicios reparaciones, bancarios, informáticos, públicos, etc.

En caso de una empresa de servicios, dos factores muy importantes son los siguientes:

- El tamaño del mercado próximo al servicio
- La proximidad de los clientes.

3.2.6.1. La necesidad y naturaleza de las decisiones de localización.

La elección de la localización de una empresa y por lo tanto de su proceso productivo representa una parte integral del proceso de planificación estratégica de la empresa.

La empresa puede tomar esta decisión de diferentes maneras:

- Como una **estrategia de marketing**, considerando su localización como una ayuda al incremento de las ventas.
- Como una **necesidad de expansión**, cuando la empresa experimenta un incremento de la demanda de sus productos, de manera que con la nueva localización se complete el sistema existente.

- Como una **respuesta a la depresión de sus inputs básicos**, como por ejemplo una disminución de las materias primas necesarias.
- Como **respuesta a un cambio de los mercados**, trasladando la organización a un lugar donde los negocios sean más atractivos.
- Como **respuesta a la obsolescencia de las instalaciones**.
- Como **respuesta a presiones de la competencia**.
- Debido a **fusiones y adquisiciones de otras empresas**.

La naturaleza de estas decisiones puede quedar inscrita en dos aspectos fundamentales.

- **La importancia de las decisiones de la localización.**
Esta decisión es vital para el diseño del sistema de producción, debido a que:
 - Trae consigo un compromiso a largo plazo;
 - Tiene un impacto en los costes e ingresos operativos, así como sobre las propias operaciones.
- **Los objetivos de las decisiones de la localización.**
Básicamente el objetivo de la decisión es alcanzar un beneficio potencial, aunque las organizaciones 'nonprofit' tratan de obtener un equilibrio entre los costes y el nivel de servicios que se quiere proporcionar al cliente.

De esta manera, la empresa se instalará donde el coste de materia prima, mano de obra y del transporte sean más bajos (liderazgo de costes) y en el lugar que le permita conseguir sus prioridades competitivas (mejor nivel del servicio, menor tiempo de entrega, mano de obra mejor cualificada...).

En cuanto a las alternativas que se presentan, se pueden destacar:

- Ampliación sobre el emplazamiento actual.
- Establecimiento de nuevas sucursales.
- Cierre de la instalación actual y búsqueda de un emplazamiento nuevo.

3.2.6.2. Procedimiento general para la elección de la localización.

El modo en que una empresa toma la decisión de su localización depende mucho de su tamaño y de la naturaleza y ámbito de sus operaciones, pero un proceso general para la toma de la decisión de localización comprenderá las siguientes etapas:

- Determinar los criterios a utilizar para evaluar las diferentes alternativas de localización (incremento de ingresos, mejora de servicios al cliente...).
- Identificar los factores que son importantes o dominantes para la toma de la decisión derivados de los objetivos estratégicos de la empresa (localización de los mercados, localización de la materia prima...), así como los factores secundarios (deseables pero no imprescindibles).
- Desarrollo de las alternativas de localización:
 - Identificar una región general para la localización.
 - Identificar un número adecuado de alternativas dentro de esa región.
- Evaluar las distintas alternativas mediante un análisis detallado, que recoge toda la información sobre cada posible localización y la evalúa tanto desde el punto de vista cuantitativo (p.e. coste del transporte) como de forma cualitativa (p.e. clima político).
- Realizar la elección, tras haber determinado una o varias localizaciones válidas.

De esta forma una manera de tomar la decisión de localización es partir de la propia necesidad de localización (acceder a una nueva instalación o una existente, tras haber desechado otras posibles soluciones). Tras esta necesidad se crea un equipo multifuncional que debe recopilar toda la información interna y externa y visitar los posibles emplazamientos.

Toda esa información se sintetizará en distintos niveles geográficos (regional/internacional en un macroanálisis, comunidad o ciudad en microanálisis, y finalmente la elección del lugar concreto).

3.2.6.2.1. Factores que afectan a las decisiones de localización.

La decisión de localización de una organización puede seguir dos enfoques:

- **El enfoque subjetivo.**

En este tipo de enfoque no se realiza propiamente ningún estudio riguroso de localización, pudiéndose dividir en otros tres enfoques:

- **Antecedentes del sector.** La nueva instalación se localiza en una zona que halla sido elegida anteriormente por otras empresas del mismo sector.
- **Factor preferencial.** La localización se decide de acuerdo la preferencia que más influye en la persona que ha de tomar la decisión.
- **Factor dominante.** Puede existir una variedad amplia de factores, pero hay un determinado factor que predomina sobre los demás y limita el número de posibilidades de elección a evaluar. Algunos de estos factores influyentes son:
 - La localización de la empresa cerca de los mercados para sus productos o servicios (outputs), factor vital cuando:
 - La cercanía de la localización determina donde el cliente consume los productos o servicios.
 - Los costes de transporte desde la empresa a los mercados son muy elevados.
 - Cuando los productos finales sean perecederos.
 - Cuando el transporte del producto presente el riesgo de rotura debido a la fragilidad de aquél.
 - Cuando la empresa trabaja por encargo.
 - La localización de la empresa cerca de las fuentes que originan sus inputs o entradas. Así, la localización cerca de zonas donde existan las materias primas utilizadas en el proceso puede ser vital en el caso de industrias extractivas, así como la localización cerca de zonas donde exista una mano de obra cualificada o barata puede ser otro factor decisivo.
 - Los requisitos del proceso. Cuando el proceso es analítico (la materia prima se descompone dando lugar a varios productos) la empresa tiende a situarse cerca de los inputs, mientras que cuando el proceso es sintético (varios materiales y componentes se unen para formar un solo producto) la empresa tiende a situarse cerca de los mercados.
 - Factores legales y tributarios. La empresa tiende a situarse en zonas industriales en las que los precios sean atractivos y existan exenciones fiscales.
 - Disponibilidad de locales, instalaciones o terrenos.

- Existencia de infraestructura adecuada para el tipo de proceso productivo a realizar.
- Factores geográficos o del entorno, cuando éstos influyan decisivamente en el producto o servicio prestado.

- ***El enfoque objetivo.***

En este tipo de enfoque se parte de una comparación del perfil de la empresa con el plan estratégico de la misma, lo cual no sirve para tomar la dirección básica para generar localizaciones factibles a tener en cuenta.

Este tipo de enfoque se plantea en cuatro etapas, cada una influenciada por diferentes factores:

- ***Elección del mercado regional.***

- El mercado potencial (concentraciones y tiempos de entrega).
- La cuota del mercado (número de competidores en la zona).
- Los costes operativos a nivel regional.

- ***La elección de la subregión.***

- Los costes y disponibilidad de materias primas, mano de obra y energía.
- Los sistemas de transporte existentes.
- La influencia climática cuando afecta a los costes de producción.
- Las políticas de impuestos y otras influencias legales estatales.

- ***La elección del municipio.***

- Preferencias de los mandos de la empresa.
- Servicios e infraestructuras existentes.
- Gobierno e impuestos locales.
- Disponibilidad de terrenos.
- Financiación y atractivos económicos.
- Población de la localidad y alrededores.
- Nivel adquisitivo de la población.

- ***Elección del lugar específico dentro de la localidad.***

- Condiciones del terreno y urbanización en caso de construcción.
- Condiciones del local y coste de su alquiler o compra en caso de local ya existente.
- Flujo de peatones, importante en caso de empresas de servicios.
- Situación de los competidores.

3.2.6.2.2. El método descriptivo para la elección de la localización.

Existen varios métodos para elegir las diferentes alternativas a la hora de tomar la decisión de localización de la empresa, existiendo tres grandes grupos: los métodos de macroanálisis, los métodos de microanálisis y los métodos heurísticos.

El método descriptivo se incluye en el primer grupo. Dicho método trata de combinar factores tangibles e intangibles, y consiste en desarrollar una escala de categorías para cada uno de esos factores, de manera que un juicio a priori subjetivo se pueda convertir en algo cuantificable.

Los pasos a seguir para desarrollar este método son:

- Preparar una lista de los factores que se consideren importantes para la toma de la decisión de localización de la empresa.
- Asignar a cada factor un valor de ponderación que refleje su importancia relativa frente al resto de factores.
- Asignar una escala común a los factores, estableciendo un valor mínimo y uno máximo, y asignarle a cada factor un valor para las diferentes alternativas.
- Multiplicar los valores asignados a los factores por sus ponderaciones respectivas.
- Sumar los puntos de cada factor obtenidos en el paso anterior para cada una de las alternativas o ubicaciones, de manera que la opción a elegir sea la que tenga un mayor valor.

Este procedimiento puede resumirse con la siguiente ecuación:

$$V_j = \sum_{i=1}^m P_i F_{ij}$$

para $j = 1, 2, \dots, n$; y donde:

V_j representa el valor total para la localización j ;

P_i la ponderación para el factor i ;

F_{ij} valor para el factor i en la localización j ;

n número de localizaciones; y

m número de factores.

Se trata, como se observa, de un modelo aditivo, aunque en algún caso puede resultar más útil utilizar un modelo descriptivo multiplicado, en el que el valor para la localización j se calcularía con la fórmula:

$$V_j = \prod_{i=1}^m F_{ij}^{P_i}$$

para $j = 1, 2, \dots, n$; y donde las distintas variables mantienen el significado designado anteriormente.

3.2.6.2.3. El método del transporte.

El problema de la localización de una empresa puede formularse como un problema de programación lineal, en el cual se pretende minimizar el coste del transporte desde unos centros de producción u orígenes hasta una serie de destinos (centros de consumo, almacenes, fábricas...). Este método también es conocido como el algoritmo de Hitchcock.

El problema parte de una serie de destinos D_j ($j = 1, \dots, n$) y una serie de orígenes O_i ($i = 1, \dots, m$). Cada origen tiene asignado una cantidad de disponibilidades y cada destino una serie de necesidades.

De esta manera se intentan minimizar el coste del transporte:

$$Z(\min) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Se plantean las siguientes **restricciones**:

- satisfacción de las necesidades de la demanda:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq D_j \quad \text{para } j=1, 2, \dots, n$$

- disponibilidad de la oferta:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq O_i \quad \text{para } i=1, 2, \dots, m$$

- no negatividad:

$$x_{ij} \geq 0$$

El método se basa en las siguientes **hipótesis**:

- ofertas, demandas y costes positivos o nulos:
 O_i, D_j y $C_{ij} \geq 0$
- oferta total (O_T) debe ser igual a la demanda total (D_T):
 - Si $O_T \geq D_T \Rightarrow$ crear una demanda ficticia D_{fict} por la diferencia.
 - Si $O_T \leq D_T \Rightarrow$ crear una oferta ficticia O_{fict} por la diferencia.

En ambos casos, el coste directo que se asociaría a cada una de esas casillas ficticias sería igual a 0.

Si existiera alguna ruta imposible (no se puede llevar mercancía de un origen concreto a un destino particular) la casilla correspondiente se penalizaría con un coste directo M muy alto.

Para explicar el desarrollo del algoritmo nos basaremos en un ejemplo en el que disponemos de tres orígenes o fábricas: O_1, O_2, O_3 y de cinco destinos D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 . A cada origen se le asocia una producción posible, mientras que a los destinos se les supone una demanda dada. Dichos valores se colocan en la última columna y la última fila de la matriz inicial.

En la siguiente matriz con los datos iniciales del problema, donde se muestran en las casillas los costes directos del transporte de una unidad desde el origen i hasta el destino j .

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1	2	2	5	3	15.000
O2	1	4	3	2	2	25.000
O3	3	3	2	1	1	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

Se ha de cumplir que la demanda total D_T y la oferta total O_T sean iguales. Esta condición se cumple en el ejemplo que tratamos:

$$D_T = 10.000 + 10.000 + 8.000 + 14.000 + 13.000 = 55.000$$

$$O_T = 15.000 + 25.000 + 15.000 = 55.000$$

Si no se verificara la condición inicial, como habíamos comentado en las hipótesis iniciales, se habría de colocar una fila o columna ficticia que absorbería ese exceso de demanda o de oferta.

El primer paso para buscar la solución del problema es encontrar la **solución básica**, para lo cual existen tres métodos:

- Esquina noroeste.
- Costes mínimos.
- Aproximación de Vogel.

Nosotros trataremos el **método de la esquina noroeste**, el cual es el más sencillo para la primera aproximación, aunque nos deja más alejados de la solución óptima.

El método consiste en introducir por la casilla o esquina noroeste (superior izquierda) la cantidad máxima posible de oferta en función de la demanda capaz de ser absorbida por esa casilla, completando el resto de la tabla a partir de ese valor.

La siguiente tabla muestra la distribución hecha mediante este método en el ejemplo tratado:

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 10.000	2 5.000	2	5	3	15.000
O2	1	4 5.000	3 8.000	2 12.000	2	25.000
O3	3	3	2	1 2.000	1 13.000	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

En cada casilla, además de la distribución de la oferta de cada origen para el destino correspondiente, se coloca en la esquina superior izquierda el coste directo del transporte de una unidad (C_{ij}).

Una vez que se ha realizado la primera distribución, se ha de comprobar que se cumple la condición siguiente: el número de casillas ocupadas ha de ser igual a $m + n - 1$, en este caso $3 + 5 - 1 = 7$, condición que se cumple en este caso.

Si no se diera este caso estaríamos hablando de una solución degenerada, para lo cual habría que realizar un proceso de regeneración, el cual será explicado más adelante.

Habíamos comentado que existen otros métodos para el cálculo de la solución básica. Describiremos brevemente a continuación el **método de aproximación de Vogel**:

- Calcular la diferencia entre los menores costes directos (C_{ij}) de cada fila y columna.
- Seleccionar la mayor de todas las diferencias y asignar la mayor cantidad posible a la casilla de menor coste directo.
- Eliminar, si procede, la fila o columna saturada.
- Repetir el proceso hasta que no se puedan calcular más diferencias.

El siguiente paso en la resolución del problema es la búsqueda de la solución óptima, para lo cual, al igual que ocurría con la solución básica, existen varios métodos:

- Método del paso a paso (Stepping Stone).
- Método de distribución modificada (MODI).
- Método de los costes indirectos.

Nosotros utilizaremos este último método, el de los **costes indirectos**. Para ello mostramos a continuación una casilla tipo (ij) de la matriz a utilizar con sus componentes:

C_{ij}	Z_{ij}
Cantidad asignada	
	W_{ij}

con los siguientes significados:

- C_{ij} = coste directo.
- Z_{ij} = coste indirecto.
- W_{ij} = coste o rendimiento marginal = $C_{ij} - Z_{ij}$.

Para proceder a la resolución nos basamos en las siguientes premisas:

- Las casillas ocupadas de la solución base (tabla o matriz base) tienen rendimiento marginal nulo (es decir, los costes directos e indirectos de las mismas son iguales, $C_{ij} = Z_{ij}$). Esto ocurrirá en adelante con todas las casillas que estén ocupadas.
- La diferencia de rendimientos indirectos (Z_{ij}) entre filas y/o columnas paralelas es constante.

De esta manera asignamos los costes indirectos y marginales de las casillas ocupadas y calculamos los del resto de casillas, obteniendo para el ejemplo la siguiente matriz:

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 1 10.000 0	2 2 5.000 0	2 1 1	5 0 5	3 0 3	15.000
O2	1 3 -2	4 4 5.000 0	3 3 8.000 0	2 2 12.000 0	2 2 0	25.000
O3	3 2 1	3 3 0	2 2 0	1 1 2.000 0	1 1 13.000 0	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

A continuación debemos comprobar si se ha alcanzado la solución óptima. Para ello todos los rendimientos marginales deben ser positivos o nulos (≥ 0). Sin embargo, en este caso comprobamos como la casilla (21) tiene un rendimiento marginal -2 , lo que indica que podemos ahorrarnos 2 unidades monetarias por cada unidad que enviemos por esa ruta, por lo que no estamos en la solución óptima.

Para seguir con el proceso se ha de reasignar los valores de las casillas, introduciendo en aquella con rendimiento marginal más negativo una cantidad ϑ , cuyo valor hemos de hallar, y cuadrar las asignaciones.

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 1 10.000 - ϑ 0	2 2 5.000 + ϑ 0	2 1 1	5 0 5	3 0 3	15.000
O2	1 3 ϑ -2	4 4 5.000 - ϑ 0	3 3 8.000 0	2 2 12.000 0	2 2 0	25.000
O3	3 2 1	3 3 0	2 2 0	1 1 2.000 0	1 1 13.000 0	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

Además de introducir ϑ hay que restar ese valor del resto de casillas afectadas para mantener el equilibrio. En nuestro caso ϑ valdrá 5.000 como máximo (no puede haber casillas con asignaciones negativas). Una vez introducida esta cantidad y compensadas el resto de casillas, se procede a recalcular los costes indirectos y marginales. De esta forma la matriz quedaría:

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 1 5.000 0	2 2 10.000 0	2 3 -1	5 2 3	3 2 1	15.000
O2	1 1 5.000 0	4 2 2	3 3 8.000 0	2 2 12.000 0	2 2 0	25.000
O3	3 0 3	3 1 2	2 2 0	1 1 2.000 0	1 1 13.000 0	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

De nuevo existe una casilla (1,3) con el rendimiento marginal negativo, con lo cual hay que repetir el proceso.

Se debe tener siempre en cuenta que se debe cumplir la condición $m + n - 1 =$ número de filas ocupadas, ya que si no habría que regenerar, como explicaremos en el siguiente ejemplo.

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 1 5.000 - \varnothing 0	2 2 10.000 0	2 3 \varnothing -1	5 2 3	3 2 1	15.000
O2	1 1 5.000 + \varnothing 0	4 2 2	3 3 8.000 - \varnothing 0	2 2 12.000 0	2 2 0	25.000
O3	3 0 3	3 1 2	2 2 0	1 1 2.000 0	1 1 13.000 0	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

Por lo tanto de nuevo introducimos un valor \varnothing en esa casilla, valor que de nuevo ha de ser igual a 5.000 (valor máximo a compensar en la casilla (1,1) y que nos dejará la matriz, según los mismos criterios del paso anterior de la siguiente manera:

	D1	D2	D3	D4	D5	
O1	1 0 0	2 2 10.000 0	2 2 5.000 0	5 1 4	3 1 2	15.000
O2	1 1 10.000 0	4 3 1	3 3 3.000 0	2 2 12.000 0	2 2 0	25.000
O3	3 0 3	3 2 1	2 2 0	1 1 2.000 0	1 1 13.000 0	15.000
	10.000	10.000	8.000	14.000	13.000	

Como se comprueba, ninguna casilla posee un rendimiento marginal negativo, además de cumplirse que el número de casillas ocupadas es igual al número de filas más el número de columnas menos uno (7 en este caso), de manera que hemos alcanzado una distribución óptima.

El coste total de esta asignación será:

$$C_T = (2 \cdot 10.000 + 2 \cdot 5.000) + (1 \cdot 10.000 + 3 \cdot 3.000 + 2 \cdot 12.000) + (1 \cdot 2.000 + 1 \cdot 13.000)$$

$$C_T = 88.000 \text{ u.m.}$$

Puede existir una distribución alternativa con el mismo coste, pero no con un coste inferior.

A continuación mostraremos un ejemplo en el que exista **degeneración** (no se cumple que el número de casillas asignadas es igual a $(m+n+1)$ y explicaremos el proceso a seguir en estos casos.

Supongamos un problema que nos lleva a la siguiente matriz con los datos orígenes del problema:

	D1	D2	D3	
O1	7	8	8	4
O2	3	7	2	3
O3	9	5	10	3
	2	2	6	

donde los valores de las casillas (i,j) representan los costes directos unitarios de transportar una unidad desde el origen i hasta el destino j, mientras que la última columna representa la cantidad de producción u oferta del origen i y la última columna la cantidad de demanda del destino j, como ya sabíamos.

Se observa que la oferta total es igual a la demanda total, por lo que no hay que introducir ningún origen ni destino ficticio.

De esta forma pasamos a realizar la primera asignación para determinar la solución básica mediante el método de la casilla noroeste, con lo cual obtenemos la siguiente tabla:

	D1	D2	D3	
O1	7 2	8 2	5	4
O2	3	7	2 3	3
O3	9	5	10 3	3
	2	2	6	

Se observa como en este caso el número de casillas ocupadas (4) no es igual a $m + n - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$, con lo cual existe degeneración.

Debemos por lo tanto ocupar una casilla para cumplir dicha condición básica. Para ello se introduce en una casilla una cantidad ϵ (pequeña y despreciable) sin significado económico pero de utilidad algorítmica.

En principio podría introducirse en cualquier casilla, pero para introducir épsilon (ϵ) se sigue el siguiente criterio:

1. se aplica el método de los costes indirectos hasta que sea posible.
2. la ϵ se introduce en la casilla de menor coste directo de las que han quedado sin poder calcular el coste indirecto.
3. si hace falta más de un ϵ , se utilizarán $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$

	D1	D2	D3	
O1	7 7 2 0	8 8 2 0	5	4
O2	3	7	2 2 3 0	3
O3	9	5	10 10 3 0	3
	2	2	6	

En este caso la casilla con menor coste directo es la (2,1), luego en ella introduciremos ϵ . En esa casilla se cumplirá que el rendimiento marginal es igual a cero, y a partir de ahí continuaremos rellenando la tabla.

	D1	D2	D3	
O1	7 7 2 0	8 8 2 0	5 6 -1	4
O2	3 3 ϵ 0	7 4 3	2 2 3 0	3
O3	9 11 -2	5 12 -7	10 10 3 0	3
	2	2	6	

Observamos que existen costes marginales negativos, con lo cual no hemos llegado a la solución óptima, de manera que hay que introducir una cantidad θ en la casilla con rendimiento marginal más negativo (3,2) y seguir aplicando el método de los costes indirectos hasta alcanzar la solución óptima.

Dando a θ el valor 2 de la casilla (1,1) obtendríamos la siguiente tabla, en la que ya no existe degeneración:

	D1	D2	D3	
O1	7 7 2 0	8 0 8	5 5 2 0	4
O2	3 3 0	7 -3 10	2 2 3 0	3
O3	9 12 θ -3	5 5 2 0	10 10 1 0	3
	2	2	6	

Al existir un coste marginal negativo (3,1) debemos seguir desarrollando el método de los costes indirectos hasta alcanzar la solución óptima, lo cual se muestra en las siguientes tablas:

	D1	D2	D3	
O1	7 7 1 0	8 3 5	5 5 3 0	4
O2	3 4 0 -1	7 0 7	2 2 3 0	3
O3	9 9 1 0	5 5 2 0	10 7 0 3	3
	2	2	6	

	D1	D2	D3	
O1	7 6 1 0	8 2 6	5 5 4 0	4
O2	3 3 1 0	7 -1 8	2 2 2 0	3
O3	9 9 1 0	5 5 2 0	10 8 0 2	3
	2	2	6	

Hemos llegado en esta última tabla a la distribución óptima, con un coste total de 46 u.m.

Como resumen al método de transporte mostramos a continuación el esquema básico del algoritmo para la resolución de este tipo de problemas:

A continuación mostramos una serie de problemas cuya solución se propone calcular al lector empleando el método descrito.

♦ **Problema 1.**

Las fábricas F1 y F2 de una empresa suministran un producto a los almacenes distribuidores A1, A2 y A3, de la misma empresa. La capacidad máxima de fabricación de F1 y F2 es, respectivamente, de 400.000 y 250.000 unidades, y las necesidades de los almacenes receptores asciende, respectivamente, a 100.00, 150.000 y 300.000 unidades. Además, dada la escasa producción de la fábrica 2, ésta debe trabajar al 100% de su capacidad y no es posible que traslade unidades al almacén 3, ya que no existen rutas por las que puedan pasar los camiones.

Los productos se transportan en cajas de 100 unidades y los costes originados por el traslado de una caja pueden considerarse proporcionales a las distancias entre los puntos de origen y los destinos, los cuales aparecen en la tabla siguiente.

	A1	A2	A3
F1	10	30	20
F2	5	15	-

De acuerdo con la información anterior, se desea conocer la distribución óptima que minimice los costes del transporte.

♦ **Problema 2.**

Las ciudades de Barcelona, Madrid, Valencia y Sevilla cuentan cada una con un acuario abastecido por una empresa que dispone de cuatro piscifactorías.

La demanda de los acuarios localizados en Barcelona, Madrid, Valencia y Sevilla es de 15.000, 10.000, 45.000 y 25.000 peces respectivamente y la capacidad de producción de cada una de las factorías de peces es de:

- Piscifactoría 1 = 10.000
- Piscifactoría 2 = 35.000
- Piscifactoría 3 = 25.000
- Piscifactoría 4 = 25.000

Asimismo se sabe que los costes de transporte desde las diferentes piscifactorías a los distintos acuarios varía considerablemente. El traslado de un pez de cada una de las piscifactorías hasta Barcelona supone un coste de 2, 0, 10 y 5 u.m. por unidad respectivamente; sin embargo, los costes unitarios en los que se incurre por el traslado de un pez de cada piscifactoría hasta Madrid son de 3, 11, 20 y 7 u.m. respectivamente. Mientras que si el recorrido es hasta Valencia, dichos costes unitarios ascenderán a 2, 12, 30 y 7 u.m. respectivamente. Por último el transporte de los peces hasta Sevilla supone unos costes unitarios de 5, 17, 40 y 11 u.m. respectivamente.

Se pide plantear, resolver e interpretar el problema de transporte asociado a la situación expuesta.

♦ **Problema 3.**

Una empresa debe abastecer a tres zonas geográficas, Z1, Z2 y Z3, que demandan respectivamente 4.000.000, 2.000.000 y 6.000.000 unidades físicas semanales. Para ello la empresa cuenta con dos centros suministradores, S1 y S2, de capacidades máximas respectivas de 2.000.000 y 5.000.000 unidades físicas semanales.

Dada la escasa demanda de las zonas 1 y 2, la empresa se ha propuesto suministrarle todas las unidades solicitadas. Siendo los costes unitarios de transporte, expresado en miles de unidades monetarias, los que se muestran en la siguiente tabla, plantear y resolver el plan de distribución óptimo.

	Z1	Z2	Z3
	3	15	18
S2	2	20	10

3.2.6.3. La localización en las empresas de servicios/detallistas y profesionales.

Para la localización de estas empresas, el factor fundamental es, como en el resto, la maximización de ingresos, para lo cual se han de considerar:

- El volumen del negocio.
- Los ingresos potenciales en la zona.

Estos aspectos vendrán a su vez influenciados por una serie de factores, entre los que se pueden destacar:

- El poder de compra de los consumidores del área.
- El servicio e imagen compatible con la demografía de los consumidores del área.
- La competencia en el área.
- La calidad en el área.
- Las particularidades de las localizaciones de la empresa y de los competidores.
- La calidad física de las instalaciones y negocios vecinos.
- Las políticas de operaciones de la empresa.
- La calidad de la gestión.

3.2.7. La distribución en planta del proceso productivo (Layout).

3.2.7.1. Introducción.

3.2.7.2. Objetivos de la distribución en planta.

3.2.7.3. Diseños básicos de la distribución en planta.

3.2.7.3.1. Distribución por posición fija.

3.2.7.3.2. Distribución orientada a proceso.

3.2.7.3.3. Distribución orientada a producto.

3.2.7.3.3.1. El equilibrado de línea.

3.2.7.3.4. Comparación de distribuciones.

3.2.7. La distribución en planta del proceso productivo (Layout).

3.2.7.1. Introducción.

Se denomina **distribución en planta** a la ordenación de los espacios, puestos de trabajo e instalaciones de una fábrica, con el fin de conseguir que los procesos de fabricación o la prestación de los servicios se lleve a cabo de la forma más racional y económica posible (logrando una circulación racional, más corta y sin retrocesos, aumentando de esta forma la productividad).

Una vez determinado el proceso productivo y la tecnología adecuada, hay que establecer la ubicación de las diferentes máquinas e instalaciones en la planta de producción.

El criterio básico para fijar la distribución más adecuada se basa en la reducción de costes asociados a dicha distribución, aunque pueden existir otras razones ligadas a la seguridad (ubicación de materiales inflamables, por ejemplo).

En cualquier instalación fabricante de bienes ó prestadora de servicios, además del criterio básico anterior, hay que hacer las siguientes consideraciones:

- El edificio debe tener posibilidad de ampliación para una previsible expansión de la empresa y mejora de las instalaciones.
- Ambiente satisfactorio, con condiciones ambientales adecuadas para los trabajadores y servicios de asistencia y descanso.
- Condiciones de seguridad, como puertas de emergencia, equipos de protección contra incendios, etc.

Adicionalmente, en el caso de empresa de servicios, es necesario considerar:

- Comodidad para los clientes durante el servicio.
- Ambiente y decoración atractivos.

Para dar respuesta a estas consideraciones y tratar de resolverlas, debemos tener en cuenta:

- Los objetivos del negocio, relativos a su expansión, naturaleza y número de productos, así como su peso y volumen.
- La dimensión de la demanda, procesos y equipos a utilizar, servicios necesarios, etc.
- Las reglamentaciones existentes en materia de Seguridad e Higiene en

Una correcta distribución en planta consigue los siguientes **beneficios**:

- **Se facilita el proceso de fabricación**; ya que la distribución se acomoda a la mejor circulación de los materiales más importantes.
- **Se aumenta la capacidad de producción**; al mejorar la distribución y evitando de esta forma los cuellos de botella.
- **Se reduce al mínimo el movimiento de materiales**; lo cual es consecuencia de disminuir la reducción de distancias, del número de transportes, de la combinación de operaciones, etc.
- **Disminuye el material en curso de fabricación**; al acortar el tiempo que dura la fabricación.
- **Proporciona seguridad y confort al personal**; ya que se debe procurar la distribución óptima de los puestos de trabajo, tanto en situación como en seguridad, iluminación, ventilación, etc.

Las causas que originan la necesidad de realizar una distribución en planta pueden ser variadas:

- Cuando se proyecta una nueva fábrica.
- Cuando la fábrica funciona defectuosamente (existiendo acumulaciones de semielaborados, movimientos excesivos de materiales, esperas que alarguen innecesariamente el tiempo de producción, etc.).
- Cuando se modifican los productos fabricados (variando los productos o modelos, o simplemente la cantidad de los mismos).
- Cuando se introducen cambios tecnológicos, que originan nuevas distribuciones.

Estos tres últimos casos son más exactamente redistribuciones, las cuales presentan más dificultades que una distribución en planta nueva.

3.2.7.2. Objetivos de la distribución en planta.

- **Integración total.** Entre los elementos básicos de producción (hombres, máquinas, materiales...), logrando una mejor coordinación entre ellos.
- **Minimizar el flujo de materiales, personas, etc.,** entre los diversos departamentos o áreas de la empresa. Los movimientos de materiales y semifabricados sólo originan costes, por lo que hay que procurar que los movimientos sean mínimos, sin demoras, retrocesos o cambios de dirección, disminuyendo así el tiempo de fabricación, su coste y el volumen de materiales en proceso.
- **Alta utilización del espacio disponible,** teniendo también si es posible prevenciones de posibles ampliaciones futuras.
- **Alcanzar cierto grado de flexibilidad en el producto,** con fin de poder adaptarse a posibles cambios de las variables del entorno.
- **Equilibrar el sistema de operaciones,** de manera que no existan cuellos de botella y el trabajo se distribuya de manera equitativa, con un flujo continuo y sin demoras del material.
- **Seguridad, comodidad y apariencia.** La distribución debe disponerse teniendo en cuenta la máxima seguridad y satisfacción de los trabajadores, influyendo esto positivamente en la mejora de la producción.

3.2.7.3. Diseños básicos de distribución en planta.

Existen tres diseños básicos de distribución en planta:

- Distribución de posición fija.
- Distribución orientada hacia el proceso.
- Distribución orientada hacia el producto.

3.2.7.3.1. Distribución por posición fija.

Es aquella en la que el producto, debido a su volumen o peso, permanece inmovilizado en un lugar y los medios de fabricación han de situarse alrededor del producto, siguiendo ciertos criterios, como por ejemplo su secuencia de aplicación o su dificultad para moverlos. Se aplica a empresas cuyo tipo de proceso sea por proyecto.

Algunos ejemplos de este tipo de distribución son los astilleros (en el que los medios de producción y procesos se han de situar en torno al casco del barco), proyectos de construcción de edificios e infraestructuras (en los cuales existen espacios destinados a oficinas, almacenes, maquinarias, etc.), construcción de aviones, etc.

Los **inconvenientes** que puede presentar una distribución de este tipo son:

- El espacio puede ser extremadamente limitado para colocar los componentes. Una alternativa que se está empleando es la construcción de gran parte del proyecto fuera de las instalaciones, para posteriormente montar los módulos siguiendo un proceso en serie.
- En las diferentes etapas del proyecto se necesitan diferentes componentes y en cantidades variables. Por lo tanto es necesario una programación dinámica más que estática, que considere el movimiento de las piezas hasta el emplazamiento principal de montaje.
- Dificultad para utilizar equipos difíciles de mover.

En cuanto a las **ventajas** se pueden citar:

- Poca manipulación de la unidad principal.
- Alta flexibilidad.

3.2.7.3.2. Distribución orientada a proceso.

Los componentes se hallan agrupados de acuerdo a la función general que cumplen, sin consideración especial hacia ningún producto en particular. Cada servicio/producto o grupo reducido de ellos presentan una secuencia de operaciones diferente y son trasladados de un departamento a otro en la secuencia requerida para su finalización.

De esta forma las operaciones y equipos se agrupan en distintas áreas, dependiendo de la función general que cumplen, por las que pasan los productos según requiera esa actividad en cuestión.

Resulta eficiente cuando se presta o fabrican servicios/productos que presentan diferentes requerimientos, o cuando se trata con clientes con distintas necesidades. Se aplica a los procesos de producción de taller de servicio o taller artesanal y en lotes.

Un ejemplo de layout orientado al proceso podría ser el de un hospital, donde el flujo de pacientes, cada uno con sus necesidades, realiza una ruta determinada.

Como **ventajas** de este sistema se destacan:

- Flexibilidad en la asignación de equipos y mano de obra. Una falta de alguno de ellos no origina una paralización de todo el proceso, ya que el mismo es transferido a otra persona o equipo.
- Menores inversiones en equipos.
- El fallo de una máquina o suministro no implica la parada del proceso.
- Diversidad de tareas asignadas a los trabajadores.
- La supervisión por áreas de trabajo adquiere amplios conocimientos y pericia sobre las funciones bajo su dirección.
- Posibilidad de individualizar rendimientos.

Como **desventajas** se pueden citar:

- Necesidad de más tiempo para moverse dentro del sistema, debido a la dificultad de puesta en marcha y complejidad de la programación y manipulación de materiales.
- La cualificación elevada de la mano de obra, haciéndose necesario aumentar el nivel de formación y experiencia de la misma.
- El inventario de productos en curso es alto, debido a los desequilibrios del proceso de producción, aumentando el capital invertido, con lo que baja la eficiencia del manejo de materiales y aumentan los costes por unidad de producto.
- Baja productividad.
- Dificultad de planificar y controlar la producción.

El objetivo principal en este sistema es **minimizar el coste de manipulación**, para lo cual se ubicarán los centros de trabajo que tengan relaciones entre sí lo más cerca posibles unos de otros, de manera que el flujo de materiales y personas entre departamentos sea mínimo, intentando minimizar la diversidad de flujo de materiales entre áreas y la variación de la producción.

La función de coste de manipulación se representa por:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} \cdot C_{ij} \cdot D_{ij}$$

siendo:

T_{ij} = número de viajes entre los departamentos 'i' y 'j'.

C_{ij} = coste por unidad de distancia.

D_{ij} = distancia entre 'i' y 'j'.

N = número de departamentos.

3.2.7.3.3. Distribución orientada a producto.

Los diversos componentes se ordenan de acuerdo con las etapas progresivas a través de las cuales avanza el producto en el proceso de fabricación. Se aplica a los procesos en serie/masa y continuo (donde existe gran cantidad y poca variedad). De esta forma, los puestos se colocan en el orden en que se suceden las operaciones, moviéndose el producto de un punto a otro.

Como ejemplo de este tipo de sistema se podría hablar de las cadenas de montaje de automóviles, electrodomésticos, etc.

El objetivo principal de este sistema de distribución es lograr el **equilibrio de la línea**, entendiendo éste como la creación de un flujo continuo y estable a lo largo de la misma, optimizando las instalaciones y repartiendo de forma equitativa las cargas del trabajo entre la mano de obra o estaciones de trabajo, es decir, se ha de equilibrar el flujo de producto de un área a la siguiente, creando un flujo continuo y estable a lo largo de la línea.

Se denomina estación de trabajo o puesto de trabajo a un lugar específico para llevar a cabo una tarea predefinida, el cual suele estar a cargo de un operario.

Las principales **ventajas** de este sistema son:

- Bajo coste unitario asociado a la fabricación de productos, al estar tratando generalmente con grandes cantidades.
- Reducción de manipulación de materiales.
- Disminución de inventarios de productos semifabricados o en curso.
- Simplicidad en la formación y supervisión de empleados y en sus tareas.
- Mínimos tiempos de fabricación.
- Simplificación de los sistemas de planificación y control de la producción.

En cuanto a las **desventajas**, cabe destacar:

- Debido a las grandes inversiones que suele necesitar en equipos específicos, es necesario que la producción sea también elevada.
- Una avería en una estación de trabajo paralizaría generalmente la totalidad del proceso, así como la falta de personal en alguna de las estaciones de trabajo.
- La falta de flexibilidad a la hora de variar el tipo de producto o su cantidad, así como en los tiempos de fabricación.
- Trabajos muy monótonos.

3.2.7.3.3.1. El equilibrado de línea.

El objetivo de este proceso es dividir la línea en estaciones o puestos de trabajo cuya carga se encuentre bien ajustada, asignando operaciones a las estaciones con el objetivo de lograr la producción deseada con el menor número de estaciones posibles.

Pasos para equilibrar la línea:

- **Paso 1. Definición de tareas e identificación de precedencias.**

Para explicar el equilibrado de línea nos basaremos en un ejemplo. Supongamos que tenemos un proceso formado por una serie de tareas elementales (A, B, C, ...), a cada una de las cuales se ha asignado (normalmente por observación, experiencia, etc.) una serie de tiempos estándar.

Una vez definidas las tareas y su duración hay que identificar el orden de las mismas, identificando las tareas que preceden a cada una.

Otros datos necesarios son:

- jornada laboral (7 horas en el ejemplo tratado).
- producción diaria (supondremos 500 unidades).

En la siguiente tabla se muestran las distintas tareas elementales, tiempos estándar y las operaciones precedentes, así como la representación mediante un gráfico de mallas (teoría de grafos) del proceso productivo.

Tareas Elementales	Tiempo Estándar (segundos)	Operación Precedente
A	45	-
B	11	A
C	9	B
D	50	-
E	15	D
F	12	C
G	12	C
H	12	E
I	12	E
J	8	F,G,H,I
K	9	J

- **Paso 2. Cálculo del número mínimo de estaciones de trabajo.**

- Cálculo del tiempo del ciclo (TC).

$$\max t_i \leq TC \leq \sum_{i=1}^n t_i \Rightarrow 50 \leq TC \leq 195$$

$$TC = \frac{\text{Tiempo disponible}}{\text{Produccion}} = \frac{7 \cdot 3600}{500} = \frac{25200}{500} = 50,4 \text{ seg.}$$

- Cálculo del mínimo número de estaciones teórico (MT).

$$MT = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{TC} = \frac{195}{50,4} = 3,869 \cong 4$$

- Comprobar si el número de estaciones (n) coincide con el MT.

- minimizar el tiempo ocioso.

$$t_o = n \cdot TC - \sum_{i=1}^n t_i$$

- maximizar la eficiencia.

$$E(\%) = \frac{100 \cdot \sum_{i=1}^n t_i}{n \cdot TC}$$

- minimizar el retraso.

$$R(\%) = 10 - E$$

Cada una de las estaciones ha de tener un tiempo inferior al TC calculado. Para determinar el número de estaciones de trabajo y las tareas asignadas a cada una se realiza el siguiente paso.

- **Paso 3. Asignación de las tareas a las estaciones de trabajo.**

Para asignar las tareas a las estaciones y determinar el número de éstas existen dos alternativas, eligiéndose como resultado aquella asignación que presente un tiempo ocioso menor y una eficiencia mayor.

Hay que tener en cuenta que un puesto de trabajo tendrá un número de tareas tal que la sumatoria de tiempos de dichas tareas no sea superior al tiempo del ciclo. Cuando ese tiempo se supere, la tarea que provoque ese aumento pasará al siguiente puesto de trabajo.

- **Alternativa 1.**

Asignación de las tareas que den lugar a un mayor número de tareas siguientes, tomando como segunda opción la asignación de tareas de mayor duración.

En la siguiente tabla se muestra el desarrollo de este proceso en el ejemplo considerado.

Puesto de trabajo	Operación factible	Mayor nº subsig.	Mayor duración	Operación seleccionada	Tiempo	Tiempo ocioso
1	A,D	A	-	A	45	5,4
2	B,D	B,D	D	D	50	0,4
3	B,E	B	-	B	11	39,4
	C,E	C,E	E	E	15	24,4
	C,H,I	C	-	C	9	15,4
	F,G,H,I	F,G,H,I	F,G,H,I	F	12	3,4
4	G,H,I	G,H,I	G,H,I	G	12	38,4
	H,I	H,I	H,I	H	12	26,4
	I	-	-	I	12	14,4
	J	-	-	J	8	6,4
5	K	-	-	K	9	41,4

En esta asignación el tiempo ocioso es:

$$t_o = 5 \cdot 50,4 - 195 = 57$$

Por otro lado la eficiencia de la asignación será:

$$E = \frac{100 \cdot 195}{5 \cdot 50,4} = 77\%$$

Esta primera asignación de tareas a los puestos de trabajo se refleja en el siguiente gráfico.

- **Alternativa 2.**

Asignación de las tareas de mayor duración, tomando como segunda opción las tareas que den lugar a un mayor número de tareas siguientes.

En la siguiente tabla se muestra el desarrollo de este proceso en el ejemplo considerado.

Puesto de trabajo	Operación factible	Mayor duración	Mayor nº subsig.	Operación seleccionada	Tiempo	Tiempo ocioso
1	A,D	D	-	D	50	0,4
2	A,E	A	-	A	45	5,4
3	B,E	E	-	E	15	35,4
	B,H,I	H,I	H,I	H	12	23,4
	B,I	-	-	I	12	11,4
	B	-	-	B	11	0,4
4	C	-	-	C	9	41,4
	F,G	F,G	F,G	F	12	29,4
	G	-	-	G	12	17,4
	J	-	-	J	8	9,4
	K	-	-	K	9	0,4

En esta asignación el tiempo ocioso es:

$$t_o = 4 \cdot 50,4 - 195 = 6,6$$

Por otro lado la eficiencia de la asignación será:

$$E = \frac{100 \cdot 195}{4 \cdot 50,4} = 96,7\%$$

Como se observa esta asignación es más eficiente que la primera y por lo tanto será la que debamos elegir.

Esta segunda asignación de tareas a los puestos de trabajo se refleja en el siguiente gráfico.

A continuación se muestran algunos problemas cuya solución se propone calcular al lector:

♦ **Problema 1.**

Una empresa dedicada a la fabricación de tableros de ajedrez emplea un proceso productivo que consta de siete etapas. La distribución de tareas y los tiempos (en minutos) empleados en cada una se muestran en la siguiente tabla.

Operación	Tiempo	Precedente
A	3	-
B	4	A
C	10	-
D	8	A
E	9	D
F	12	B
G	6	E, F, C

Sabiendo que se pretende obtener una producción de 6 tableros al día con una jornada laboral de 8 horas, equilibrar la línea con tres puestos de trabajo.

♦ **Problema 2.**

Una empresa de fabricación de muebles trabaja durante 7 horas al día. El director de operaciones de la empresa ha realizado un equilibrado de la línea para su cadena de montaje con un tiempo del ciclo de 45 minutos. Las tareas que se realizan en el departamento de fabricación, así como sus relaciones de precedencia y sus tiempos de duración en minutos se muestran en la siguiente tabla:

Operación	Tiempo	Precedente
1	25	-
2	10	1
3	15	1
4	12	2,3
5	14	4
6	8	4
7	10	5,6
8	12	7

Se pide:

- realizar la representación gráfica de las tareas.
- comprobar si el número mínimo de estaciones de trabajo coincide con el número de estaciones obtenidas.
- ¿cuál es la productividad de la línea, el tiempo ocioso y el retraso del equilibrado?.
- ¿cuál es la producción máxima a obtener en un período de cinco días?.
- ¿cuál es el valor mínimo del tiempo del ciclo?.

♦ **Problema 3.**

Una empresa se dedica a la fabricación de aparatos de radio estandarizados para cuya realización se necesitan las actividades que se muestran a continuación.

Operación	Tiempo minutos	Precedente
A	10	-
B	12	A
C	21	F
D	13	A
E	8	D, B, C
F	15	-
G	11	E
H	10	E
I	14	H, G

Contestar a las siguientes preguntas:

- si las actividades están agrupadas en 3 estaciones de trabajo y la eficiencia es del 100% ¿cuál es el tiempo del ciclo?.
- si el tiempo del ciclo es de 22 minutos, ¿cuál es el número mínimo de estaciones de trabajo?.
- ¿se podría obtener una producción de 25 aparatos de radio en 7 horas con el tiempo de ciclo del aparato anterior?.
- se quiere obtener una producción de 84 radios en 5 días laborales, siendo la jornada de 7 horas diarias. Agrupar las diferentes tareas con el objetivo de equilibrar la línea, asignando primero las tareas que den lugar a un mayor número de tareas subsiguientes, completándolo si es necesario con la asignación de la tarea de mayor duración.

3.2.7.3.4. Comparación de distribuciones.

	POR PRODUCTO	POR PROCESO	POR POSICIÓN FIJA
Producto	Estandarizado. Alto volumen de producción. Tasa de producción constante.	Diversificados. Volúmenes de producción variables. Tasas de producción variables.	Normalmente bajo pedido. Volumen de producción bajo (con frecuencia una sola unidad).
Flujo de trabajo	Línea continua o cadena de producción. Todas las unidades siguen la misma secuencia de operaciones.	Flujo variable. Cada ítem puede requerir una secuencia de operaciones propia.	Mínimo o inexistente. El personal, la maquinaria y los materiales van al producto cuando se necesitan.
Mano de obra	Altamente especializada y poco cualificada. Capaz de realizar tareas rutinarias y repetitivas a ritmo constante.	Fundamentalmente cualificada, sin necesidad de estrecha supervisión y moderadamente adaptable.	Alta flexibilidad de la mano de obra (la asignación de tareas es variables).
Capital	Elevada inversión en procesos y equipos altamente especializados.	Inversiones más bajas en procesos y equipos de carácter general.	Equipos y procesos móviles de carácter general.
Coste por producto	Costes fijos relativamente altos. Bajo coste unitario por mano de obra y materiales.	Costes fijos relativamente bajos. Alto coste unitario por mano de obra y materiales.	Costes fijos relativamente bajos. Alto coste unitario por mano de obra y materiales.

4. La gestión de los materiales en la producción. Logística.

4.1. Logística de producción.

4.2. Los materiales en el proceso productivo.

4.3. La función de aprovisionamiento.

4.3.1. La organización de las compras.

4.3.1.1. Sistemas de gestión de compras.

4.3.1.2. Relaciones de la función de compras con el resto de funciones.

4.3.2. Gestión de stocks.

4.3.2.1. Métodos de reaprovisionamiento.

4.3.2.2. Los costes de la gestión de stocks.

4.3.2.3. Técnicas de gestión de stocks.

4.3.2.3.1. La técnica Just In Time (JIT).

4.3.2.3.2. La técnica Total Quality Control (TQC).

4.3.2.3.3. La técnica KANBAN.

4.3.2.3.4. La técnica del código de barras.

4.4. La función de almacenamiento.

4. La gestión de los materiales en la producción. Logística.

4.1. Logística de producción.

La aplicación del concepto de Sistema Logístico a la producción nos da una perspectiva de la gestión operativa distinta de la tradicional, es decir, abandona la idea de optimizar el comportamiento de las áreas productivas independientemente, debiendo funcionar de forma coordinada, o sea, más o menos alejados de su punto óptimo con el fin de que el Sistema, en su conjunto, pueda comportarse con mayor efectividad.

En este sentido, el Sistema Logístico agrupa las siguientes funciones, que han de ser gestionadas de forma integrada:

- **Aprovisionamiento**, cuya misión es gestionar el proceso de compra y acopio de materias primas desde los proveedores hasta el inicio de la fabricación.
- **Fabricación**, cuya misión es realizar las transformaciones necesarias en la materia prima para obtener los productos terminados.
- **Distribución física**, que se ocupa del movimiento de los productos acabados desde que termina el proceso de Fabricación hasta su entrega al cliente (Esta función, propiamente comercial, está orientada hacia el mercado).
- **Planificación y Control de la Producción**, que, con visión logística, abarca la planificación integrada desde los aprovisionamientos hasta la distribución física.

La definición de los objetivos a cumplir por el sistema logístico está ligada a la toma de decisiones inherente a la gestión de la producción, que, en función del horizonte temporal considerado, son las siguientes:

- Decisiones de planificación a largo plazo, que afectan a la definición de la estructura productiva,
- Decisiones operativas, a medio y corto plazo, que contemplan la especificación de productos, calidades, cantidades, plazos establecidos, costes necesarios, etc.

4.2. Los materiales en el proceso productivo.

Los materiales son los inputs que la empresa adquiere del exterior con el fin de utilizarlos en el proceso productivo, para la obtención del producto o la prestación del servicio.

Los materiales se pueden subdividir en:

- **Materias primas.** Elementos que por medio de su transformación pasan a formar parte de los productos terminados, siendo éstos el objetivo de la empresa.
- **Elementos incorporables.** Son los que han sido elaborados fuera de la empresa y han sido adquiridos para incorporarlos a las materias primas para formar el producto.
- **Materiales auxiliares.** No forman parte del producto terminado pero son necesarios para obtener el mismo.
- **Materiales de consumo y de reposición.** Son los destinados a la reposición y mantenimiento.

De esta manera, los materiales son siempre necesarios para la continuidad de la función de producción y además son almacenables, lo que originará unos costes.

4.3. La función de aprovisionamiento.

Es importante resolver el problema de los aprovisionamientos, ya que toda empresa necesita asegurarse una corriente regular de aprovisionamientos de ciertos recursos que precisa para el normal desarrollo de su actividad productiva y/o comercial. En este sentido, conviene a la empresa analizar factores como quiénes pueden ser sus potenciales proveedores, cuantía a solicitar en cada pedido, frecuencia con que deben realizarse los pedidos y las cuestiones relativas a la ruptura de pedidos de clientes por desabastecimiento.

Dada la importancia del aprovisionamiento de materias primas y componentes en el proceso de producción, tanto desde el punto de vista de plazos de entrega a cumplimentar, como del propio coste de producción, la gestión de compras está normalmente bajo la responsabilidad del área de producción.

El coste de aprovisionamiento incluye, además del precio de compra, el transporte, aduanas, clasificación e inspección de recepción, así como el coste financiero del capital inmovilizado en almacenes.

La misión u objetivo de la función ó subsistema de aprovisionamiento es la de abastecer, a partir de los proveedores de materias primas y componentes, a las líneas de producción; o, dicho más detalladamente, obtener, mediante compra a proveedores adecuados, en cantidad necesaria y plazo conveniente, los materiales ó productos de calidad y precio precisos para que la empresa desarrolle sus actividades.

Así, podríamos resumir que la función de aprovisionamiento tiene como finalidad suministrar a la empresa todos los materiales necesarios para el proceso productivo en el momento oportuno y realizar dicha gestión con el mínimo coste.

Por lo tanto la empresa ha de tener un sistema de abastecimiento que tenga los siguientes **objetivos**:

- Asegurar la producción en cada momento, sin tener interrupciones en el proceso productivo.
- Aprovisionamiento de los materiales imprescindibles, para reducir al mínimo los costes de almacenaje.
- Llevar a cabo el proceso de compra considerando las diferentes solicitudes de los proveedores.

De este modo la empresa tiene que mantener inventarios de aquellos bienes o elementos cuya carencia obligaría a detener el proceso de producción y también de aquellos productos o mercancías que aseguran una tasa regular de servicio a la clientela (comercialización y prestación de servicios).

Cabe distinguir distintos tipos de 'stocks' o inventarios:

- **En tránsito**, que no llegan a formar parte del almacén.
- **Dormidos**, que permanecen almacenados más de seis meses.
- **Muertos**, que permanecen inutilizados más de un año.
- **De emergencia**, para hacer frente a futuras contingencias (averías, etc.).
- **Excedentes**, artículos pasados de moda u obsoletos.
- **Contables**, derivados de los datos de contabilidad.

Se habla también del **stock de seguridad**, el cual es un volumen de existencias que se mantiene, en cuantía cuasifija, para evitar trastornos en el proceso de producción o situaciones anormales en el abastecimiento a la clientela, provocadas por irregularidades del aprovisionamiento.

Existen tres principales **métodos de aprovisionamiento**:

- **Aprovisionamiento esporádico**. Consiste en atender las necesidades del proceso productivo en un momento determinado. Es un método que minimiza costes de almacenamiento, pero corre el riesgo de originar parones en la producción, debido a fallos en la entrega, por lo que sólo se seguirá cuando sea fácil la obtención del material en el mercado.
- **Reaprovisionamiento sincronizado con la producción**. Se obliga al proveedor al envío de las mercancías con vencimientos fijos. Se adopta en la fabricación en serie, descargando sobre los proveedores los costes de aprovisionamiento.
- **Mantenimiento de un stock de seguridad**. Dicho stock se mantiene para evitar interrupciones por falta de suministro, aunque se elevan los costes de almacenamiento.

Las principales partes que comprende la función de aprovisionamiento son:

- Compras
- Gestión de Stocks.
- Almacenamiento.

La necesidad de adaptación a las condiciones del mercado, tanto en precio como en plazo, a través de una mejora continua de la gestión integrada del sistema logístico, se extiende, obviamente, a la función de aprovisionamiento, lo que nos lleva a considerar como factores clave la minimización de los niveles de stocks y flexibilidad de adaptación a los cambios en la demanda.

En este sentido, hay dos líneas estratégicas a seguir en la gestión del aprovisionamiento:

- Maximizar el poder negociador con proveedores, para obtener el mayor beneficio posible en las operaciones de compra.
- Minimizar los costes asociados a la gestión de los stocks.

4.3.1. La organización de las compras.

La actividad de compras tiene como finalidad suministrar a los distintos sectores de la empresa los materiales, máquinas y servicios necesarios para alcanzar los objetivos previstos, en la cantidad adecuada, al mejor precio y en el plazo de entrega necesario.

De esta manera la función de compras es un eslabón entre la empresa y los proveedores, relacionada directamente con la función financiera, ya que los inmovilizados representan un coste, y con la función de producción, a la cual debe proveer de los materiales necesarios.

Los factores que determinan las compras a realizar son:

- **Especificaciones y características de calidad.**
En lo referente a materias primas sus especificaciones suelen estar estandarizadas y basadas en la situación en el mercado, mientras que para maquinarias y equipos en general, la compra deberá efectuarse en colaboración con la función técnica y de producción, la cual dará las características específicas de los materiales a adquirir. La calidad afecta al precio y limitará el número posible de proveedores.
- **Cantidades.**
No son lo mismo las compras ocasionales que las realizadas de forma continua o en grandes cantidades. Suele existir además una relación precio – cantidad, al distribuirse una serie de gastos iniciales sobre mayor número de unidades.

Además las cantidades también pueden afectar a la elección de proveedores, ya que algunos no podrán alcanzar esas cifras y otros, por el contrario, sólo pueden suministrar de forma económica grandes cantidades.
- **Plazos de entrega.**
Generalmente un pedido urgente supone precios más elevados, al situar al proveedor en una situación más favorable en la negociación. Por lo tanto hay que tener en cuenta hacer previsiones de compra con la mayor anticipación posible para favorecer la agrupación de pedidos, aprovechar las condiciones óptimas del mercado y ampliar el círculo de proveedores.
- **Precio y condiciones de pago.**
Este es el objetivo más importante de la gestión de compras, en el que intervienen todos los factores indicados anteriormente, más la política de compras de la empresa.

En cuanto a la **selección de proveedores**, en una primera fase se evalúa la capacidad de suministro del proveedor, mediante prueba de una muestra del producto a comprar, se analiza su comportamiento histórico en suministros anteriores y finalmente se evalúa su calidad técnica y sistema de calidad, utilizando las normas UNE o ISO.

Por último, en la elección definitiva del proveedor se considerarán las condiciones económico-financieras, tales como forma de pago, descuentos, posible financiación, etc.

En esta última etapa, la empresa se pone en contacto con el proveedor ó proveedores seleccionados, para confirmar los puntos anteriores, realizar la elección definitiva y determinar el seguimiento del pedido hasta su entrega en el almacén del comprador.

La función de compras ha de requerir un control sobre ciertas actividades:

- Control de los pedidos existentes.
- Control de entregas parciales y devoluciones.
- Control de las pequeñas compras urgentes.
- Recepción de los pedidos.
- Control del pago de facturas.
- Control de transportes, envases y embalajes.

4.3.1.1. Sistemas de gestión de compras.

- **Compras inmediatas**, mediante las que se adquiere lo imprescindible para satisfacer las necesidades del momento.

Se utiliza este sistema cuando la materia se necesita en el momento y no se prevé una demanda continua por corresponder a pedidos especiales o irregulares.

Otros factores pueden llevar a esta política, como son: dificultades financieras que obligan a mantener el inmovilizado en la menor cantidad posible, escasez de espacio de almacenamiento, cambios previsibles en las características de los materiales, situación favorable en el mercado con oferta abundante y precios a la baja, etc.

- **Contrato de suministro**, utilizado cuando la demanda de materiales es importante y continuada en el tiempo.

Con este tipo de contrato, el proveedor proporciona los materiales a precios prefijados (que pueden variar en función de la cantidad), comprometiéndose el comprador a unas cantidades mínimas por período de contrato.

Se intenta asegurar el abastecimiento de forma continua, conociendo a priori los costes, lo cual facilita la determinación de los presupuestos de costes de fabricación, elimina la repetición de las gestiones de pedido, y en la mayor parte de los casos asegura mejores precios al tratarse de cantidades importantes.

- **Compra de oportunidad o de mercado**, aprovechando momentos en los cuales los precios están bajos y existen expectativas de aumento.

De esta manera se acopian materiales para futuras necesidades, cuando existan posibilidades financieras, teniendo en cuenta que estamos incurriendo en unos costes de almacenamiento y de financiación.

4.3.1.2. Relaciones de la función de compras con el resto de funciones.

La función de compras está relacionada con el resto de funciones de la empresa, además de con los proveedores. Así, la relación o elección de un proveedor ha de estar regida por los siguientes factores de garantía y servicio que éstos ofrezcan:

- Cumplimiento de plazos establecidos.
- Cumplimiento de las calidades especificadas.
- Aceptación de pedidos críticos ocasionales.
- Garantía en reparaciones y servicio postventa.

También existe una estrecha relación con la función financiera, ya que la función de compras debe reducir al mínimo el inmovilizado y los costes de almacenamiento, para contribuir al beneficio de la empresa.

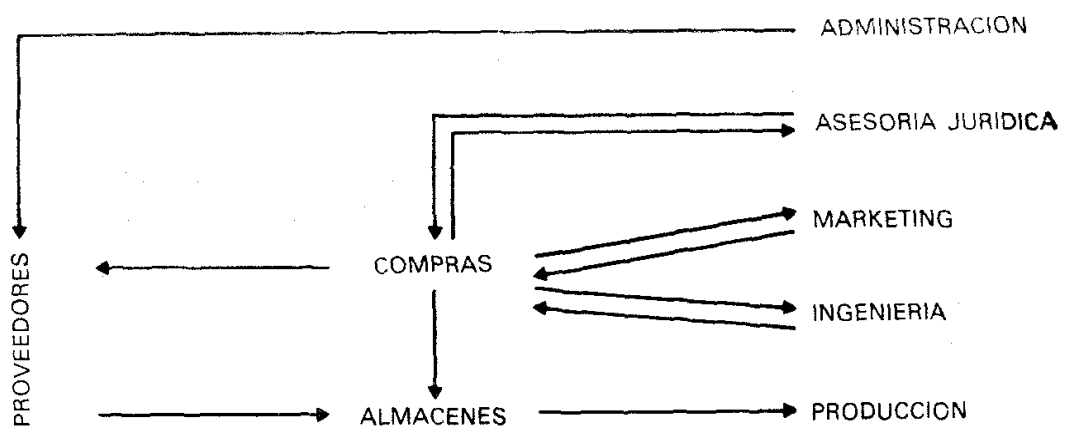
Con la función jurídica ha de existir contactos para la elaboración de los contratos de compra, así como la preparación de contratos especiales.

Con la función comercial también hay relación, ya que el estudio de mercado es necesario para el adecuado conocimiento de las fuentes de suministro, tanto en las distintas gamas de productos existentes, sustitutivos, nuevos, etc., como en las posibles tendencias de precios.

La función de producción – servicios técnicos han de especificar a la función de compras las características de los productos a adquirir, mediante la preparación de diseños, prototipos, especificaciones, catálogos. A su vez compras suministrará al servicio técnico los precios y costes de los suministros proyectados.

De esta manera, se considera que la compra de aprovisionamientos es la fase previa del proceso de producción, ya que las entregas de materiales son el primer paso hasta el producto final mediante una continuidad de operaciones. Así el cliente principal de la función de compras es la función de producción.

En la siguiente figura se observa un esquema de las relaciones comentadas.



4.3.2. Gestión de stocks.

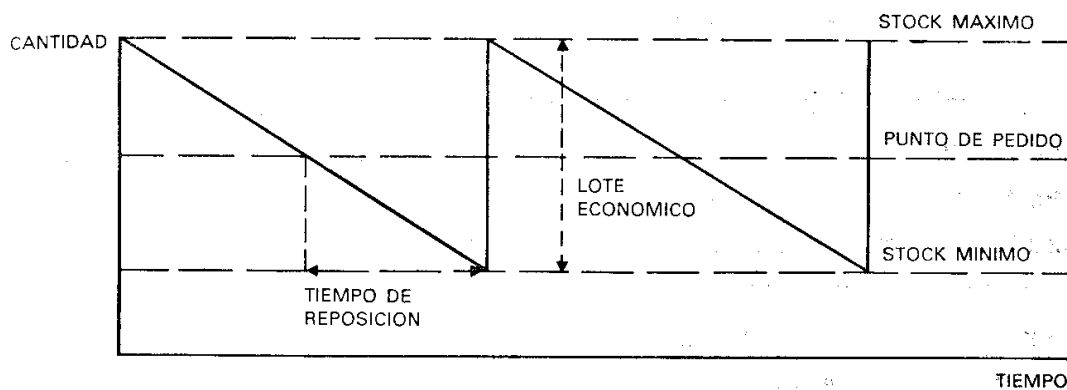
El **stock**, desde el punto de vista contable, es el valor de los productos terminados, semiacabados, materias primas, piezas y material de consumo que representan capital inmovilizado, requiriendo además espacio e instalaciones y produciendo costes operacionales.

El **objetivo** de la gestión de stocks es asegurar el suministro necesario evitando faltas de material pero sin producir excesivas existencias que provoquen costes altos, para lo cual debe determinar los puntos en los que es necesario realizar los pedidos y a qué cantidades deben referirse los mismos.

Los artículos existentes en el almacén se pueden clasificar en:

- **Existencia normal.** Son aquellos materiales de consumo continuo y cuya reposición se realiza de forma periódica, de acuerdo a unos máximos y mínimos previstos.
- **Existencia de reserva.** Su finalidad es poder continuar con la producción en caso de imprevistos y retrasos en la entrega de pedidos.
- **Existencia de tránsito.** Son aquellos productos que están en el almacén de forma ocasional, por tratarse de una necesidad específica y concreta.
- **Existencia de recuperación.** Proviene de reparaciones de máquinas e instalaciones, pero son utilizables.
- **Existencia a extinguir.** Proviene de alguna existencia que ha sido normal y ha dejado de utilizarse por alguna circunstancia.

A continuación se presenta la característica representación gráfica en forma de dientes de sierra que representa las existencias en función del tiempo. La curva real no se suele ajustar a la teórica debido a variaciones en la entrega de pedidos, imprevistos, etc.



Los conceptos más importantes son:

- La cantidad que se pide para reponer la existencia o lote de reposición.
- Existencia de reposición cíclica que disminuye con el consumo y que es necesario reponer.
- Existencia de seguridad, por debajo de la cual no se debe bajar para poder asegurar el suministro, por lo que este nivel constituye el punto mínimo de existencia.
- Existencia media, es la óptima a que se debe tender para un suministro regular, económico y sin riesgos.
- Stock mínimo o valor mínimo de las existencias, que corresponde al concepto de reserva de seguridad.
- El punto de pedido es el correspondiente al nivel de existencia, a partir del cual es necesario, iniciar la gestión del pedido de reposición, estando determinado por el

- tiempo de reaprovisionamiento.
- Stock máximo es el nivel superior de existencia para que la gestión de stocks no sea antieconómica.
 - Tiempo de reposición es el tiempo que se necesita para disponer del pedido de reaprovisionamiento en el almacén desde el momento de iniciar la gestión de compra.

Para evaluar la gestión de los stocks, en un período determinado (normalmente un año), se utiliza el denominado **índice de rotación**, el cual viene dado por:

$$\text{Índice de ventas} = \frac{\text{Coste de ventas}}{\text{Coste de las existencias medias}}$$

siendo

$$\text{Existencias medias} = \frac{\text{Existencias iniciales} + \text{Existencias finales}}{2}$$

4.3.2.1. Métodos de reaprovisionamiento.

Una de las cuestiones a las que ha de darse un especial tratamiento es a la cuantía que debe pedirse en cada pedido realizado a los proveedores de forma que el coste de aprovisionamiento – reaprovisionamiento sea mínimo.

También un aspecto a tener en cuenta es el punto de pedido: nivel de existencias en un almacén que indica la necesidad de proceder a realizar el pedido para el reaprovisionamiento; teniendo en cuenta el tiempo que transcurre desde que se realiza el pedido y la recepción del mismo, puede decirse que, salvo contingencias inesperadas, se deberá proceder a pedir cuando las existencias en inventario (punto de pedido) permitan cubrir sólo ese lapsus de tiempo.

En este sentido conviene establecer una simbología que ayude a expresar los diferentes modelos de inventarios (o de renovación de 'stocks'):

Q	Volumen o lote de pedido.
T	Período de tiempo que transcurre entre pedidos.
Q/T	Ritmo de agotamiento del inventario.
S _p	Punto de pedido o número de unidades en almacén que permiten cubrir la demanda en los 'l' días que tienen de plazo de entrega los proveedores.
l	Plazo de entrega de los proveedores.
S _s	Nivel de inventario mínimo a disponer o stock de seguridad.
S _M	Stock medio.

- **Modelo de Wilson.**

Es un modelo de aplicación básicamente a empresas comerciales y de carácter determinista (o incluso a empresas dotadas de una configuración estructural divisional entre cuyas divisiones funcionen los denominados precios de transferencia), es decir, no considera aspectos aleatorios incidentes en el proceso.

En este modelo se trata de conjugar la necesidad de contar con los elementos necesarios para realizar la actividad comercial y la necesidad de reducir al máximo el coste de inventario.

Es decir, el modelo de Wilson es una aproximación interesante para determinar el volumen de pedido o lote óptimo que minimiza el coste de posesión y renovación del inventario.

El modelo se plantea de la siguiente forma:

D	Cantidad de producto vendida o utilizada al año.
Q	Volumen de pedido o lote óptimo (incógnita).
E	Costes fijos de pedido.
A	Gastos variables del almacén: lo que cuesta almacenar una unidad de producto durante un año.
D/Q	Número de pedidos formulables al año.
P	Precio del producto a adquirir.
i	Tipo de interés del capital financiero.

De esta manera identificamos los siguientes componentes del coste:

Coste de adquisición:

$$C_A = D P$$

Coste de reaprovisionamiento o renovación:

$$C_R = E (D/Q)$$

Coste de almacenamiento:

$$C_I = A (Q/2) \text{ ó } A (Q/2 + S_S)$$

Si se tiene en cuenta el coste de oportunidad del capital financiero invertido (i) en el inventario, es decir $(P Q/2) i$, el coste de almacenamiento sería:

$$C_I = (A + P i) (Q/2)$$

Si se quiere considerar el stock de seguridad (S_S) se añadiría, sin más, quedando:

$$C_I = (A + P i) (Q/2 + S_S)$$

Otro de los costes que cabe considerar es el denominado coste de ruptura de pedidos, aunque en un modelo determinista como el aquí contemplado, tiene poco significado, al considerarse conocidas todas las variables que intervienen en el planteamiento del modelo. La ruptura, es evidente, puede provocar un coste en la pérdida de un cliente y su efecto inducido y también por deberse, en su caso, paralizar el proceso productivo.

En definitiva, el modelo de Wilson contempla los tres costes que hemos reseñado y, a partir de ahí, mediante la aplicación del proceso matemático puede deducirse el nivel de lote óptimo de pedido.

$$C_T = C_A + C_R + C_I$$

Aplicando el concepto de mínimo matemático a la expresión del coste total C_T , se obtiene la expresión que da la cantidad de lote óptimo, dada por:

$$Q = (2 E D / A + P i)^{1/2}$$

• **Modelo de series de producción.**

Un modelo de inventarios que es interesante analizar es el que contempla la cantidad que debe producirse en cada una de las series de producción.

Es un modelo aplicable, como se ha indicado, a sistemas de producción por lotes o series y que viene a dar la cantidad o volumen óptimo de producción (el número de

unidades que debe componer cada serie para minimizar el coste) y en el que no se contempla la posibilidad de que existan rupturas de pedido o suministro.

Es un modelo que sirve para determinar, asimismo, los inventarios intermedios o de elementos incorporables a fases posteriores del proceso de producción.

La simbología es, en este caso:

- M Nivel o tasa de producción, constante para el período considerado.
- D Nivel o tasa de demanda, constante para el período.
- P Precio de transferencia del producto.
- E Coste de puesta a punto del proceso productivo.

M – D Ritmo de acumulación de inventarios (para M > D).

Q Volumen de lote óptimo de fabricación.

Q/M Fracción del período en que tarda cada lote en producirse.

Por tanto, la expresión:

$$(M - D) (Q/M) = Q (1 - D/M)$$

nos da el ritmo de acumulación de inventarios por cada fracción del período y, como consecuencia, $Q/2 / 1 - D/M$ nos expresa el nivel de inventario medio.

Con todo lo indicado podemos establecer la expresión del coste de fabricación de la serie utilizada:

$$C_T = D \cdot P + E \cdot \frac{D}{Q} + A \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{M}\right)$$

expresión que se completaría si se considera el coste de oportunidad financiero 'i', quedando así:

$$C_T = D \cdot P + E \cdot \frac{D}{Q} + (A + P \cdot i) \cdot \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{D}{M}\right)$$

De esta manera, aplicando el proceso de cálculo matemático correspondiente, obtenemos el valor de Q o lote óptimo de fabricación.

$$Q = \left(\frac{2 \cdot E \cdot D}{(A + P \cdot i) \cdot \left(1 - \frac{D}{M}\right)} \right)^{1/2}$$

Suponiendo un período hábil de actividad de 'd' días, tendríamos:

M/d = ritmo de producción diario = p

D/d = ritmo de utilización diario = u

Q/p = días en que se produce la serie o lote = d_p

Q/u = días en que se utiliza la serie o lote = d_u

Pudiéndose estimar de este modo el número de días en que el equipo permanecería inactivo:

d_u – d_p = días de inactividad del equipo (salvo utilización alternativa)

4.3.2.2. Los costes de la gestión de stocks.

El valor del inmovilizado en los almacenes, que forma parte del activo realizable de la empresa, ha de ser suficiente para satisfacer las demandas del proceso productivo, pero también se ha de reducir para evitar riesgos de deterioro o falta de uso por aparición de innovaciones.

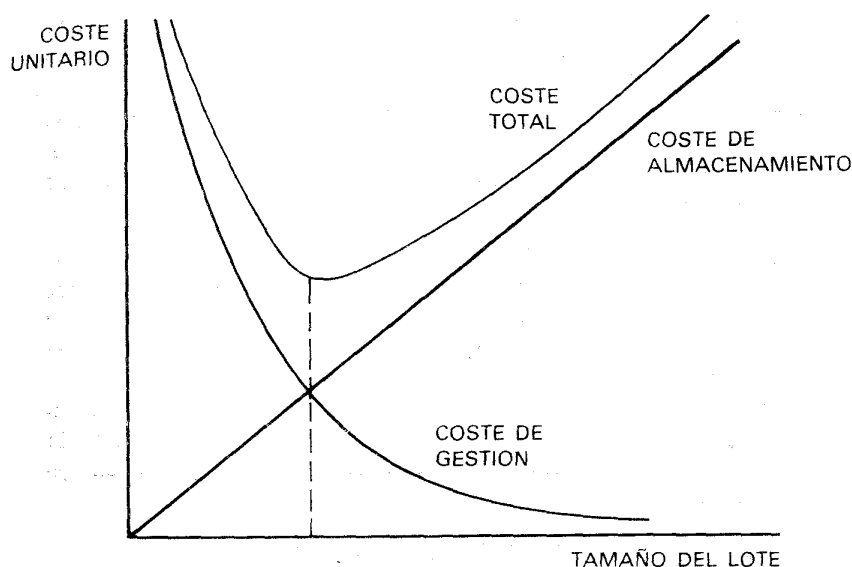
De esta manera se han de optimizar los costes, los cuales son:

- Costes de almacenamiento de materiales (incluyéndose el espacio, instalaciones, equipo, intereses del capital inmovilizado, seguros, etc.).
- Costes de gestión (costes de reposición, gestión de compra, transporte, recepción, etc.).

La cantidad de pedido económico será aquella que corresponde a un mínimo de los costes totales.

Si se adquiere material en pequeñas cantidades disminuyen los costes de almacenamiento pero aumentan los de gestión, mientras que si se adquieren cantidades mayores ocurre lo contrario.

En la siguiente gráfica se observan las curvas de costes de almacenamiento, de gestión y totales, y las relaciones ya comentadas.



q = tamaño del lote
 C_m = consumo medio
 r = coste unitario de reaprovisionamiento
 s = coste unitario de almacenamiento

$$\text{Coste total} = \frac{q}{s} s + \frac{C_m}{q} r \quad q = \sqrt{2 C_m \frac{r}{s}}$$

Podríamos resumir los **costes de inventario** de la siguiente manera:

- Coste de adquisición.
- Coste de renovación o tramitación de pedidos.
- Coste de posesión:

- Coste de alquiler (coste de oportunidad, en su caso).
- Coste de almacenamiento.
- Coste de mantenimiento.
- Coste de control.
- Coste de obsolescencia.
- Coste de seguros.
- Coste financiero de inmovilización de recursos.
- Coste de ruptura de pedidos por inexistencias.

Clasificación A.B.C.

En las empresas con variedad de artículos en almacén es importante dar prioridades y optimizar el manejo y gestión de materiales. Es frecuente que las listas de almacén incluyan códigos de artículos, que varían, en valor, desde unas pesetas hasta miles de ellas y que son consumidos a un ritmo desde unos pocos al año hasta decenas de miles.

La clasificación ABC es una técnica que establece diferencias entre grupos de artículos que deben ser manejados de una manera determinada, así como normas de manejo y rutinas para los diferentes grupos.

El valor en volumen de un artículo es el consumo anual en unidades multiplicado por el precio unitario. En un almacén pueden existir artículos de diversos, con lo cual la gestión puede ser más eficaz si se centra en los de mayor importancia. De esta manera los artículos se clasifican en tres grupos:

- **Grupo A.** Formado por los artículos de alto valor, que generalmente no sobrepasan el 20 % del número total de artículos, representando, sin embargo, un valor del 70 al 80 % del inmovilizado.
- **Grupo B.** Formado por artículos de valor intermedio, que pueden representar entre un 30 y un 40 % del número total de artículos, no sobrepasando su repercusión en el inmovilizado, del 25 % del total.
- **Grupo C.** Formado por artículos de poco valor, y que constituyen gran número entre el total de los del almacén, representando solamente un pequeño valor del total de las existencias. Representan un 85% del número de artículos y acostumbran a responder de sólo el 10%, aproximadamente, del valor del volumen del almacén. Estos los llamamos artículos "C".

El método de trabajo basado en la clasificación ABC, significa que no tratamos todos los artículos de compra de la misma forma, sino que asignamos una importancia especial a los artículos "A", menos importancia a los "B" y la menor a los "C".

Debemos poseer pequeñas existencias de artículos "A", pedirlos en pequeñas cantidades, en intervalos cortos de tiempo y haremos un seguimiento minucioso de los mismos.

En el caso de artículos "B" podemos tolerar unas existencias mayores porque su valor en volumen es bajo y el capital inmovilizado pequeño.

Para los artículos "C" se pueden hacer previsiones de consumo con base a datos históricos, pudiéndose mantener unos stocks de seguridad más grandes.

En la siguiente figura, propuesta por Rambeaux, autor de este criterio de selección ABC y de gestión de almacenes, se muestra esta relación que discurre en sentido inverso: mayor valor – menor cantidad.

4.3.2.3. Técnicas de gestión de stocks.

Para que puedan ser empleadas con eficacia, será necesario:

- Determinar los consumos y sus variaciones, en función de los programas de producción y de los datos históricos.
- Determinar los plazos de aprovisionamiento y sus posibles variaciones.
- Establecer los criterios de determinación de los stocks de seguridad.
- Estudio, análisis y clasificación de los productos en función del valor de su consumo anual, para establecer períodos de reaprovisionamiento económicos.

Entre las diferentes técnicas existentes, nosotros trataremos, mediante breves descripciones:

- Just In Time (JIT);
- Total Quality Control (TQC);
- KANBAN;
- El código de barras.

Todas estas técnicas no pueden ser aplicadas de forma independiente, sino que una adecuada combinación de ellas conduce a una optimización de la gestión. Además no son estáticas, sino que su aplicación depende de muchos condicionamientos externos e internos, de cada empresa y cada período.

4.3.2.3.1. La técnica Just In Time (JIT).

Esta técnica consiste en:

1. Los materiales se compran *justo a tiempo* para atender la necesidad de una determinada fase de elaboración de producto.
2. Cada centro analítico de costes (fase del proceso) fabrica las piezas *justo a tiempo* para atender las necesidades del centro analítico inmediatamente posterior en el proceso de elaboración del producto.
3. Los productos se terminan de fabricar *justo a tiempo* para ser vendidos.

Los objetivos que persigue son:

- Reducir inventarios y por lo tanto espacios.
- Reducir tiempo de producción, reducir movimientos superfluos.
- Reducir mano de obra indirecta, reduciendo tareas que no son valor añadido.
- Reducir costes y ganar en productividad.

Con el JIT la producción se ajusta a la demanda, trasladando a los proveedores el control de calidad de las materias, insistiendo mucho por otra parte en los controles preventivos y el mantenimiento de la maquinaria.

De esta manera se pretende eliminar costes de existencia y simplificar la contabilidad y control.

4.3.2.3.2. La técnica Total Quality Control (TQC).

Dicha técnica consiste en corregir los defectos cualitativos por medio de la identificación de los centros analíticos de los costes (fases del proceso productivo) que los producen, intentando optimizar los productos.

4.3.2.3.3. La técnica KANBAN.

En esta técnica los diferentes materiales se encuentran a disposición de los diferentes centros analíticos de coste que conforman un proceso productivo. Cada uno de esos centros de coste suministrará un producto semielaborado al siguiente centro operativo cuando éste lo solicite por encontrarse listo para recibirlo e introducirlo en su fase correspondiente.

De esta forma, cada centro de coste es autónomo en cuanto a la consecución de su producción. Se conduce a una sincronización del proceso productivo por medio de una estrecha colaboración entre los distintos centros de coste que evita cualquier tipo de subactividad.

4.3.2.3.4. La técnica del código de barras.

En la actualidad se ha convertido en una de las herramientas más eficaces de gestión. Dicho código de barras actúa como un DNI de los productos, conteniendo sus datos más importantes (país, razón social de la empresa, producto y características del mismo).

El código de barras acelera las operaciones de pago, asegura la exactitud del precio, evita errores de facturación y permite controlar la rotación del producto, facilitando al máximo las transacciones entre fabricantes y distribuidores, y ahorra los costes del intercambio de documentos, reduciendo el coste de personal y del tiempo empleado en el mercado de productos y cambio de precio.

Con el código de barras se conoce instantáneamente el stock en el almacén, se mejora la gestión de ventas y de promociones, se facilita la gestión financiera al trabajar sobre cifras más precisas, etc.

4.4. La función de almacenamiento.

El término almacén se reserva para indicar el lugar físico donde se guardan, custodian y mantienen aquellos elementos y/o materiales que la empresa va a utilizar en procesos productivos y/o comerciales.

Será éste un lugar acondicionado expresamente para tal función (edificios propios para el almacenaje), lugares habitados para tal efecto (paños) o simplemente armarios o anaqueles que cumplen tal fin.

Así, un almacén es un lugar en el que los elementos se conservan para su uso posterior, tratando de evitarse el problema del desabastecimiento y la imposibilidad de brindar un adecuado servicio a los clientes.

La función de almacenamiento tiene por objeto el ocuparse de los materiales que la empresa mueve, conserva y manipula con el fin de alcanzar sus objetivos productivos.

El almacén forma parte del proceso productivo como fuente generadora en la fase de aprovisionamiento, además de estar integrado en la función comercial con la organización de los productos terminados.

A la hora de organizar un almacén hay que tener en cuenta varios aspectos.

- **Elementos que la empresa puede precisar mantener almacenados.**

- Materias primas.
- Piezas de recambio, repuestos de bienes de equipo.
- Material envasado y/o embalaje.
- Productos en curso de fabricación o manipulación.
- Productos terminados.

- **Métodos de almacenamiento.**

Son básicos los locales y espacios físicos destinados a tal fin.

Su ubicación ha de elegirse considerando:

- Las exigencias del proceso productivo.
- Los accesos de los medios de transporte.
- Las condiciones de seguridad.
- Las perspectivas futuras de ampliación.

Los almacenes pueden ser centralizados (reuniendo todo tipos de materiales: materias primas, piezas, semiacabados...) o bien estar divididos en función de las características de los artículos.

Otra posible división es la de un sector de materiales en flujo continuo y otro de materiales de reserva, que abastecerá al primero de forma periódica.

En cuanto a las **características del local físico** de almacenamiento se han de considerar:

- Posibilidades de carga en la planta para la colocación de los materiales en función del peso.
- Paredes y vigas en relación con el soporte de estanterías, pasillos y circulación.
- Tipos de cubiertas (afectan a la temperatura y humedad de almacenamiento).
- Condiciones ambientales y de seguridad.
- Puertas y accesos.
- Iluminación (distribución y potencia).

Para un correcto almacenamiento es necesario estudiar las distintas etapas hasta llega a la colocación del material en el almacén, así como las del flujo de los materiales a producción o al exterior, para que puedan realizarse las **operaciones que normalmente se realizan dentro de un almacén:**

- Recepción de materiales (para lo cual es necesario un espacio específico).
- Tránsito de materiales recepcionados a los almacenes (directo o con espera previa).
- Desembalaje y embalaje (que pueden requerir locales propios).
- Clasificación de los materiales.
- Almacenamiento propiamente dicho.
- Preparación de partidas para producción y clientes.
- Carga y descarga.

Las estanterías deberán estar rotuladas y etiquetadas.

Se utilizarán transportes mecánicos internos de materiales cuando representan un ahorro de personal, tiempo de operación y espacio, disminuyendo el riesgo de manejo de cargas pesadas, siempre que las cantidades movidas y las frecuencias de esos movimientos los justifiquen.

- **Técnicas de almacenamiento.**

Una buena gestión de stocks está basada en un buen control físico de los artículos almacenados, ya que un conocimiento incorrecto de las cantidades almacenadas provoca, no sólo costes derivados de ruptura de stocks, retrasos, obsolescencia, etc., sino también costes indebidos de almacenamiento.

Su objetivo es mantener los materiales almacenados sin alterar las características de los mismos, mediante los adecuados tratamientos preventivos y protectores, para lo cual ha de tenerse en cuenta:

- Posibilidades de alteración de las características de los diferentes materiales almacenados.
- Técnicas adecuadas de almacenamiento de cada material.
- Sistemas de control del estado de las características de cada material.
- Medidas a adoptar en el caso de alteración de las características.

- **Sistema de control.**

Deberá permitir comprobar en cualquier momento que el valor de las mercancías que han entrado es igual al valor de las mercancías en stock más el valor de las mercancías que han salido.

Se pretende que el valor de las existencias sea real e igual al valor realizable en cada momento.

Un adecuado **sistema de control** estará basado en:

- **Codificación de los diferentes artículos**, clasificándolos por grupos, subgrupos, etc.
Cuando el número de artículos es elevado y es necesario llevar su control por ordenador, surge la necesidad de codificarlos.

Un código es una cadena de caracteres numéricos o alfanuméricos, que sirven para identificar cada uno de los artículos. El número de caracteres dependerá del grado de identificación que queramos establecer, aunque es recomendable evitar complejidad, utilizando los mínimos necesarios para obtener una información correcta. Cada carácter representa una información o característica del artículo codificado.

El sistema de codificación ha de ser único e igualmente única la persona responsable de su manipulación. Cada artículo responde a un sólo código, debiendo tener todos los códigos el mismo número de caracteres.

- **Fichero de existencias**, en el que figurarán los movimientos de entradas y salidas, existencia actual en cantidad y valor, coste unitario, stock de seguridad, punto de pedido, cantidad a pedir, etc.
- **Control de embalajes y envases.**
- **Control de transferencias entre almacenes.**
- **Localización de los elementos.**

El *objetivo* es determinar el emplazamiento de cada uno de los artículos con rapidez, utilizando el espacio eficientemente.

La **localización** puede ser:

- **Fija**. Es la más rápida localización, pero no óptima para aprovechar el espacio.
- **Por zonas**. En cada una de ellas se almacenan artículos con algunas características comunes.
- **No predeterminada**. Utiliza el espacio disponible de la manera más eficiente pero requiere un control riguroso.
- **Robotizada**, es decir, automatizado su almacenamiento y búsqueda.

El **inventario permanente de las existencias**, mediante un programa de recuento periódico de determinados artículos, de forma tal que todas las existencias hayan sido, revisadas durante el ejercicio, una o más veces, es el sistema más eficaz para conseguir:

- Conocer en cada momento y de forma continua las posibles anomalías, procediendo a su rectificación.
- Mantener sistemáticamente la igualdad entre el valor real de las existencias y su valor contable, evitando inventarios precipitados y exhaustivos al final del ejercicio.

5. Preparación y lanzamiento del trabajo.

5.1. Preparación del trabajo.

5.2. Lanzamiento del trabajo.

5.3. Sistemas y documentos.

5.3.1. Orden de fabricación.

5.3.2. Documentos.

5. Preparación y lanzamiento del trabajo.

5.1. Preparación del trabajo.

Para que el trabajo se realice, en su fase de ejecución, en la forma más económica posible y cumpliendo con las especificaciones de calidad adecuadas, es necesario efectuar una serie de acciones de optimización de métodos y procedimientos y coordinación de medios para asegurar el mayor grado de productividad, tanto desde el punto de vista del propio producto como del conjunto de la utilización de los medios productivos en los diferentes centros de trabajo, secciones y grupos homogéneos de trabajo, así como para obtener el adecuado equilibrio de ocupaciones.

Estas acciones constituyen la **función preparación del trabajo**, que tiene como finalidad especificar, previamente a la realización del trabajo, el orden de operaciones, métodos a utilizar, equipos y máquinas, así como el proceso requerido para realizar el trabajo, de acuerdo con las especificaciones del producto y las posibilidades ofrecidas por los medios de producción disponibles.

Por su incidencia directa e inmediatamente anterior a la fase de ejecución de trabajo propiamente dicha, la preparación del trabajo, en su aspecto de preparación de las instrucciones y documentación necesaria para la realización del mismo, ha de situarse funcional y físicamente lo más cercana posible al proceso productivo, pudiendo decirse en este caso que ha de ser una función descentralizada, o, al menos, realizada en contacto permanente con las plantas de producción.

Las **actividades** que corresponden, por lo tanto, a la función de preparación del trabajo pueden resumirse en:

- Determinar el método operatorio, instrucciones de fabricación, operaciones a realizar, útiles y herramientas, y tiempos necesarios para cada operación.
- Determinar los lotes de fabricación económicos.
- Determinar las cantidades de materiales de cada tipo necesarios para la realización de cada lote de fabricación.
- Determinar las verificaciones y controles sucesivos en el proceso de fabricación.

Los **objetivos** de la función de preparación de trabajo pueden clasificarse en dos tipos:

- Objetivos que se refieren a cómo ha de realizarse el trabajo en cuanto a la **optimización del proceso técnico de fabricación y de la utilización de la maquinaria y equipos**. En este objetivo se incluye el establecimiento de los métodos operativos más adecuados, herramientas, útiles, velocidades de las máquinas, etc., determinando los tiempos mínimos de fabricación.
- Objetivos que se refieren a cómo ha de realizarse el trabajo en cuanto a la adecuada **coordinación de los medios productivos**. En este objetivo se incluye el adecuado

establecimiento de las distintas fases y operaciones del proceso, su interrelación, secuencias, asignaciones de máquinas y equipos, disponibilidad de materiales necesarios, teniendo como finalidad evitar la pérdida de tiempos productivos, y el aprovechamiento óptimo de las capacidades disponibles.

Cuando la función de preparación del trabajo alcanza un suficiente nivel de desarrollo se puede realizar en dos **fases** o etapas sucesivas: fase de preparación general y fase de preparación detallada.

- **Preparación general** es el establecimiento de métodos, procesos, normas de utilización óptima de la maquinaria y equipos, etc., que es independiente de las características particulares de cada pedido, es decir, es el conjunto, de actividades de la función de preparación, que pueden desarrollarse con anterioridad a la recepción de la orden de fabricación.

La preparación general se efectúa de acuerdo con los medios, equipos y máquinas disponibles en las plantas de producción, y para los procesos generales productivos de la empresa

- **Preparación detallada** es el establecimiento de la documentación necesaria para la ejecución del trabajo a partir de la orden de fabricación, es decir, el establecimiento de las diferentes órdenes de trabajo para la fabricación de las distintas piezas, subconjuntos o conjuntos, definidos por el producto a obtener en cada orden de fabricación determinada. La preparación detallada se efectuará a partir de la información obtenida y disponible de la preparación general.

La preparación detallada es la adaptación de la preparación general a cada uno de los distintos procesos requeridos por los diferentes pedidos, con sus características particulares.

En la medida que la preparación general sea más elaborada y más amplia será menor el trabajo de preparación detallada, adaptada a cada caso concreto. Las características del proceso productivo determinarán las amplitudes y límites de las preparaciones general y detallada. En procesos de fabricación de productos muy repetitivos, y en procesos continuos, la preparación general alcanza un nivel de elaboración que hace mínima la preparación detallada, ocurriendo lo contrario en procesos de fabricación de productos diferentes.

Las funciones de preparación del trabajo se han de desarrollar en base a:

- Conocimientos de distribución y equipamiento de las plantas, máquinas, movimiento de materiales.
- Diagramas de los procesos de fabricación.
- Estudio de tiempos y métodos.
- Lista de herramientas y útiles.
- Lista y datos de utilización de materiales.
- Cantidades programadas y plazos necesarios.
- Estudios de simplificación del trabajo.
- Datos de estándares de costes.

5.2. Lanzamiento del trabajo.

La función de lanzamiento tiene como misión emitir las órdenes e instrucciones necesarias para que el trabajo se realice de acuerdo con los métodos establecidos, utilizando las máquinas, útiles y herramientas previstas, con las secuencias de fases y operaciones establecidas, invirtiendo unos tiempos predeterminados y en las fechas previstas en la programación.

Puede considerarse la función de lanzamiento como el enlace entre las funciones de planificación, preparación y programación con la fase activa o de ejecución del trabajo.

El lanzamiento transmite a fase de ejecución del trabajo las consecuencias de la labor de planificación, programación y preparación del trabajo, con el fin de obtener los siguientes **objetivos**:

- El cumplimiento de las previsiones de programación.
- La coordinación de los elementos necesarios para efectuar los trabajos.
- Evitar la interrupción del proceso productivo por interferencias en la circulación de piezas, subconjuntos y conjuntos, o de materiales, entre los puestos de trabajo, talleres o secciones.

En consecuencia, pueden resumirse las **actividades** de lanzamiento de trabajo en la forma siguiente:

- Asignar los trabajos correspondientes a cada sección, grupo funcional homogéneo de trabajo, y puesto de trabajo o máquina, en el momento previsto por la programación, según las instrucciones y métodos establecidos por la preparación del trabajo, y siguiendo la ruta o secuencias establecidas.
- Gestionar y controlar que en el momento de comenzar las distintas operaciones se encuentran en cada puesto de trabajo los materiales, piezas, subconjuntos y conjuntos necesarios.
- Gestionar y controlar que en el momento de comenzar las distintas operaciones se dispone de las herramientas, útiles y aparatos de verificación necesarios para la realización del trabajo.
- Organizar el movimiento de materiales, piezas, subconjuntos y conjuntos entre el almacén, talleres, secciones y puestos de trabajo, según la necesaria secuencia de operaciones establecida en el proceso de producción.

Si en las fases anteriores al lanzamiento se ha establecido la descentralización, el lanzamiento ha de estar, naturalmente, descentralizado; pero si todas las actividades organizativas anteriores están centralizadas, se puede optar por la centralización o descentralización del lanzamiento, optando en cada caso por el sistema más adecuado, previa la consideración de las ventajas e inconvenientes generales que en cada una de las dos opciones se pueden presentar:

- **El lanzamiento centralizado.**

Ofrece las siguientes **ventajas** fundamentales:

- Favorece la coordinación entre los distintos centros de trabajo o secciones que intervienen en un mismo proceso de producción, favoreciendo la realización de los cambios de programación que puedan ser necesarios.
- Releva a los mandos intermedios de funciones administrativas, con la posibilidad de una mayor dedicación a las funciones de ejecución propiamente dichas.

Por otra parte, la centralización puede presentar los siguientes **inconvenientes**:

- Menor conocimiento, por falta de proximidad física y funcional, con las circunstancias y situaciones en cada momento de los trabajos y de las posibilidades y capacidades productivas.
- Mayor complejidad de los circuitos administrativos, de información y comunicaciones.

- **El lanzamiento descentralizado.**

Cuando la función de lanzamiento está descentralizada ofrece las siguientes **ventajas** fundamentales:

- La asignación del trabajo se puede adaptar a las circunstancias de las situaciones de capacidades y cargas realmente existentes en cada momento.
- Existe una mayor flexibilidad para efectuar cambios en las asignaciones ante posibles incidencias imprevistas en el proceso de fabricación, es decir, mayor rapidez en las acciones correctoras.

Los **inconvenientes** son, en general, las inherentes a la centralización de funciones:

- Dificultad de establecer criterios unificados en los sistemas.
- Dificultades de coordinación entre las acciones comunes y relacionadas con otros centros de trabajo afectados por el mismo proceso productivo.
- Los niveles alcanzados, en precisión y detalle, pueden desarrollarse en forma poco armónica entre los distintos centros de trabajo.

La elección del método más adecuado se efectuará en cada caso mediante un análisis detallado de las circunstancias particulares de cada organización, teniendo cuidado de que el nivel de método y los sistemas formales establecidos no se desvirtúen al pasar a la responsabilidad de personas con hábitos y mentalidades diferentes.

5.3. Sistemas y documentos.

Existe gran variedad de sistemas y documentos, así como de las denominaciones de documentos análogos, utilizados en la preparación del trabajo para su distribución y lanzamiento, debiendo adoptarse en cada caso el sistema y documentación más apropiado y sencillo posible, ya que, en definitiva, cualquiera que sea el sistema empleado ha de obedecer, en general, a los mismos principios fundamentales.

5.3.1. Orden de fabricación.

Se parte en todos los casos de una orden de fabricación que, independientemente de su denominación, es la autorización para que se inicie un programa de fabricación de un determinado producto o productos.

Estas órdenes de fabricación pueden estar generadas por los pedidos recibidos, reposiciones de stocks, decisiones de la dirección, etc. En cualquier caso es el documento que inicia el proceso productivo.

La orden de fabricación, que puede denominarse de diversas formas: orden de producción, pedidos, etc., ha de cumplir la función de contestar a las preguntas de ¿qué es lo que se va a hacer? y ¿cuándo se va a hacer?, sin entrar en quién, cómo ni dónde, lo que ya es función y responsabilidad de la producción.

En consecuencia, la orden de fabricación deberá determinar en forma precisa y concreta para que pueda ser cumplimentada:

- Cantidad o cantidades del producto o productos a fabricar.
- Fechas en las que cada uno, de los productos deben estar terminados.
- Si los productos están normalizados, determinación concreta de cada uno de los diferentes tipos, modelos, etc.
- Si los productos no están normalizados ha de aportar descripción de las características, especificaciones, materiales a emplear, plazos, esquemas, etc., es decir, todo lo necesario para que el producto quede totalmente definido.

La orden de fabricación es, por lo tanto, la fuente de generación de todo proceso de preparación, programación, distribución, lanzamiento y ejecución del trabajo.

5.3.2. Documentos.

El preparador del trabajo establecerá para cada una de las partes de la organización en las que se va a fabricar o montar las piezas, componentes, etc., el documento que ha de indicar el procedimiento y forma de realizarlo, así como los medios de producción que van a intervenir.

De cada orden de fabricación se derivan, por lo tanto, una o, en general, varias otras órdenes, que pueden denominarse hoja de ruta, hoja de proceso, orden de trabajo, etc., de forma indistinta, respondiendo siempre a una función concreta y determinada.

Entre los diferentes tipos de documentos existentes destacan:

1. Hoja de ruta.

Es el documento que indica las distintas fases o secuencias de la fabricación, y montaje

de una pieza, subconjunto o conjunto, determinando cada una de las operaciones del proceso, su orden secuencial: talleres, secciones, máquinas y puestos de trabajo que han de intervenir en cada una de las operaciones, tiempo asignado a cada operación, materiales, útiles y herramientas necesarios, verificaciones y controles que han de efectuarse.

Esta función concreta de la hoja de ruta se realiza en la práctica, en numerosos casos, de una forma simplificada en un documento en el que constarán, en forma secuencial, las diferentes operaciones a realizar, los puestos de trabajo en, que ha de realizarse cada una de ellas y los tiempos asignados, así como las fechas previstas de comienzo y terminación de cada operación, remitiéndose, para un conocimiento total de la forma de realizar el trabajo, a otra documentación complementaria, como las hojas de instrucciones, listas de planos, listas de materiales, de útiles y herramientas, cte.

2. Bono de trabajo.

Este documento, también denominado vale de trabajo, boletín de trabajo, orden de trabajo, cte., tiene como función el ordenar la ejecución concreta de una operación incluida en una hoja de ruta, indicando los mismos datos que ésta, con la determinación del equipo o máquina determinada que va a realizar el trabajo.

De la hoja de ruta se derivan, en consecuencia diferentes bonos de trabajo, en los que se consignarán, además, los datos reales referentes a la ejecución del trabajo, tiempo invertido, incidencias, paradas, etc., a partir de los cuales se origina el flujo de información de control, en cuanto a realizaciones, cumplimiento de programas, costes de fabricación y rendimientos, siendo el documento que refleja lo previsto y realizado a nivel de cada puesto de trabajo.

3. Hoja de instrucciones.

Puede utilizarse este documento como complemento de la hoja de ruta y del bono de trabajo para describir con el detalle necesario las operaciones consignadas en éstos, en cuanto a método de trabajo, utilización de las máquinas, velocidades, avances, herramientas, útiles, terminaciones, esquemas y planos, así como cualquier otro tipo de normas e instrucciones para la realización del trabajo en la forma adecuada en cuanto a calidad y economía de recursos empleados.

Puede haber instrucciones específicas para determinados procesos y productos e instrucciones generales normalizadas para determinadas operaciones comunes a distintos procesos, productos y, como consecuencia, a diferentes órdenes de fabricación, hoja de ruta y bonos de trabajo.

4. Lista de materiales.

Documento que tiene como finalidad el conocimiento y autorización de despacho de todos los materiales necesarios para la realización de las operaciones referentes a una hoja de ruta.

5. Lista de herramientas y utillaje.

Cuya función es análoga a la anterior en cuanto a herramientas y útiles a emplear.

En determinados casos pueden ser necesarios también:

- Lista de piezas.

- Orden de inspección.
- Planos de construcción.
- Orden de transporte, etc.

6. Productividad y Recursos Humanos.

6.1. Introducción.

6.2. Estudio de métodos de trabajo.

6.3. El control del coste de personal.

6.3.1. Valoración de tareas.

6.3.2. Sistema de salarios e incentivos.

6.4. Productividad y competitividad.

6.5. Mejora de la productividad y recursos humanos.

6.5.1. Modificación de las características organizacionales.

6.5.2. Modificación de las características del trabajo.

6.5.2.1. Diseño del puesto de trabajo.

6. Productividad y Recursos Humanos.

6.1. Introducción.

La gestión de recursos humanos está evidentemente ligada con la productividad, teniendo en cuenta que ambas están orientadas a la consecución del objetivo único de la empresa, la rentabilidad, la cual puede ser medida según:

- Número de horas/hombre necesarias para obtener una unidad de producto (ya sea en términos de mano de obra directa o indirecta).
- Volumen de producción que se obtiene con una cantidad de factor de trabajo (horas/hombre).

La productividad de los recursos de que dispone la empresa depende de una serie de factores contingentes externos e internos que afectan tanto a la producción obtenida como a los recursos utilizados (se en cuanto a las cantidades o en cuanto a los precios o valoraciones)

Entre los factores externos cabe destacar:

- regulación (desregulación) del mercado.
- grado de competitividad del mercado.
- evolución del consumo.

Entre los factores de índole interna destacan:

- la capacidad productiva y el nivel de inventarios.
- la inversión en I+D y la diversificación de la oferta.
- el adecuado diseño del proceso productivo (mejora tecnológica, automatización de procesos, etc.).
- la fuerza del trabajo.
- la calidad.

En los últimos años y en especial en países donde el reglamento laboral es muy rígido, los acuerdos en materia retributiva, reducción de jornada laboral, combinados con un menor crecimiento de las empresas, han provocado una elevación de costes por unidad de trabajo, lo cual lleva a las empresas de un país a no ser competitivas en un mercado de libre competencia.

La reducción de la mano de obra ha sido el método favorito para elevar la productividad en los años ochenta y principios de los noventa, aunque básicamente el mejor uso del tiempo retribuido y mejora de los métodos de trabajo son dos sistemas que se empiezan a utilizar para la mejora de la productividad.

6.2. Estudio de métodos de trabajo.

El estudio del método de trabajo es una técnica que se utiliza para determinar la forma más adecuada de realizar una actividad, para lo cual se analizan una serie de factores como son:

- Conjunto de movimientos humanos empleados en el trabajo.
- Arreglo o disposición del lugar empleado para trabajar.
- Diseño del producto elaborado.
- Diseño de las herramientas empleadas.
- Diseño del proceso de manejo de materiales.
- etc.

De esta manera se pretende crear unos procedimientos y condiciones óptimas para que el trabajo se realice de forma que repercuta en una productividad mayor. Se configura la forma más adecuada de realizar un determinado trabajo, aunque tiene una serie de inconvenientes, como la repetición de tareas que conlleva mayores equivocaciones, accidentes, etc. o lo que es lo mismo, una posible disminución de la productividad.

Por ello se tiende a un rediseño de los contenidos de los trabajos, para que realice unas tareas más amplias y sea responsable del resultado de su actividad. Esto ha llevado a muchas empresas a sustituir la fijación de un puesto por el trabajo en equipo y la rotación.

Entre las diversas técnicas empleadas para dicho estudio cabe destacar:

- **Principios del estudio de movimientos.**

Fueron desarrollados por Frank y Lilian Gilbreth, y completados entre otros por Ralph Barnes. Consiste en la experimentación de unidades industriales para permitir al analista mejorar la realización de tareas de forma que requieran menos tiempo y esfuerzo. Se clasifican en principios relativos al uso del cuerpo humano, principios relacionados con el arreglo del puesto de trabajo, diseño de herramientas y equipos industriales.

Según Barnes, los principios fundamentales de la economía de movimientos son:

- Minimizar el número de movimientos.
- Minimizar la longitud de los movimientos.
- Realizar los movimientos de los brazos en direcciones opuestas y simétricas.
- Minimizar el número de las partes del cuerpo utilizadas en un movimiento complejo.
- Minimizar la fuerza muscular necesaria para los movimientos utilizando el impulso.
- Minimizar el esfuerzo muscular requerido para el control.
- Minimizar el número de fijaciones de los ojos y la distancia de sus movimientos.
- Distribuir las actividades entre los miembros del cuerpo humano de acuerdo

- con sus capacidades, dejando las manos para los empleos más útiles.
- Disponer de las herramientas y materiales en lugar fijo y al alcance del operador.
- Emplear la ley de la gravedad en el manejo de materiales, siempre que sea posible.
- Permitir el trabajo sentado o de pie alternativamente y dotar al operario de sillas adecuadas para su complexión y tipo de trabajo.
- Utilizar, siempre que sea posible, el ritmo natural.

- **Análisis de therbligs.**

Se denomina **therbligs** a un movimiento básico elemental (denominado de esta manera por el apellido de sus creadores, los esposos Gilbreth, leído al revés).

Se basa en que cualquier trabajo se puede describir, analizar y con frecuencia mejorar, dividiéndolo en sus elementos básicos o therbligs.

El analista de movimientos y métodos realiza un estudio en las siguientes **etapas**:

1. Registrar las actividades que componen el trabajo.
2. Dividir esas actividades en los therbligs elementales en que están subdivididas.
3. Intentar mejorar el trabajo reduciendo los therbligs o cambiando su secuencia.

Cada uno de esos movimientos elementales tiene un símbolo propio que se usará en los diagramas representativos de un trabajo determinado, símbolos que también se usarán en los diagramas de proceso que más adelante serán tratados.

Entre los numerosos therbligs existentes, algunos de los más frecuentes son: usar, buscar, soltar carga, colocar, transportar, inspeccionar, planear, unir, descansar, sostener...

- **Estudio de micromovimientos.**

Consiste en un análisis más minucioso de los movimientos que componen un trabajo, ya que se basa en filmar dicho trabajo, obteniéndose de esta manera un elemento de análisis que podrá ser estudiado de forma más minuciosa.

La consideración temporal de los movimientos se incluye en esta técnica con el empleo de un cronómetro, o bien mediante el control de la velocidad de filmación (número de cuadro por segundo).

Es una técnica más cara que las demás, pero presenta una serie de ventajas:

- Posibilidad de captación de detalles muy rápidos y que se escaparían a una observación normal.
- Posibilidad de uso en el entrenamiento de trabajadores, debido a la posibilidad de repeticiones sucesivas.

- **Diagramas de proceso.**

Consiste en emplear métodos gráficos para describir un trabajo, tras lo cual el analista o examina y trata de mejorarlo, formulando propuestas de mejora con el mismo tipo de diagrama.

Entre los diferentes tipos de diagramas que se pueden emplear, cabe destacar:

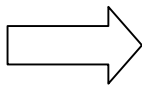
1. Diagrama de flujo de proceso.

Es un método gráfico que describe las distintas fases que atraviesan los materiales empleados en el proceso de producción.

Para la elaboración de estos diagramas se representan las diferentes actividades en las siguientes categorías y símbolos distintos:



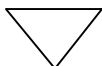
OPERACIÓN. Se cambian intencionadamente alguna de las características físicas o químicas de un objeto, se ensambla con otro o se desarma, se dispone o prepara para otra operación, transporte, inspección o almacenamiento.



TRANSPORTE. Se mueve un objeto desde un lugar a otro, sin que sea parte integral de una operación o inspección.



INSPECCION. Se examina un objeto para su identificación o para comprobar la calidad o cantidad.



ALMACENAMIENTO. Se mantiene un objeto bajo condiciones controladas.



DEMORA. Cuando las condiciones no permiten la realización del siguiente paso previsto.

El diagrama de flujo de proceso puede ser:

- Del material. Recoge todas las actividades realizadas para la fabricación.
- Del operario. Recoge las actividades realizadas por una sola persona. Este tipo de diagramas (diagrama de proceso del operador) debe seguir los movimientos ejecutados con cada una de las manos con independencia.

Se utilizan en algunos casos, en lugar de los símbolos anteriores, los correspondientes a los therbligs como forma de lograr un mayor detalle de las operaciones.

Cada una de las operaciones dentro de estos diagramas recoge información adicional, tal como una breve descripción de la actividad, el tiempo empleado en la misma y la distancia a recorrer durante su ejecución.

2. Diagrama de hombre – máquina.

Recoge las actividades del trabajador y de la máquina en términos de trabajo independiente, trabajo combinado y espera, representándose la duración de las actividades mediante barras de longitud proporcional al tiempo.

Los gráficos pretenden analizar el proceso productivo y equilibrar los tiempos de ocupación y espera de las máquinas y trabajadores. Su objetivo principal es localizar y demostrar la existencia de un tiempo ocioso, tanto de la máquina como de la mano de obra, y comparar dichos tiempos ociosos frente a otras alternativas del proceso.

En la siguiente figura se puede observar un ejemplo de este tipo de gráficos.

- **Principios del estudio de tiempos.**

Con el estudio de tiempos se calcula el tiempo estándar de la realización de un proceso, tiempo que posteriormente se usará en varios objetivos.:

- Fijación de incentivos.
- Imputación de costes de trabajo.
- Programación temporal de la producción (determinación de la producción / hora).
- Mejora del sistema de trabajo.

El procedimiento básico a seguir consiste en obtener de un supervisor / trabajador una estimación del tiempo requerido para llevar a cabo un determinado trabajo, y la observación directa, donde se controlan in situ los elementos del trabajo.

6.3. Control del coste de personal.

El coste del personal representa la remuneración del factor humano que se incorpora al proceso de elaboración del producto o de la prestación del servicio y resto del personal de la empresa (administración, ventas...).

El coste de personal es la suma de todas las cargas obligatorias (seguridad social...), las contraprestaciones pactadas (sueldo, incentivos, extras...) y cargas voluntarias (residencias...).

La empresa tendrá su sistema retributivo orientado a los siguientes objetivos:

- Recompensar la capacidad, esfuerzo y responsabilidad.
- Mantener una equidad interna y una competitividad externa.

El control de la mano de obra trata de alcanzar los siguientes **objetivos**:

- Distribuir a la mano de obra de acuerdo a unos criterios racionales de capacidad productiva, es decir, 'cada uno en su puesto'.
- Medir los tiempos realmente invertidos en las operaciones y contrastarlos con los tiempos estimados a priori en el presupuesto para observar las desviaciones que se producen y exigir la correspondiente responsabilidad.
- Controlar la productividad laboral, y así evitar el trabajo no productivo, es decir, lo que no produce valor añadido y por lo tanto es despilfarro.

Para lograr estos objetivos podemos diseñar una serie de soportes documentados de acuerdo con las necesidades de la empresa:

- Registros de trabajo, tiempos y servicios en los que se recojan las horas, el coste horario, el número de operación u orden de trabajo, etc.
- Hojas que recojan el nombre del trabajador, las horas trabajadas, horas extras, objetivos logrados o incumplidos.

Con estos métodos, y sobretodo con una adecuada motivación del personal, se trata de logra mejoras en puntos tales como:

- Mejorar la calidad de los productos, reduciendo al máximo los defectos, a través de una mayor atención y habilidad profesional.
- Reducir el trabajo defectuosos y el tiempo ocioso.
- Mejorar la técnica empleada.
- Reducir los costes de inspección y revisión.
- Establecer mejores relaciones entre los distintos centros de coste de la empresa.

6.3.1. Valoración de tareas.

El sistema se basa en establecer y determinar la retribución base de los salarios por productividad y los bienes salariales por hora en los sistemas basados en el tiempo. Para ello habrá que realizar una valoración de los puestos de trabajo para determinar el precio por hora de trabajo realizado.

Los parámetros más habituales para establecer lo anterior son:

- Dificultad del puesto.
- Oferta y demanda.
- Habilidad, responsabilidad y conocimientos requeridos para llevar a cabo el trabajo encomendado.

Además de estas consideraciones existen una serie de métodos para casos más específicos, como son el sistema de clasificación, comparación de factores, graduación de puestos y sistemas de puntos.

El sistema de puntos consiste en reemplazar la valoración monetaria y darle puntuación a cada elemento de trabajo y su consecuente valoración en puntos, siendo un método bastante aceptado por numerosos directores de Recursos Humanos.

6.3.2. Sistema de salarios e incentivos.

La estructura de la remuneración de la mayoría de los trabajadores se basa primordialmente en el conjunto del salario base y las primas.

La mano de obra percibe, a cambio de su contribución, un salario. Este concepto incluye el denominado salario base, los pluses (nocturnidad, peligrosidad, puntualidad...), las horas extraordinarias, pero no se contemplan ni dietas ni gastos de locomoción.

En realidad, como señala Keynes, el nivel de los salarios depende del valor total de la producción del país y de la estima o prestigio de ciertas profesiones en una sociedad determinada. Massé entiende que una buena política salarial es la que equilibra los intereses del capital y el trabajo, y por ende, se sustenta en un buen subsistema negociador. Para Von Thünen el salario tiene un componente de subsistencia y un rendimiento que se justifica por el exceso de productividad, vislumbrándose en esta perspectiva la noción de prima.

Los incentivos salariales pueden ser individuales o colectivos, intentando conllevar un mayor estímulo a la hora de buscar una mayor productividad, siempre y cuando se racionalice un sistema coherente, ya que de otra forma se puede convertir en una cantidad fija que el trabajador espera obtener todos los meses, y cuando no lo obtiene su rendimiento baja mucho de la media normal esperada por la empresa.

El sistema de salarios e incentivos debe basarse en:

- Tanto la empresa como el trabajador deben beneficiarse de este sistema; la primera obteniendo una mayor productividad del trabajador y el segundo, una recompensa monetaria.

- El sistema debe ser elaborado de manera que todos lo entiendan, de forma que no existan malentendidos y pueda originar conflictos laborales.
- El sistema debe prever un control estricto de la producción, cuidando en todo momento las incidencias sobre el nivel de calidad.
- El sistema debe motivar al personal y conseguir el objetivo con el cual fue diseñado en su origen.

Para establecer incentivos monetarios a la productividad es necesario establecer un adecuado **estudio de tiempos** (aspecto más objetivo) y una ajustada **valoración de tareas** (aspecto más subjetivo).

El estudio de tiempos es muy importante establecer el denominado **tiempo estándar (Te)**, ya sea por la experiencia del observador, por cronometración o por el 'work factor' (establecimiento del tiempo estándar para cada trabajo realizado). El tiempo estándar se obtiene, normalmente, ponderando el tiempo normal mediante un factor de tolerancia (demoras personales, demoras inevitables, fatiga, etc.).

Una vez establecido el tiempo estándar puede establecerse, para cada caso, el denominado **coeficiente de actividad (a)**:

$$a = \frac{T_{estandar}}{T_{real}}$$

Un coeficiente que ha de ser superior a la unidad para que reporte un incentivo al trabajador que consigue consumir menos tiempo del esperado al realizar su trabajo (en caso de ser inferior no se alcanza el incentivo, pero no suele sufrirse una penalización).

Existen diversos sistemas de cálculos de primas o incentivos (P) partiendo del salario normal 'j'. Entre ellos destacaremos los siguientes:

1. Sistema de destajo simple.

$$P = j \cdot \frac{T_e}{T_r} - j = j \cdot \left(\frac{T_e}{T_r} - 1 \right) = j \cdot (a - 1)$$

2. Sistema Taylor-Merrik.

$$P = j \cdot (k \cdot a - 1)$$

En este sistema la prima de destajo simple se ajusta mediante la aplicación de un coeficiente 'k' que se establece discrecionalmente en función de los fines que la organización persigue y en relación con el coeficiente 'a', por ejemplo:

k = 1	si 1 < a < 2
k = 1,5	si 2 < a < 3
k = 2	si a > 3

3. Sistema Rowan.

$$P = j \cdot \frac{a - 1}{a}$$

4. Sistema Halsey.

En este sistema, la empresa y el trabajador comparten el beneficio provocado por el ahorro de tiempo experimentado ($T_e - T_r$), correspondiendo a este último una porción 'H' de dicho ahorro:

$$P = H \cdot \frac{T_e - T_r}{j \cdot T_r} = H \cdot j \cdot (a - 1)$$

6.4. Productividad y competitividad.

La dirección de la empresa, tanto en su carácter general como en el aspecto de producción, se ve sumergida en un entorno caracterizado por la competencia, que a veces puede ser incierto e incluso hostil.

De esta manera se plantea un problema estratégico que puede ser definido como: 'el análisis y desarrollo de los retos e impactos, de las amenazas y oportunidades externas y de las fuerzas y debilidades internas'. Por lo tanto se debe prever y dirigir el crecimiento de la empresa.

La estrategia a seguir en el ámbito productivo será:

- Proceso interactivo entre empresa y entorno.
- Planteamiento de objetivos a largo plazo.
- Establecer políticas a corto plazo.
- Defender y mejorar la competitividad de la empresa.

Los elementos componentes de la estrategia serán:

- Campo de la actividad. Conjunto de productos y mercados en los que la empresa desarrolla su gestión actual.
- Valor de crecimiento. Posibles combinaciones producto – mercado en las que la empresa puede basar su crecimiento futuro.
- Efecto sinérgico. Acción amplificadora producida por una adecuada combinación de los elementos económicos en el desarrollo estratégico.
- Ventajas competitivas. Características diferenciadoras sobre la competencia que provocan posiciones favorables de nuestra empresa resultando la obtención de márgenes superiores respecto a nuestros competidores, las cuales pueden ser de dos tipos:
 - Ventajas en coste: Liderazgo en costes que nos permite, a través de un sistema de control de éstos, alcanzar rendimientos superiores a nuestros competidores.
 - Ventajas por diferenciación: Capacidad de nuestra empresa para distinguir nuestros productos de los del resto de productores, consiguiendo que sean más atractivos para los consumidores.

Según estas ventajas competitivas genéricas y dependiendo del ámbito de la competencia, es decir, de los campos de actuación generales o específicos, se podrán definir una serie de estrategias competitivas.

		Ventajas competitivas	
		Coste	Diferenciación
Ambito competitivo	Amplio	Liderazgo de coste	Liderazgo de diferenciación
	Reducido	Segmentación por coste	Segmentación por diferenciación

Existen unos tipos de riesgos que pueden anular nuestras ventajas, como son:

- Liderazgo de costes: cambio tecnológico, fácil aprendizaje (know-how) para los nuevos.
- Diferenciación: bajo diferencial de coste entre competidores, aumento de la imitación.
- Segmentación: incremento del diferencial de coste entre competidores, nicho de mercado (gasp) encontrado por la competencia.

En cuanto a las ventajas frente a la competencia que se pueden lograr mediante el coste, destacamos:

- Economías y deseconomías de escala.
- Aprendizaje o curva de experiencia.
- Modelo de utilización de la capacidad.
- Enlace entre actividades.
- Transacciones entre diferentes actividades.
- Grado de integración de la empresa.
- Programación temporal de actividades.
- Políticas discrecionales de gestión.
- Localización unidades productivas.
- Factores institucionales.

Además de estas ventajas, una fuente básica la representa el **leverage operativo**, que define la relación existente entre costes fijos y variables. En este sentido, el apalancamiento de operaciones señala el riesgo económico, que vendrá determinado por el grado de variabilidad del resultado de la explotación, riesgo que es mayor según se aumenta la relación de costes fijos.

6.5. Mejora de la productividad y recursos humanos.

Para la mejora de la productividad en una organización existen unos determinantes fundamentales:

- El entorno.
- Las características de la organización.
- Las características del trabajo.
- Las características de los individuos.

En cuanto al entorno, la mayoría de las variables que le afectan son incontrolables para la organización, pudiendo sin embargo la empresa actuar sobre el resto de variables.

6.5.1. Modificación de las características organizacionales.

Las características organizacionales afectan a los individuos, a su conducta de trabajo y acaban por tanto afectando a la productividad:

- **Sistemas de incentivos.**

Por lo general los sistemas de premios con base en la producción individual mejoran de manera más fiable la productividad, mientras que los planes destinados a compartir ganancias por el grupo muestran incrementos menores de la productividad.

Si los premios se establecen en base a la longevidad o al favoritismo personal, la lógica nos aventura que tales enfoques son recetas para que la organización fracase.

También existen sistemas de incentivos para mejorar la asistencia, premiándola y castigando ausencias excesivas, con resultados medianamente exitosos.

En definitiva podemos resumir que:

- los premios no monetarios se pueden utilizar para aumentar la productividad.
- los obsequios pueden utilizarse para mejorar las conductas en el trabajo.
- La seguridad económica en el empleo suele ser una condición previa para tener altos niveles de motivación y de productividad.

- **Establecimiento de metas y administración por objetivos.**

El **establecimiento de metas** eleva la productividad de manera fiable, ya que las metas y las intenciones influyen en la conducta. Una meta difícil aunque no imposible añadirá significado al trabajo y aumentará la satisfacción de realizarlo correctamente. Este sistema clarifica además lo que la gerencia espera que logre el trabajador.

La **administración por objetivos (APO)** es similar al establecimiento de metas, pero involucra más actividades. Esta administración se implementa con empleados gerenciales y profesionales. También recibe el nombre de **evaluación del desempeño**.

Es un método que a largo plazo puede ser difícil de mantener, a menos que sea posible reactivar las metas frecuentemente o modificar su contenido.

La APO requiere el desarrollo de ciertas habilidades gerenciales, como son:

- Planeación del desempeño.
- Delegación de funciones.
- Retroalimentación del desempeño.
- Habilidad para entrevistarse.
- Aceptación de riesgos.
- Tolerancia con los fallos (clima de confianza).

- **Selección.**

Existen varias técnicas para seleccionar personal capacitado y dispuesto a la realización del trabajo:

- Pruebas.
- Entrevistas.
- Antecedentes personales.
- Verificación de las referencias.
- Previsiones realistas de trabajo.

Por lo general las pruebas tienen un mayor efecto positivo sobre la elevación promedio de la productividad, pero son las entrevistas de selección los métodos más utilizados, las cuales han de ser estandarizadas, estructurales, comprensivas y objetivas, para que su validez y utilidad sean lo más correctas posible.

- **Capacitación y desarrollo.**

Son los esfuerzos que realiza una organización para facilitar el aprendizaje de los empleados y mejorar las conductas relacionadas con el trabajo.

Los propósitos de la capacitación son:

- Desarrollar habilidades.
- Impartir conocimientos.
- Influir en las actividades.

El proceso se desarrolla en tres fases:

- Diagnóstico.
- Impartición.
- Evaluación.

Existen tres métodos de capacitación:

- Modelación de la conducta.
- Instrucción programada y con ayuda de computadora.
- Capacitación directa en el puesto.

Un programa de capacitación debe enfocarse en conductas específicas relacionadas con el trabajo, incluir una demostración de la ejecución exitosa de esas conductas, permitir el tiempo adecuado para la práctica activa, proporcionar retroalimentación y reforzamiento positivo y ser activamente apoyado por todos los niveles.

- **Liderazgo.**

Se ha hablado mucho del liderazgo participativo en referencia a la toma de decisiones compartidas para aumentar la efectividad del líder, pero el aumento promedio de la productividad asociado al liderazgo participativo ha sido muy pequeño.

Actualmente parece que la participación funciona cuando pequeños grupos de trabajadores se enfocan voluntariamente en resolver problemas puntuales relacionados con el trabajo y que estén motivados para resolverlos (círculos de calidad).

- **Estructura de la organización.**

En este aspecto, tenderá a existir una mayor productividad si:

1. Las subunidades son pequeñas.
2. Existen relativamente pocos niveles jerárquicos.
3. Se controla la intensidad administrativa (no existan demasiados asistentes delegados).
4. La estructura no es demasiado compleja horizontalmente (número limitado de departamentos).
5. Si los gerentes tienen un alcance o ámbito de control relativamente amplio.

Cuando la tecnología no ofrezca demasiadas complicaciones y el entorno sea estable, la experiencia sugiere que la centralización de la toma de decisiones y un alto grado de formalización fomentan la eficiencia.

Sin embargo, si la tecnología es compleja y el entorno es turbulento, la organización ha de ser innovadora, de manera que la descentralización, la formalización reducida y una mayor intensidad administrativa de los profesionales técnicos resultan más funcionales.

6.5.2. Modificación de las características del trabajo.

- **Retroalimentación del desempeño: indicadores objetivos.**

La retroalimentación objetiva es la información acerca de la conducta del trabajo o desempeño laboral que se basa en hechos y es relativamente incontrovertible (días de ausencia, kilómetros por litro, unidades producidas...).

Los indicadores objetivos son preferibles frente a los subjetivos, pues proporcionan una información más precisa, presentando las siguientes **ventajas**:

- Se puede basar en datos que ya se están generando.
- Es sencilla y requiere poca inversión de tiempo o dinero.
- Su uso tiene una buena validez. Es un medio natural de control, requiriendo menores cambios en la rutina diaria.
- Tiene unos resultados rápidos.
- Se puede implantar en establecimientos en donde sean factibles pocas intervenciones adicionales.
- Su uso refuerza el empleo de otras técnicas para la mejora de la productividad.

La retroalimentación objetiva energiza la conducta, es decir, motiva, además de dirigir o activar dicha conducta, instruyendo.

- **Retroalimentación del desempeño: indicadores subjetivos.**

Estos indicadores se utilizan cuando no ha sido posible encontrar otros indicadores objetivos que puedan ser contabilizados.

Para evaluar subjetivamente un desempeño o tarea se han de considerar:

- ***Diseño del instrumento de medición del desempeño.***

El método más empleado es la escala de estimación. Durante mucho tiempo la estimación se usó para medir rasgos de la personalidad y características generales del desempeño, tales como confiabilidad, estabilidad, iniciativa, madurez... características muy vagas en las que influía mucho el evaluador ('error de halo').

En respuesta a esto ha habido una tendencia acelerada hacia la medición de conductas observables en el trabajo (existe menos ambigüedad en medir conductas tales como 'distribuye una agenda antes de la reunión' frente al rasgo 'calidad para el liderazgo').

- ***El proceso de evaluación.***

La evaluación tiene numerosos objetivos:

- Proporcionar información pertinente para tomar decisiones administrativas (remuneración, promoción, despidos...).
- Proporcionar retroalimentación útil para el desarrollo individual (identificando áreas a mejorar, planificar la acción...)
- Proporcionar información útil para propósitos de investigación.
- Proporcionar justificación y documentación para decisiones sobre el personal.

En cuanto a la entrevista de evaluación ha de seguir los siguientes pasos:

- Participación (oportunidad de expresar sentimientos y pensamientos).
- Conducta de apoyo (actitud amistosa, cooperación constructiva, respeto).
- Establecimiento de metas mutuas.
- Solución de problemas de desempeño.
- Limitada cantidad de crítica.
- Cantidad de amenaza experimentada.
- Planificación del propio desarrollo.
- Proporción de tiempo para escuchar.
- Rendimiento laboral contra productividad.
- Tiempo adecuado de duración.
- Preparación del subordinado.

6.5.2.1. Diseño del puesto de trabajo.

Es obvio que una organización y por lo tanto su producción tiene mucho que ganar si los empleados experimentan un alto nivel de motivación interna en el trabajo, porque esto representa un sistema de premio o castigo, integrado en el puesto mismo.

Las ventajas del bajo absentismo, rotación voluntaria, alta calidad del desempeño, aumento de la satisfacción del trabajo, mejoran la calidad de vida laboral del empleado.

La motivación interna en el trabajo se basa en tres estados psicológicos:

- Sentido de la significatividad (el trabajo es observado como valioso).
- Sentido de la responsabilidad (la persona siente que influye en los resultados satisfactorios del trabajo).
- Conocimiento de resultados (la persona sabe lo que logró).

Estos estados psicológicos dependen de cinco características del puesto:

- Variedad (número y nivel de habilidades utilizadas).
- Identidad (el trabajador completa o realiza un trabajo).
- Significación (opinión de otras personas respecto al trabajo, tales como colaboradores y clientes).
- Autonomía (oportunidad de tomar decisiones).
- Retroalimentación (información acerca del desempeño laboral).

Otro aspecto a destacar es la durabilidad de los efectos de las intervenciones en el diseño del puesto, ya que aunque los cambios sean duraderos, los resultados y reacciones ante estos cambios pueden no serlo. Puede que el reto se convierta finalmente en rutina y sea necesario implantar nuevos retos para evitar la frustración de la rutina. También si los empleados se acostumbran a los cambios por diseño de puesto acompañados de promociones y/o aumentos de pago, pueden desear cambios en sus puestos por esas mismas razones.

Existen algunos casos en los que no será posible implantar cambios en el diseño de los puestos:

- Cuando existan restricciones tecnológicas (una máquina puede limitar el ritmo de trabajo o puede suponer un alto coste alterar la tecnología de la empresa).
- Restricciones del sistema de personal (prácticas rígidas de departamento, planes de remuneración...).

- Controles organizacionales y sistemas de operación (presupuestos, contabilidad de costos, informes de producción de control de calidad...).
- Ambiente burocrático (toma centralizada de decisiones, reglas y procedimientos formalizados crean un ambiente contrario a innovaciones).
- Cooperación sindical (importante prever las posibles demandas sindicales ante de realizar implantaciones).
- Apoyo de la alta dirección.
- Apoyo de supervisores (la intervención aumentará la productividad sólo si los supervisores que la ponen en práctica creen que se producirá una mayor productividad, y no solamente un cambio de actitudes).
- Disposición de los individuos (el éxito de la intervención depende de la capacidad y deseo de los empleados para desempeñar puestos enriquecidos).
- Satisfacción contextual (otros aspectos del puesto además del propio trabajo: pago, supervisión, oportunidades de promoción... pueden influir en el éxito de la intervención, debiéndose de esperar o realizar los cambios con prudencia si dicha satisfacción contextual es baja).

Existen métodos prácticos para asignar tareas o trabajos a distintos operarios, dentro de las cuales nosotros trataremos el siguiente:

- **Modelo de Kuhn de asignación.**

Para explicar el método desarrollaremos un ejemplo. Supongamos que tenemos dentro de nuestro proceso cinco tareas: T_1 , T_2 , ..., T_5 , y que queremos asignarlas a cinco operarios diferentes: O_1 , O_2 , ..., O_5 .

Partimos como dato de los diferentes costes económicos o de tiempos que tendríamos al asignar cada operario a cada una de las diferentes tareas, datos que son obtenidos generalmente de la experiencia. El objetivo será por lo tanto minimizar los costes o tiempos totales resultantes de la asignación global de operarios a tareas.

La siguiente matriz es resultado de lo anteriormente expuesto, siendo el valor de cada una de las casillas el coste supuesto de las asignaciones antes comentadas.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
O_1	17,5	15	9	5,5	12
O_2	16	16,5	10,5	5	10,5
O_3	12	15,5	14,5	11	5,5
O_4	4,5	8	14	17,5	13
O_5	13	9,5	8,5	12	17,5

A continuación, a partir de la matriz anterior, realizamos las siguientes fases:

- A todos los elementos de cada columna se les resta el menor valor de la misma.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
O_1	13	7	0,5	0,5	6,5
O_2	11,5	8,5	2	0	5
O_3	7,5	7,5	6	6	0
O_4	0	0	5,5	12,5	7,5
O_5	8,5	1,5	0	7	12

- A cada elementos de cada fila se le resta el menor valor de la misma, obteniendo de esta forma la denominada matriz básica, a partir de la cual se buscará la solución óptima.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
O ₁	12,5	6,5	0	0	6
O ₂	11,5	8,5	2	0	5
O ₃	7,5	7,5	6	6	0
O ₄	0	0	5,5	12,5	7,5
O ₅	8,5	1,5	0	7	12

- En la fila con un menor número de ceros se encuadra uno de ellos y se tacha el resto de ceros de la misma fila y columna enmarcada. Si en alguna columna existe un cero encuadrado no puede existir otro en dicha columna, aunque sí tachado.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
O ₁	12,5	6,5	0	0	6
O ₂	11,5	8,5	2	0	5
O ₃	7,5	7,5	6	6	0
O ₄	0	0	5,5	12,5	7,5
O ₅	8,5	1,5	0	7	12

A continuación se comprobaría si se ha llegado a la asignación óptima. Para ello, por cada fila y columna ha de haber un y sólo un cero encuadrado, el cual refleja la intersección de una fila con una columna, o lo que es lo mismo, la asignación de un operario a una tarea.

- Se marca toda fila que no contenga un cero encuadrado.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
O ₁	12,5	6,5	0	0	6
O ₂	11,5	8,5	2	0	5
O ₃	7,5	7,5	6	6	0
O ₄	0	0	5,5	12,5	7,5
O ₅	8,5	1,5	0	7	12

- Se marca o señala toda columna que tenga un cero tachado en una fila marcada.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
O ₁	12,5	6,5	0	0	6
O ₂	11,5	8,5	2	0	5
O ₃	7,5	7,5	6	6	0
O ₄	0	0	5,5	12,5	7,5
O ₅	8,5	1,5	0	7	12

- Se marca toda fila que contenga un cero encuadrado en una columna marcada.

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅
O ₁	12,5	6,5	0	0	6
O ₂	11,5	8,5	2	0	5
O ₃	7,5	7,5	6	6	0
O ₄	0	0	5,5	12,5	7,5

O₅	8,5	1,5	0	7	1 ←
----------------------	-----	-----	---	---	-----

- Se trazan líneas sobre las filas no marcadas y sobre las columnas marcadas.

	T₁	T₂	T₃	T₄	T₅
O₁	12,5	6,5	0	0	6
O₂	11,5	8,5	2	0	2 ←
O₃	7,5	7,5	6	6	0
O₄	0	0	5,5	12,5	7,5
O₅	8,5	1,5	0	7	1 ←

- La submatriz formada por los elementos no atravesados por las líneas anteriormente trazadas generarán una nueva matriz del siguiente modo: a todos y cada una de sus valores se les resta el menor de ellos, sumándose dicho elemento menor a los elementos que se encuentran en las intersecciones de las líneas trazadas. De esta forma, con esta nueva matriz se reiniciaría el proceso de búsqueda de solución óptima (encuadrado y tachado de ceros).

	T₁	T₂	T₃	T₄	T₅
O₁	11	5	0	0	4,5
O₂	10	7	2	0	3,5
O₃	7,5	7,5	7,5	7,5	0
O₄	0	0	7	14	7,5
O₅	4	0	0	7	10,5

En este caso ya habríamos alcanzado la asignación óptima, al existir un cero encuadrado por cada fila (operario) de manera que la columna correspondiente (tarea) es sólo correspondiente al operario asignado (los encuadres de ceros corresponden a uno por fila y columna).

Las asignaciones resultantes en este caso, con sus costes particulares y totales son:

$$\left. \begin{array}{l}
 O_1 - T_3 \Rightarrow 9 \\
 O_2 - T_4 \Rightarrow 5 \\
 O_3 - T_5 \Rightarrow 5,5 \\
 O_4 - T_1 \Rightarrow 4,5 \\
 O_5 - T_2 \Rightarrow 9,5
 \end{array} \right\} \text{Coste total} = 33,5$$

Hay que tener en cuenta que si existe solución óptima, el coste total mínimo es el mismo, a pesar de poder existir varias asignaciones con ese mismo coste.

En referencia a este método, hay que hacer las siguientes observaciones:

- La matriz a tratar ha de ser cuadrada. En caso de no ser así, la matriz de partida se completaría añadiendo filas o columnas que representarían

- asignaciones imposibles (no existe operario o no existe tarea), quedando dichas casillas con un coste M muy alto (equivalente al infinito matemático).
- En caso que existan asignaciones imposibles (un operario no puede ser asignado a determinada tarea) esa casilla o casillas se penalizarían también con un coste M muy elevado.
 - Si el problema de asignación aludiese a beneficios, se aplicaría el mismo algoritmo cambiando previamente los signos de los elementos de la matriz original. En el caso de asignaciones imposibles también se pondría un valor M elevado una vez cambiado los signos del resto de valores de las restantes casillas.

A continuación se proponen para la resolución por parte del lector mediante el método descrito una serie de problemas de asignación.

♦ **Problema 1.**

Se plantea el problema de asignación de 5 obreros, O_i ($i = 1 \dots 5$) a 5 puestos de trabajo, P_j ($j = 1 \dots 5$), de forma que la relación entre ambos conjuntos sea biunívoca. Debe cumplirse, además, que el coste total derivado de los tiempos de ejecución de las operaciones características de los distintos puestos de trabajo sea mínimo.

Se supone que el coste de una determinada operación P_j es proporcional al tiempo que tarda en realizarla un determinado operario O_i . dichos tiempos aparecen en la siguiente tabla.

	P1	P2	P3	P4	P5
O2	7	3	5	7	10
O3	6	imposible	imposible	8	7
O4	6	5	1	5	imposible
O5	11	4	imposible	11	15
O5	imposible	4	5	2	10

Resolver el problema planteado.

♦ **Problema 2.**

Para la ejecución de un determinado proceso se dispone de 5 máquinas diferentes: M_1 , M_2 , M_3 , M_4 y M_5 , que van a ser manejadas por tres operarios especializados: O_1 , O_2 y O_3 . Mientras que los dos primeros operarios están capacitados para manejar cualquiera de las cinco máquinas, el tercero sólo puede utilizar las M_1 , M_2 y M_4 .

Se ha observado que el rendimiento obtenido, en tiempo de máquina por hora, por cada operario sobre las diferentes máquinas son los que aparecen en la siguiente tabla.

	M1	M2	M3	M4	M5
O2	1	4	2	3	5
O3	3	3	2	4	1
O3	4	2	-	3	-

La carga disponible es de 6 horas/jornada por cada una de las máquinas. Los operarios pueden trabajar 10 horas/jornada.

Supuestas las hipótesis anteriores, se desean distribuir las horas de trabajo de los operarios diariamente entre las diferentes máquinas, de modo que se optimice el valor de la producción obtenida.

7. Los costes en la producción.

7.1. Introducción.

7.2. Clasificación de costes.

7.3. La formación del coste.

7.4. Evolución de costes en función de la producción.

7.5. Variaciones del nivel de los costes de producción.

7.6. Relación costes fijos – grado de ocupación.

7.7. Los costes en la contabilidad analítica.

7.7.1. Comparación de los costes reales con las previsiones.

7.8. Asignación de costes a los productos.

7.8.1. Clases de productos.

7.8.2. Asignación de costes operativos a los productos.

7.8.2.1. Asignación de costes operativos a los productos principales.

7.8.2.2. Asignación de costes operativos a los subproductos.

7.8.2.3. Asignación de costes operativos a otros productos.

7.8.3. Métodos de asignación de costes totales.

7.8.3.1. El método del coste directo.

7.8.3.2. El método del coste completo.

7.8.3.3. El método de imputación racional.

7.8.3.4. Comparación del método del coste directo – método del coste completo.

7.9. La fijación del precio del producto.

7.10. El punto de equilibrio. Análisis del coste – volumen – beneficio.

7.11. Las amortizaciones técnicas como elementos del coste.

7. Los costes en la producción.

7.1. Introducción.

Coste es la medida y valoración del consumo realizado o previsto por la aplicación racional de los factores productivos para la obtención de un producto, trabajo o servicio.

Cuando nos referimos a los **costes de producción**, hablamos de las cantidades de los factores utilizados en los procesos técnicos de producción, no de los costes totales de la empresa. Estos costes, expresados en términos monetarios, equivalen a los gastos necesarios para la adquisición de los factores que se aplican al proceso de producción.

La rentabilidad es el mejor indicador del desempeño de una empresa, porque refleja el resultado de todas las funciones de la empresa y de esta manera también indica la eficacia con la que los productos se convierten en resultados.

$$\text{Rentabilidad} = \frac{\text{Cantidad de productos}}{\text{Cantidad de recursos}} = \frac{\text{Precio de venta}}{\text{Coste}} = \frac{\text{Ingresos}}{\text{Gastos}}$$

Por lo tanto, para aumentar la rentabilidad habrá que aumentar los ingresos o disminuir los costes. Para aumentar los ingresos será necesario elevar el precio de venta, el cual suele venir determinado por el mercado de libre competencia y por lo tanto es poco controlable por la empresa, o disminuir los costes.

Por lo tanto, el conocimiento y control del coste, el cual tiene una importancia capital en la rentabilidad de una empresa, es una variable sobre la cual puede ejercer la empresa una influencia más directa, aunque no todos los elementos integrantes del coste final del producto pueden ser controlados (tarifas energéticas, convenios de personal...).

La influencia de la empresa se centrará sobre todo en procurar una utilización más racional de los factores, que redunde en un menor coste por unidad de producto elaborado.

7.2. Clasificación de costes.

Atendiendo a su naturaleza y al criterio de clasificación que se elija, tenemos los distintos tipos de costes:

- Según su relación con respecto a las variaciones del volumen de producción.
 - ♦ **Costes fijos:** Son los costes en los que incurre una empresa independientemente del nivel de producción, dentro de ciertos límites. Hay que comentar que este coste sólo es invariable en relación con un período dado y a un cierto nivel de actividad o intervalo.
 - ♦ **Costes variables:** Son en los que incurre la empresa para alcanzar un determinado nivel de producción.
 - ♦ **Costes totales:** Es la suma de los costes fijos y variables para un volumen de producción determinado.

Todos estos costes, divididos por la cantidad de unidades producidas, nos dan los respectivos **costes medios o unitarios**.

- Según su imputación.
 - ♦ **Costes directos:** Son los que inciden de una manera clara en un determinado producto (materias primas, mano de obra...).
 - ♦ **Costes indirectos:** Son los que no se pueden asociar de manera clara a un determinado producto (impuestos, gastos administrativos...).
- Según el tiempo:
 - ♦ **Costes a corto plazo:** Son aquellos que no se pueden modificar en un período de tiempo suficientemente breve.
 - ♦ **Costes a largo plazo:** Son los que se pueden modificar en un período de tiempo lo suficientemente largo.
- Según se puedan asociar o no al proceso productivo:
 - ♦ **Costes operativos o de producción:** Son aquellos directamente relacionados con el proceso de producción o fabricación (los que tratamos en este apartado).

El coste de producción está compuesto por tres elementos principales.

- Material directo (materias primas).
- Mano de obra directa.
- Gastos de fabricación indirectos.

La combinación de materiales directos y mano de obra directa forma el **coste directo**, mientras que la combinación de mano de obra directa y gastos indirectos de fabricación proporciona el denominado **coste de conversión**.

- ♦ **Costes no operativos:** Son los que existen una vez terminado el proceso de producción (comercialización, distribución...).
- ♦ En los procesos de producción múltiple y conjunta (cuando en el proceso se producen más de un producto o como consecuencia de la elaboración de uno se originan otros, respectivamente) existen dos tipos de costes:
 - ♦ **Costes comunes o conjuntos:** Son los ocasionados en la fase del proceso común a los diferentes productos.
 - ♦ **Costes autónomos:** Corresponden a la fase del proceso específico de cada uno de los distintos productos.

Este criterio de clasificación se marca con referencia a la separación entre la fase común del proceso y la fase diferenciada.

7.3. La formación del coste.

Para planificar y controlar la producción es necesario conocer la formación del coste de la empresa, mediante un adecuado diseño de un sistema de medida y valoración de los factores consumidos, inventarios y productos realizados.

Así, el coste de un producto es el resultado escalonado de agregar los costes sucesivos, partiendo del denominado **coste básico o directo** (coste de mano de obra, materias primas y energía). Este coste básico o directo se puede cuantificar y asignar de manera fiable a un producto.

Sin embargo, existen costes que no pueden ser asignados de manera directa a un producto concreto, son los **costes indirectos o gastos industriales** (dirección técnica de producción, costes de mantenimiento y conservación...).

Añadiendo estos gastos industriales a los costes directos del producto tendremos los **costes operativos o industriales** del mismo, que son los asociados al proceso de producción.

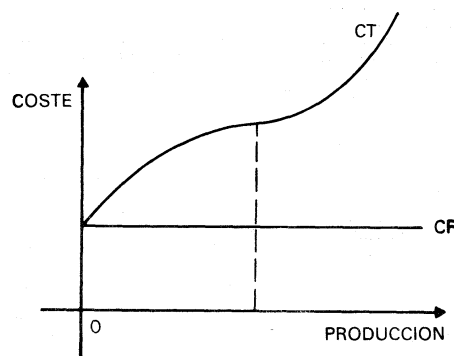
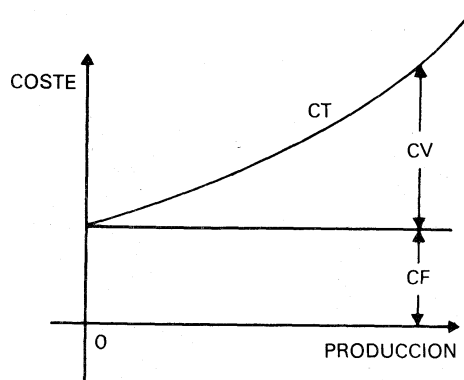
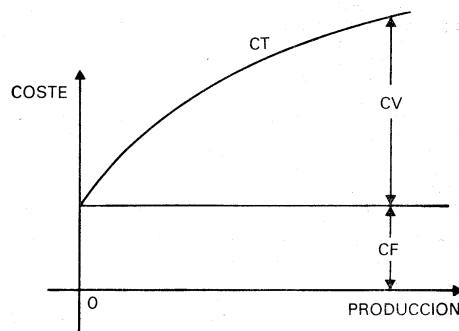
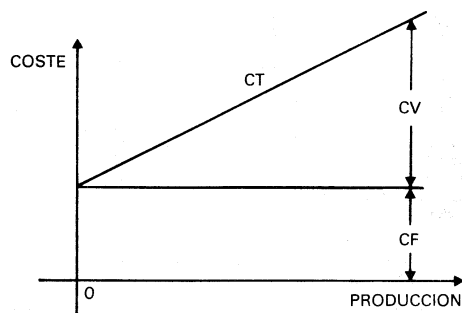
De esta manera, si a estos costes industriales les añadimos los gastos financieros (costes generales de administración y venta) tendríamos el coste de explotación. Si de nuevo añadiéramos los costes de los recursos propios, obtendríamos el coste económico o de empresa.

Si la empresa obtuviese un resultado positivo, estaría logrando un beneficio económico extraordinario o puro. En la siguiente figura se puede observar una representación gráfica de la formación de los costes.

7.4. Evolución de los costes en función de la producción.

Existen diferentes tendencias que pueden seguir los costes totales en relación con el nivel de producción de la empresa (recordemos que los costes fijos no varían con el nivel de producción, aunque siempre dentro de un período determinado, ya que a largo plazo todos los costes de la empresa son variables).

- **Trayectoria lineal:** En esta trayectoria los costes serían proporcionales al volumen de producción, si no existieran los costes fijos.
- **Trayectoria cóncava:** Los costes totales aumentan con la producción, pero se trata de un incremento decreciente.
- **Trayectoria convexa:** Aumentan los costes totales al crecer la producción, pero los costes crecen más rápidamente que el volumen de producción.
- **Trayectoria mixta:** Es cóncava hasta un volumen determinado y convexa a partir de éste.



7.5. Variaciones del nivel de los costes de producción.

Los costes de producción o fabricación de una empresa pueden variar por aspectos muy diversos, llevando a la empresa u una nueva función de producción. Entre esas causas podemos nombrar:

- ◆ Variaciones en el precio de los factores.
- ◆ Cambios cualitativos en los equipos.
- ◆ Cambios en los materiales o en la mano de obra.
- ◆ Modificaciones en los programas de producción, tipo y cantidad de productos.
- ◆ etc.

Así, la empresa puede adaptarse a estos cambios de manera muy diferente. Por ejemplo, ante un cambio en el precio de los factores se podría reaccionar:

- ◆ Modificando el proceso de producción.
- ◆ Introduciendo variaciones en la cantidad de los factores.
- ◆ Introduciendo variaciones en el tiempo o intensidad de utilización de los factores.
- ◆ etc.

La elección de la forma de adaptarse depende de:

- ◆ Los objetivos que se fijen.
- ◆ El plazo señalado a dichos objetivos.
- ◆ Posibilidades de adaptación técnica que disponga la empresa.
- ◆ etc.

Siempre hay que tener presente que el objetivo es la optimización de los costes, es decir, conseguir el menor coste para un volumen de producción dado, lo cual se consigue cuando la relación entre productividades marginales de los factores variables es proporcional a la relación entre los precios de dichos factores.

Por productividad marginal de un factor entendemos la razón entre el incremento de producción experimentado al aumentar el consumo de ese factor y el incremento de ese mismo factor aplicado.

7.6. Relación costes fijos – grado de ocupación.

El análisis de la ocupación y de los costes fijos es del mayor interés en el estudio de los factores que influyen en el nivel de costes de una empresa.

Para un período determinado, el grado de ocupación viene definido por el siguiente cociente:

$$\text{Grado de ocupación} = \frac{\text{Cantidad producida}}{\text{Capacidad de producción}}$$

Los costes fijos se originan porque algunos factores de producción, como los equipos, no son divisibles. Dichos costes fijos pueden cubrir las necesidades cualquiera que sea el grado de ocupación, aunque la cantidad producida iguale a la capacidad de producción. Estamos hablando en este caso de **costes fijos absolutos**.

Sin embargo, otros costes fijos sólo satisfacen la necesidad de su aplicación

dentro de un intervalo de ocupación determinado. En este caso podríamos diferenciar entre costes fijos no utilizados **(o** costes de marcha en vacío) **por oposición a los** costes fijos utilizados.

De esta manera, si el grado de ocupación es cero todos los costes fijos serán no utilizados, mientras que al aumentar el grado de ocupación aumentan los costes fijos utilizados y disminuyen simultáneamente los costes de marcha en vacío.

7.7. Los costes en la contabilidad analítica.

Desde el punto de vista de la contabilidad, el interés de la misma se centra en los **costes históricos** como valoración monetaria de los consumos que han sido efectivamente necesarios para la obtención de los productos o los servicios.

Así, cuando clasificamos los costes empresariales podemos tomar como base:

- La naturaleza de los elementos del coste.
- Las funciones de la empresa: aprovisionamiento, transformación, comercial, etc.
- Las áreas de responsabilidad.

En razón de los objetivos concretos que tiene asignada la contabilidad, como instrumento de gestión, puede hacerse otra clasificación de los costes:

- Evaluación de inventarios y determinación de resultados: costes de producción, costes de distribución, costes unitarios, costes totales.
- Planificación y control: costes variables, costes fijos, costes controlables, costes no controlables.

El interés de la información que sobre los costes nos da la contabilidad se pone de manifiesto al considerar su utilidad en orden a conseguir tres propósitos fundamentales:

- Comunicar información sobre los planes de actuación, facilitando la comprensión de los objetivos, los métodos y las limitaciones que resultan de las decisiones empresariales.
- Contribuir a la motivación de los agentes de la organización, especialmente cuando los costes están relacionados con las decisiones adoptadas por responsabilidades personales (centros funcionales).
- Evaluar las realizaciones y establecer las diferencias entre las previsiones y lo realmente alcanzado.

7.7.1. Comparación de los costes reales con las previsiones.

La contabilidad de costes tiene una finalidad de control, para lo cual debe resaltar el importe de cada uno de los elementos constitutivos de los costes. Para que ese control sea efectivo es necesario que exista una norma que permita medir los resultados reales en comparación con las previsiones. Esta norma se identifica como un estándar o un **coste estándar**.

Es decir, se trata de calcular por adelantado una cifra adecuada para cada uno de los elementos constitutivos del coste de un producto o servicio. Dicho sistema de costes estándar se basa en la observación sistemática, la experimentación, la medición y la planificación.

Cabe distinguir entre **estándares básicos**, que son los que no cambian durante un largo período de tiempo y por lo tanto útiles para el análisis de variaciones a largo plazo, y los **estándares corrientes**, que están sujetos a revisiones frecuentes con el fin de reflejar cualquier cambio en los procesos de producción o en los precios de los factores.

La comparación de estas cifras con las obtenidas en la realidad permite destacar las causas de las variaciones y medir el grado de progreso que se puede realizar.

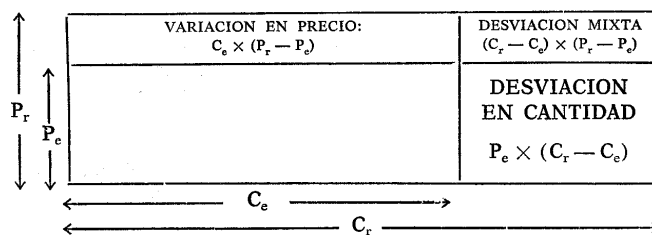
A continuación mostramos los procedimientos de cálculo de esas variaciones y su descomposición en los respectivos componentes:

- Desviaciones en los costes directos de materiales.

- Desviación en la cantidad: $P_e \cdot (C_r - C_e)$
- Desviación en el precio: $C_e \cdot (P_r - P_e)$
- Desviación en cantidad y precio: $(P_r - P_e) \cdot (C_r - C_e)$

(siendo P = precio unitario, C = cantidad; y los subíndices e = dato estándar y r = dato real).

Esta desviaciones se muestran en la siguiente figura (que considera las desviaciones como desfavorables) y es de aplicación también en las desviaciones de la mano de obra.



- Desviaciones en los costes directos de mano de obra.

- Desviación en el tiempo de trabajo: $S_e \cdot (T_r - T_e)$
- Desviación en el salario: $T_e \cdot (S_r - S_e)$
- Desviación en tiempo y salario: $(T_r - T_e) \cdot (S_r - S_e)$

(siendo S = salario por unidad de trabajo, T tiempo de trabajo)

- Las desviaciones en los costes indirectos son más complicadas de determinar, distinguiéndose su descomposición en tres aspectos:

- Desviaciones en gastos variables.
- Desviaciones en gastos fijos.
- Desviaciones en productividad.

7.8. Asignación de costes a los productos.

7.8.1. Clases de productos.

Como consecuencia de un proceso productivo se obtienen los siguientes productos:

- **Productos principales:** Constituyen el objeto principal de explotación de la empresa.
- **Subproductos:** no constituyen el objeto principal de explotación y generalmente su valor de realización es muy inferior a los primeros.
- **Otros:**
 - **Residuos:** Son partes de los materiales empleados que se desprenden de un proceso productivo.
 - **Imperfectos:** Son aquellos que no superan el control de calidad y son nuevamente procesados para subsanar las deficiencias.
 - **Defectuosos:** Son aquellos que no pueden ser reprocesados, pero susceptibles de comercializarse.
 - **Inservibles:** son productos terminados que no pueden ser ni procesados ni vendidos.

7.8.2. Asignación de costes operativos a los productos.

7.8.2.1. Asignación de costes operativos a los productos principales.

Entre los dos tipos de costes en la producción conjunta o múltiple, la asignación de los costes autónomos o específicos de un producto no presenta ninguna dificultad, ya que son directamente identificables.

Sin embargo, el problema se plantea al asignar a cada producto su parte correspondiente de los costes conjuntos o comunes, ya que es preciso determinar el valor de los factores que se han empleado en elaborar cada producto.

Existen tres métodos más usualmente empleados.

- **Método de la utilización o uso.** Consiste en la asignación de los costes conjuntos tomando como referencia una unidad física de medida (número de unidades...).
- **Método de la capacidad de absorción.** Consiste en asignar los costes conjuntos a los productos en función de su valor de realización de mercado.
- **Método de los costes alternativos.** Este método consiste en asignar los costes conjuntos proporcionalmente al beneficio obtenido. Así, si dos productos conjuntos A y B valen respectivamente en el mercado 70 y 50, y sus costes conjuntos son 100, el beneficio producido será de $120 - 100 = 20$.

De esta manera, el reparto proporcional sería:

$$\text{producto A} = \frac{20}{120} \cdot 70 = 11,67$$

$$\text{producto B} = \frac{20}{120} \cdot 50 = 8,33$$

7.8.2.2. Asignación de costes operativos a los subproductos.

Se siguen los siguientes criterios:

- **Criterio** de actuación basado en los costes autónomos y comerciales de los **subproductos vendidos**.

Se aplica este criterio cuando los subproductos tienen valores mínimos, teniendo en cuenta lo siguiente:

- Los subproductos no recibirán ninguna asignación del coste que ha existido en el proceso conjunto, y sólo se les asignan los costes existentes a partir del punto de separación.
- Además no se asignará ningún coste a los subproductos hasta que no se proceda a su venta, llevándose únicamente un control físico de ellos.
- Al vender un subproducto, la diferencia entre su valor de mercado y su coste asignado constituirá el ingreso neto del subproducto, pudiéndose tratar como sigue:
 - Como un menor coste final de coproducto vendido.
 - Como un ingreso más de la explotación.
 - Como un ingreso ajeno a la explotación.
- **Criterio** de asignación basado en los costes autónomos y comerciales de los **subproductos obtenidos**.

La diferencia con el método anterior radica en que:

- Con este método no se exige que los subproductos se hayan vendido para asignarles los costes, simplemente que se hayan producido.
- Con este método se considera como ingreso tanto el de los subproductos vendidos como el de los producidos que aún se encuentran en el almacén (ingresos realizables). Este punto presenta un conflicto al contravenir el principio de realización de ingreso.
- Se calcula el ingreso neto como diferencia entre el valor de mercado y el coste asignado a los subproductos obtenidos.
- El ingreso neto de los subproductos disminuirá el coste de fabricación de los productos elaborados.

7.8.2.3. Asignación de costes operativos a otros productos.

- **Deshechos:**

- No se les asignan ni costes conjuntos ni autónomos.
- Sólo se les asignan costes de comercialización.

- **Desperdicios:**

- No se les asignan ni costes conjuntos ni autónomos.
- Su coste de eliminación se llevará a la cuenta de explotación.

- **Productos imperfectos:**

- Si los podemos clasificar como subproductos, se sumará a su coste total el correspondiente al reprocesamiento, tratándoles posteriormente como tal subproducto.
 - si lo consideramos como productos terminados, hay que sumar a su coste de producción el coste correspondiente al proceso autónomo de su reparación.
- **Productos defectuosos:**
 - El criterio de asignación basado en los costes autónomos y comerciales de los subproductos vendidos.
 - **Productos inservibles:**
 - Disminuyen los resultados de explotación del período en que se producen por la cuantía correspondiente a su coste más todos los costes asignables a su eliminación.

7.8.3. Métodos de asignación de costes totales.

Existen tres métodos de representación y asignación contable de los costes:

- el método del coste directo o Direct-Costing.
- el método del coste completo o Full-Costing
- el método de imputación racional.

7.8.3.1. El método del coste directo.

Dicho método establece que los costes directos de materiales y de mano de obra más los gastos de fabricación variables forman el coste del producto, considerando todos los demás costes de producción como costes del período.

Este método se caracteriza por separar costes fijos y costes variables, de manera que al producto sólo se le aplican los costes variables (ya sean directos o indirectos), atribuyendo los costes fijos al período.

Es decir, considera que las cargas fijas o de estructura de una empresa no constituyen un coste industrial del producto final, imputándolas directamente a los resultados de explotación.

De esta manera el método del coste directo se denomina también método de los costes variables o del coste marginal.

Los **puntos fundamentales del método** del coste directo son:

- Sólo considera como costes del producto los costes variables.
- Los costes fijos son considerados como costes del período contable al que se aplican.
- Los costes fijos se excluyen de la valoración industrial de los productos finales.
- El coste variable unitario, que viene dado por el cociente del coste variable de fabricación entre el número de unidades producidas es constante, mientras que el coste fijo es decreciente en relación al número de unidades producidas.

- La diferencia entre el ingreso total de un producto y sus costes directos variables constituye el **margen bruto total**.
- El **margen bruto unitario** será la diferencia entre el precio unitario de un producto en el mercado y su coste medio variable en dicho mercado.
- El **margen neto** de un producto vendrá constituido por la diferencia entre el margen bruto del producto y sus costes fijos.
- El **resultado del ejercicio** es la suma del margen neto de los productos y de los resultados atípicos y extraordinarios.

Las **ventajas** de este método son:

- Permite calcular los beneficios provisionales de forma inmediata.
- Permite identificar la participación relativa de cada producto en los resultados de la empresa.
- Permite calcular el umbral de rentabilidad (punto muerto) y orientar la política de precios.
- Facilita la toma de decisiones en los distintos centros analíticos de coste, en lo referido a la optimización de los costes controlables por sus directivos.
- Posibilita la selección de los productos y mercados más rentables.
- Evita la arbitrariedad en la que se incurre al intentar distribuir los costes fijos entre los productos fabricados en un período.

Los **inconvenientes** de este método son:

- Es inadecuado para determinar los costes de los productos en explotaciones con programas de producción diferenciados.
- Complica el reparto de los costes conjuntos.
- Puede conducir a un falseamiento de los costes de los centros analíticos, al no tener en cuenta sus cargas de estructura.
- Valora las existencias a coste variable, luego éstas aparecen infravaloradas.

Para evitar estas desventajas, se ha desarrollado el **método del coste directo evolucionado**, el cual aplica al coste de los productos no solamente sus costes variables directos, sino también sus costes fijos específicos.

Por lo tanto, el método del coste directo podría resumirse así:

1. Análisis de los costes variables operativos del producto.
2. Análisis de los costes variables no operativos del producto.
3. Determinación de los ingresos.
4. Cálculo del margen bruto del producto.
5. Análisis de los costes fijos específicos de cada producto.
6. Cálculo de la aportación por productos y familias de productos, teniendo en cuenta lo siguiente:
 - La aportación por producto es la diferencia entre el margen de cada producto y sus costes fijos específicos.
 - La aportación por familia de productos es la diferencia entre el total de las aportaciones y el total de los costes fijos propios de cada familia de productos.

7.8.3.2. El método del coste completo.

El método del coste completo trata de absorber, aplicándolo al producto, el máximo posible de partidas de coste que puedan cuantificarse y sean asignables.

De esta manera, el coste total de fabricar y vender un producto será la suma de todos los costes; operativos y no operativos, directos o indirectos, fijos o variables.

Ventajas:

- Permite comparar el coste final de un producto con su precio de venta y medir consecuentemente su rentabilidad.
- Ofrecer una valoración real de los inventarios permanentes de productos terminados y de productos en curso.

Inconvenientes;

- No ofrece una información adecuada para tomar ciertas decisiones como la de dejar o no de fabricar un determinado producto.
- No suministra la información necesaria para establecer una correcta política de precios.
- Contempla el coste medio del producto para un nivel determinado de actividad, y sabemos que la variación de la actividad tiene diferente influencia en los distintos costes que componen el coste total final del producto.

Por lo tanto la diferencia fundamental entre el método del coste completo y el método del coste directo radica en el tratamiento de los costes fijos, ya que el primero incorpora al producto su parte alícuota de esos costes fijos, mientras que el segundo los imputa directamente a resultados de explotación.

7.8.3.3. El método de imputación racional.

Este método se basa en el supuesto que los costes fijos o de estructura son el resultado de la previsión a largo plazo hecha por las empresas sobre el volumen de producción que fabricará en el horizonte previsional.

Con este método los costes fijos se imputan a la producción del período, en relación directa con la capacidad de producción empleada realmente.

La diferencia, en concepto de coste de subactividad, se carga al resultado del período. Si la actividad real es superior a la normal, se recogerá un beneficio eventual en concepto de sobreactividad; si la actividad real es menor que la normal, la diferencia se imputa al resultado del período como un coste de subactividad.

De esta manera, las cargas fijas se imputan solamente en la relación:

$$\frac{\text{Nivel de actividad real}}{\text{Nivel de actividad normal}}$$

Este método implica en la práctica los siguientes aspectos:

- Concretar la cuantía de los costes fijos.

- Determinar el nivel normal de actividad, para el cual determinaremos los siguientes conceptos:
 - Capacidad teórica: es la que corresponde a la utilización plena de las instalaciones.
 - Capacidad real: es la que corresponde a la realidad del proceso productivo, teniendo en cuenta todas las interrupciones.
 - Capacidad normal: es la que viene determinada por el efectivo nivel de venta de los productos en el mercado.

7.8.3.4. Comparación método del coste directo – método del coste completo.

La diferencia fundamental está en el tratamiento de los costes fijos. Esta diferencia se pone de manifiesto en la valoración del inventario y en el resultado antes de impuestos.

Por el método del coste directo se eliminan de los productos los costes de los inventarios, costes que se aumentan a los gastos del período, y esto influye en el resultado. Se trata de aplicar de forma inmediata o diferir los gastos de inventarios.

Los diferentes casos que se pueden dar son:

- *El volumen de producción es mayor que el de ventas:* Al originarse un incremento de los inventarios, el método del coste completo mostrará mayor utilidad.
- *El volumen de producción es menor que el de ventas:* Disminuyen los inventarios, que se consumen a menor coste por el método del coste directo, luego éste reflejará mayor utilidad.
- *El volumen de producción iguala al de ventas:* El resultado es el mismo aplicando cualquiera de los dos métodos.
- *El volumen de producción es constante y las ventas variables:* El resultado es directamente proporcional a las ventas por ambos métodos.
- *El volumen de ventas permanece constante con fluctuaciones en el volumen de producción:* Los resultados del método del coste completo serán proporcionales a las variaciones en el volumen de producción, mientras que el coste directo reflejará los mismos resultados cada mes.

7.9. La fijación del precio del producto.

El precio es un elemento fundamental, de él se derivan las ventas y por lo tanto la rentabilidad y la tasa de penetración en el mercado. sin embargo, a mayor precio, mayor rentabilidad, menores ventas y menor participación en el mercado, con lo cual no todos los objetivos son compatibles.

En la determinación del precio intervienen:

- **El coste.**

El coste es el elemento básico en la fijación del precio, siendo actualmente el método más difundido el establecimiento de un margen sobre el coste. En la siguiente figura se muestra la relación existente entre coste total, coste variable y coste marginal.

La curva de costes totales tiene forma de 'ese', reflejando los rendimientos

decrecientes. En el primer tramo, desde 0 a XA, el producto crece en mayor proporción que los costes. En un segundo tramo, a partir de XA, los costes crecen en mayor proporción que los productos, cumpliéndose a partir de ahí la ley de los rendimientos decrecientes.

Los costes fijos son independientes de la cantidad producida, mientras que los costes variables sí aumentan con la producción.

Así, se definen los costes totales medios como los costes totales divididos por el nivel de producción, ocurriendo lo mismo para los costes variables medios y los fijos medios.

El coste marginal es el incremento que experimentan los costes al aumentar el nivel de producción en una unidad más

Para la fijación de precios nos basamos en dos puntos. El punto A, en el cual el precio es igual al coste variable medio, con lo cual la pérdida total de la empresa será igual a los costes fijos. Este punto es el denominado *punto de cierre*, ya que a la empresa le es indiferente producir o cerrar la planta, y es el punto de donde parte la curva de oferta de la empresa.

El punto B es el punto en el cual son mínimos los costes totales medios, y se denomina *punto de nivelación*. En este punto a corto plazo se cubre el coste fijo total, es decir, el beneficio es nulo y la empresa está nivelada.

De esta manera se pueden obtener los siguientes precios:

- El *precio límite* o *precio umbral*, es igual al coste directo. Es el precio por debajo del cual la empresa no puede descender. Sólo es útil en pedidos excepcionales y cuando permite que la empresa pueda utilizar el 100% de su capacidad de producción y dar salida al exceso sin rebajar precios en su mercado principal.
- El *precio técnico* es el correspondiente al punto muerto. Permite además de la recuperación del valor del producto la cobertura de los costes fijos en función de un volumen de actividad.

$$\text{Precio técnico} = \frac{\text{Coste directo} + \text{Coste fijo}}{\text{Ventas esperadas}}$$

Este precio es el coste unitario total, sirviendo el nivel de actividad de base para el reparto de los gastos fijos. Es útil para determinar unos precios mínimos en función del volumen de ventas.

- El *precio objetivo* o *precio suficiente*, comprende además del coste directo y la cobertura de cargas de estructura, una restricción de beneficio, calculado en relación al capital invertido en la actividad. Se calcula siempre sobre el volumen de actividad probable.

$$\text{Precio objetivo} = \frac{\text{Coste directo} + \text{Coste fijo}}{\text{Ventas esperadas}} + \text{Tasa de rentabilidad esperada} \cdot \frac{\text{Capital invertido}}{\text{Ventas esperadas}}$$

• La demanda.

Si la empresa fija los precios en función de la intensidad de demanda, los elevará cuando esta sea alta y bajará cuando sea baja en un mercado con elevado número

de competidores y productos homogéneos.

Otra política a seguir es la discriminación de precios: vender un mismo producto a precios distintos en función de los compradores, la versión del producto, el lugar o tiempo en el que se efectúa la venta...

Las empresas que cuentan con diversos productos pueden llevar a cabo estrategias de compensación de precios entre los mismos, por ejemplo:

- Aumentar los precios de aquellos productos cuya venta esté garantizada.
- Aplicar precios bajos para productos nuevos en busca de una buena penetración en el mercado.
- Aplicar precios altos para los nuevos productos e irlos disminuyendo a medida que el producto se difunde.

- **La competencia.**

Otra estrategia a seguir es aplicar el precio de los competidores, la cual se utiliza en mercados muy competitivos, en los cuales se considera que la variable precios es una circunstancia exógena a la empresa sobre la cual no se puede influir de manera directa.

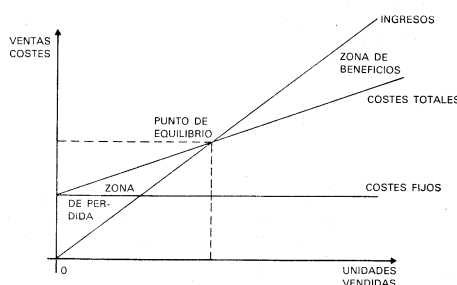
7.10. El punto de equilibrio. Análisis del coste – volumen – beneficio.

El punto de equilibrio se alcanza cuando las ventas han cubierto los costes variables que corresponden al volumen de producción vendido y además todos los costes fijos del ejercicio.

Se trata pues de un análisis a corto plazo, donde es de vital importancia la separación entre costes fijos y variables.

También se puede definir como punto de equilibrio la cantidad de ventas que proporciona un margen de contribución exactamente igual a los costes fijos. a partir de dicho punto el margen de contribución será mayor que los costes fijos y antes de dicho punto ocurrirá lo contrario.

La gráfica del punto de equilibrio, mostrada a continuación, permite predecir cambios probables en los ingresos y en los costes en relación con los resultados o beneficios, siendo por lo tanto útil para la toma de decisiones, control de costes, fijación de precios.



Siendo:

- P = el precio de venta unitario
- E = el coste variable medio por unidad
- X = la cantidad producida
- C_f = los costes fijos para ese intervalo.

Entonces:

$$\begin{aligned}\text{Coste total} &= C_f + E X \\ \text{Ventas} &= P X \\ \text{Beneficio} &= P X - (C_f + E X)\end{aligned}$$

El punto de equilibrio se alcanza cuando el coste total es igual a los ingresos por las ventas, es decir cuando el beneficio es nulo, luego:

$$C_f + E X = P X$$

De esta manera el punto de equilibrio se alcanza para un volumen de producción dado por:

$$X = \frac{C_f}{P - C}$$

Se observa como cuanto mayores son los costes fijos, más se tardará en alcanzar el punto de equilibrio.

Sin embargo, para un determinado incremento de las ventas, la empresa que tenga unos costes fijos mayores incrementará sus beneficios en mayor proporción que la empresa que tenga costes fijos menores. Es decir, que cuanto mayores sean los costes fijos, menor ha de ser el incremento de ventas necesario para alcanzar un determinado incremento en los beneficios. Es el efecto denominado apalancamiento operativo.

Dado un volumen de ventas, el grado de apalancamiento viene dado por la siguiente fórmula:

$$\text{Grado de apalancamiento} = \frac{\frac{\text{Incremento de beneficio}}{\text{Beneficio}}}{\frac{\text{Incremento de ventas}}{\text{Volumen de ventas}}} = \frac{\frac{P \cdot Dx - C \cdot Dx}{P \cdot x - C \cdot x - C_f}}{\frac{Dx}{x}} = \frac{x \cdot (P - C)}{x \cdot (P - C) - C_f}$$

El análisis del punto de equilibrio presenta inconvenientes, debido a las dos hipótesis de linealidad en que se basa:

- Supone que el precio de venta unitario es constante para cualquier volumen de producción.
- Supone que el coste variable medio por unidad también es constante para cualquier producción.

Por lo tanto se ha de tener en cuenta al formular conclusiones que estas hipótesis no siempre corresponden a la realidad.

7.11. Las amortizaciones técnicas como elementos del coste.

Quando se hace alusión a los denominados costes no-monetarios se realiza una alusión directa a las amortizaciones técnicas, constituyendo este aspecto un importante determinante del coste de producción que es necesario analizar.

En primer lugar, es necesario identificar la expresión amortización técnica o económica, desligándola de los procesos de amortización financiera que suponen las devoluciones del principal de las deudas financieras contraídas (préstamos, créditos, etc.).

El proceso de *amortización técnica o económica* viene a suponer el reflejo contable de la pérdida de valor que sufren los bienes de equipos o activos fijos materiales incursos en los procesos empresariales de producción, comercialización y administración.

Evidentemente, cada uno de esos procesos afecta a una fase de la formación del coste de empresa, interesándonos aquí el directamente relacionado con el proceso productivo propiamente dicho.

Existe, asimismo, un proceso de amortización que afecta a elementos del inmovilizado material (patentes, derechos de traspaso, etc.) pero que no vamos a tratar aquí, aun cuando, evidentemente, afectan al coste de empresa.

Los equipos e inmovilizados materiales aplicados a los procesos fabriles experimentan una merma en su valor que puede venir determinada, entre otras cosas, por el uso (desgaste), por el transcurso del tiempo (envejecimiento) o por la obsolescencia (técnica o estructural), teniendo en cuenta que la obsolescencia es el fenómeno que afecta a los equipos productivos mermando su valor no por el desgaste físico, sino por haber sido superado su nivel técnico, o por no estar adecuado a la demanda a cubrir o por los avances tecnológicos.

Esta pérdida de valor supone un coste efectivo para la empresa, aún cuando no suponga una salida de caja o pago estricto.

De este modo se podría analizar el coste de producción de la siguiente forma:

Coste de mano de obra:	MO
Coste de materias primas:	MP
Costes generales:	CG
<hr/>	
Costes monetarios:	C _M
Amortización:	A
<hr/>	
Coste de producción;	C _P

El precio de venta, como sabemos, viene determinado por el coste de producción y el beneficio que se desea alcanzar con la venta del producto fabricado.

Quando la venta se realiza, en caja entran las unidades monetarias correspondientes al precio de venta, saliendo de ella los costes monetarios comprometidos; en caja quedan, por tanto, el beneficio obtenido y la amortización aplicada (esto constituye una de las versiones del concepto de 'cash-flow').

Por lo tanto una de las cuestiones que es preciso establecer es cómo se capta y refleja contablemente el proceso de amortización.

Hay que indicar que se pueden aplicar dos procedimientos amortizativos: directo e indirecto.

- En el procedimiento *directo*, cada vez que se amortiza una parte de la inversión (o el gasto) el valor de ésta en el activo del balance disminuye en esa cuantía.
- En el procedimiento *indirecto*, las cuantías de las cuotas amortizativas van conformando un fondo que contrarresta el valor en activo del bien (valor histórico o de adquisición), que no se altera en el balance. Este último procedimiento será el aplicado al proceso de amortización que abordaremos.

Existen a tal fin diversos *métodos de amortización* para determinar la cuota de amortización de cada ejercicio, cuya aplicación depende de consideraciones de política económica empresarial y que pasamos a revisar seguidamente a partir de la siguiente simbología básica:

A	Coste de adquisición del equipo.
VR	Valor residual estimado del equipo en el momento de adquirirlo.
n	Vida útil estimada (años) del equipo.

1. Método de cuotas fijas o lineal.

Es el método más sencillo, aun cuando es también el menos ajustado a la realidad del proceso de desgaste que pretende captarse a través del proceso amortizativo.

La cuota se obtiene con la siguiente expresión.

$$c = \frac{A - VR}{n}$$

2. Método del tanto fijo sobre el valor pendiente de amortizar.

Consiste en determinar un tanto 'a' que se aplicará a los valores pendientes de amortizar en los períodos precedentes, comenzando con el valor de adquisición (no se considera el valor residual minorado).

$$c_j = a \cdot A_{j-1}$$

$$\text{siendo} \begin{cases} a = 1 - \left(\frac{VR}{A} \right)^{1/n} \\ A_j = A \cdot (1 - a)^j \end{cases}$$

Al final del proceso amortizativo quedará pendiente de amortizar el valor residual estimado en un principio.

3. Método de los dígitos o de Cole.

Se calcula la suma de los dígitos indicativos del número de períodos de vida útil ($1+2+3+\dots+n$) y se procede, bien crecientemente o bien decrecientemente, como sigue:

$$c_1 = \frac{1}{1+2+3+\dots+n} \cdot (A - VR)$$

$$c_2 = \frac{2}{1+2+3+\dots+n} \cdot (A - VR)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$c_j = \frac{j}{1+2+3+\dots+n} \cdot (A - VR)$$

Puede establecerse la siguiente fórmula recurrente para las cuotas crecientes:

$$c_j = 2 \cdot \frac{j}{n \cdot (n+1)} \cdot (A - VR)$$

4. Método del doble declinante.

Se aplica sobre el valor de adquisición; una vez alcanzado o aproximado el valor residual se detiene el proceso amortizativo.

$$c_j = A_{j-1} \cdot \frac{2}{n}$$

$$\text{siendo } A_j = A \cdot \left(1 - \frac{2}{n}\right)^j$$

5. Método de amortización por la producción total estimada.

Es un método más enraizado en la problemática de la formación del coste de producción (contabilidad de costes), porque tiene en cuenta el proceso de desgaste debido al volumen de producción realizado en el período para determinar la cuota correspondiente al mismo.

P = producción total del equipo en su vida útil estimada (estimación efectuada por los peritos).

P_j = producción obtenida en el período j por el equipo.

$$c_j = (A - VR) \cdot \frac{P_j}{P}$$

6. Método de amortización por el tiempo de duración estimado.

El equipo puede contar con una estimación de su duración técnica (en horas normalmente), realizándose la amortización del período en función de las horas consumidas en el mismo.

H = duración en horas estimada para el equipo.

H_j = horas aplicadas en el período j.

$$c_j = (A - VR) \cdot \frac{H_j}{H}$$

Existen otros muchos métodos de amortización, pero consideramos que los expuestos son suficientes para captar la dificultad que entraña la valoración monetaria de un proceso de desgaste y merma de valor de los bienes de producción. Esto ha hecho que Hacienda haya establecido un método de amortización específico para facilitar la correspondencia fiscal del proceso de amortización.

En cualquier caso hay que indicar que la empresa puede amortizar sus equipos, en principio, como considere oportuno; existe pues libertad de amortización.

No obstante, existe cierta restricción a ese principio de libre amortización empresarial. Por una parte, a efectos de su consideración como elemento formativo del coste y, por tanto, deducible de la base imponible del impuesto, Hacienda establece una cuota máxima, expresada en porcentaje; todo lo que exceda de esa cuota máxima se considera saneamiento de activo y sometible, por tanto, a gravamen.

Sin embargo, dado el interés social de la empresa, Hacienda vela por la no descapitalización de la misma e impone una cuota mínima de amortización (mediante una expresión de la duración del equipo en años) que impida, fundamentalmente, generar beneficios ficticios mediante la improcedente amortización a la baja de los bienes del activo fijo material, que origina la falta de capital a la hora de reponer los bienes al finalizar la vida útil de los mismos.

8. Producción y mantenimiento de equipos e instalaciones.

8.1. Introducción.

8.2. Tipos de mantenimiento.

8.3. La organización del mantenimiento.

8.3.1. Componentes del sistema de organización.

8.3.2. Circuitos de mantenimiento.

8.3.2.1. Circuito de mantenimiento correctivo.

8.3.2.3. Circuito de mantenimiento preventivo.

8.3.3. La informática en el mantenimiento.

8.4. Los costes del mantenimiento.

8. Producción y mantenimiento de equipos e instalaciones.

8.1. Introducción.

Un factor importante dentro del área de producción es el correcto mantenimiento de todos los bienes inmovilizados de la empresa (edificios, instalaciones, equipos, máquinas, etc.) que nos permitirá la máxima disponibilidad de los mismos de acuerdo con los objetivos de la empresa. Así pues, se podría definir el Mantenimiento como la función que tiene como objetivo la máxima disponibilidad de los equipos, instalaciones y máquinas, dentro de los límites de calidad y siempre con el menor coste, de manera que la relación disponibilidad, calidad, coste sea óptima.

Se hace referencia a máxima disponibilidad y no a total, ya que cada empresa fija su nivel en función de los costes de mantenimiento y condiciones del producto que fabrica.

La utilización adecuada de la capacidad de producción requiere el mantenimiento de las instalaciones, plantas y equipos en las mejores condiciones de funcionamiento, siendo este apartado vital para la continuidad y buena marcha del proceso productivo.

De esta manera la función de mantenimiento se convierte en una función auxiliar del proceso productivo, y, debido a la constante evolución y complejidad de la técnica, en procesos continuos y automáticos la importancia y grado de especialidad del personal encargado del mantenimiento llega a ser superior a las del personal de producción.

Por ello la función de mantenimiento no debe considerarse en la actualidad como una función menor, sino como una función que asegura la vida de la empresa y cuya actualización técnica y organizativa es totalmente necesaria, debiendo estar la preocupación de la dirección en la misma al nivel de la de producción, asegurando su evolución y rentabilidad, integrándola y relacionándola con el resto de funciones de la empresa, no limitándola a una función menor, encargada de engrases, puestas a punto, reparaciones de averías, etc., y que figura habitualmente en la cuenta de gastos generales.

Los **índices** más usuales para control de la actividad del mantenimiento son los siguientes:

- Disponibilidad.
- Horas disponibles.
- Utilización técnica.
- Horas totales.

- Horas de producción.
- Horas disponibles.
- Indisponibilidad por mantenimiento.
- Horas en paro por mantenimiento.
- Horas totales.
- Coste.
- Gasto de mantenimiento.
- Unidades producidas.

Obviamente, existen muchos índices más, dependiendo del factor concreto que se quiera controlar.

8.2. Tipos de mantenimiento.

Básicamente existen dos tipos de mantenimiento fundamentales:

- **Mantenimiento correctivo.**

Tiene como función la reparación de las averías que se producen en máquinas, equipos e instalaciones, cuando se producen, por lo que se pueden producir las siguientes circunstancias:

- La avería incide directamente sobre la producción.
- Es difícil dimensionar la plantilla, al ser muy irregular la carga de trabajo derivada de las averías que se producen, su frecuencia e importancia.

- **Mantenimiento preventivo.**

Tiene como objetivo disminuir las interrupciones por avería, tanto en frecuencia como en importancia de las mismas, conociendo y llevando un control sistemático el estado de todos los equipos e instalaciones, y programando las correcciones en el momento más oportuno.

Se considera el mantenimiento preventivo como un sistema de previsiones de averías, en el que, mediante una serie de inspecciones, revisiones y verificaciones, en las que las paradas son controladas, reduce al mínimo los tiempos perdidos por avería en las instalaciones, con la correspondiente economía para la empresa.

Los **objetivos** del mantenimiento preventivo han de ser los siguientes:

- **Prolongar la vida del equipo** de la empresa en buen estado de conservación y utilización.
- **Reducir las pérdidas debidas a las averías**, a las paradas y a su incidencia sobre los costes de producción.
- **Reducir los costes del mantenimiento**, sistematizando las condiciones de ejecución, períodos adecuados, normas de revisión, etc.
- **Controlar los gastos de mantenimiento.**
- **Mejorar las condiciones de funcionamiento** de las máquinas y equipos como consecuencia de las revisiones, cambios estándar de piezas y elementos, etc.
- Disminuir los accidentes de trabajo, al incluir en el programa de mantenimiento el de los dispositivos de protección previstos.

Un **programa básico** de mantenimiento preventivo puede comprender:

- Inspecciones sencillas y rutinarias.
- Revisiones de funcionamiento con frecuencias predeterminadas.
- Revisiones de estado con frecuencias predeterminadas.
- Revisiones profundas periódicas.

Las soluciones para los sistemas de mantenimiento varían en función de la naturaleza, el tamaño, características y medios de cada empresa, debiéndose adoptar en cada caso el más adecuado en función de los objetivos a cumplir, considerándose como fundamental disponer de:

- El inventario permanente de las máquinas, equipos e instalaciones en forma de fichero descriptivo de las características técnicas de cada elemento, y el historial de las revisiones efectuadas, averías, reformas, etc., con las fechas de las mismas.
- El estudio y redacción de las especificaciones técnicas para realizar los engrases y revisiones a efectuar.
- El manual de mantenimiento, concretándose las operaciones a realizar en cada revisión, medios y útiles necesarios, comprobaciones, medidas, etc.
- El calendario o programación de las revisiones.
- Estudio de tiempos, tanto de las revisiones e inspecciones como de las reparaciones, determinación de los equipos mínimos necesarios para efectuar las operaciones de mantenimiento.
- Determinación de la plantilla necesaria para el programa de mantenimiento. Sistema racional de imputación de gastos, con el fin de controlar los costes de mantenimiento y su repercusión sobre la producción.

No es aconsejable, aun cuando se considere totalmente imprescindible la implantación de un sistema de mantenimiento preventivo, efectuar de una forma total y en un momento dado la implantación del sistema, ya que, para llegar al mantenimiento preventivo de una forma racional, habrá que establecer las distintas etapas a recorrer desde la situación inicial, con mantenimiento exclusivamente correctivo hasta la situación ideal prevista de mantenimiento preventivo.

Se puede hablar de un tercer tipo de mantenimiento denominado:

- **Reacondicionamiento sistemático.**

Tiene como fin la puesta a punto de aquellos equipos que, por su uso, no ofrecen ya las condiciones adecuadas al proceso de producción, mediante un conjunto de reparaciones que coloca las máquinas y equipos en las condiciones más próximas a las que tenían en su situación inicial.

Las características de este reacondicionamiento son:

- Es previsible, pudiéndose incorporar a un programa general de mantenimiento, programando las reparaciones costosas y largas, sin provocar interrupciones en la producción.
- Se puede estudiar con la suficiente profundidad su importancia, coste, lugar, aprovisionamiento de piezas y elementos, de acuerdo con la producción y con el suministrado del equipo.

8.3. La organización del mantenimiento.

La organización del mantenimiento no ha de referirse exclusivamente al preventivo, sino que ha de comprender también el correctivo, ya que, aun después de la implantación y funcionamiento del mantenimiento preventivo y a pesar de haber alcanzado objetivos satisfactorios, siempre surgirán averías imprevistas sobre las que habrá que actuar con la eficacia debida.

Para **alcanzar los objetivos** de mayor eficacia posible en un sistema de mantenimiento correctivo, preventivo y de reposiciones sistemáticas es totalmente necesario **establecer una adecuada organización y control de los documentos y circuitos administrativos**, que facilite al máximo la realización de dos factores básicos para la eficacia del mantenimiento:

- **Actuaciones técnicas**, sobre reformas, reposiciones, normalizaciones, etc., basadas en los datos estadísticos fiables y representativos que ha de proporcionar la organización administrativa del mantenimiento.
- **Actuación eficaz del personal de mantenimiento**, motivado mediante un sistema de incentivos en que se aplique a cada tipo de operario los índices relacionados con la eficacia de su función.

Los medios administrativos de la oficina de control de mantenimiento no han de ser excesivos. Por esta razón, así como para garantizar la continuidad del sistema administrativo y de control que se establezca, éste ha de ser, dentro del cumplimiento total de su función, lo más sencillo y concreto posible.

En consecuencia, será necesario conseguir que la casi totalidad de los documentos y circuitos establecidos sirvan a la vez para el cumplimiento de la doble función:

- **Control técnico y económico**, estadísticas e índices de eficacia.
- Determinación de los **índices de coste y eficacia**, así como los datos sobre las averías y reparaciones, y en su consecuencia **la planificación y control de cumplimentación de los distintos posibles tipos de revisiones**.

8.3.1. Componentes del sistema de organización.

1. Tarjeta de avería.

De cada avería que se produzca, producción establecerá una tarjeta de avería, en la que indicará la fecha y hora, así como las anomalías observadas. Por su parte, los equipos de mantenimiento cumplimentarán los datos correspondientes a la identificación de la avería, duración de la reparación, reparación efectuada, materiales empleados, etc., así como, si hubiere lugar, la petición de otro tipo de reparación, en el caso de ser necesaria, y haberse limitado a la puesta en funcionamiento de la máquina.

Resulta de la mayor importancia, a efectos contables y estadísticos, una previa codificación de los distintos **tipos** posibles de averías, por máquinas, aparatos, circuitos, etc.

2. Planning de revisiones.

Tiene como fin indicar las revisiones a efectuar cada día. Se confecciona plasmando el resumen de las planificaciones correspondientes a cada ficha de elemento.

En ordenadas se reflejan las máquinas o, elementos a revisar, y en abscisas las fechas

de revisión. Según esta planificación cada día se distribuyen las órdenes de trabajo para efectuar las revisiones.

3. Planning de cargas.

Tienen por objeto adaptar las necesidades de trabajo que se deducen de la planificación de las revisiones, para las distintas secciones o equipos de mantenimiento, a la capacidad real de trabajo de estas secciones.

Puede ser una modalidad del planning de cargas de trabajo, del tipo que se expone, en el que en ordenadas figuran las máquinas o elementos, con los distintos tipos de revisiones establecidos, y en abscisas los períodos de tiempo.

Por cada período de tiempo (día, semana, etc.), la suma de las cargas de trabajo planificadas en las distintas máquinas, habrá de adaptarse a la capacidad disponible en la sección a que corresponde el planning.

4. Orden de trabajo.

Una vez determinada la programación de trabajo resultante de los reajustes entre las planificaciones y realizaciones, así como las cargas posibles, se efectúa el lanzamiento a los equipos de mantenimiento, de las órdenes de trabajo, en las que se indican las máquinas y elementos a revisar, los tipos de revisión, los tiempos normales concedidos para cada revisión, etc.

Estas órdenes de trabajo deberán cumplimentarse también por los equipos de mantenimiento, con las realizaciones reales de los programados, así como las posibles incidencias, reparaciones no normalizadas que haya sido necesario efectuar, materiales empleados, etc., y devueltas a la oficina de control de mantenimiento.

5. Parte de utilización de máquinas.

Las revisiones generalmente se establecen con una periodicidad en el tiempo, basada en una proporcionalidad entre las horas de funcionamiento de las máquinas e instalaciones, con períodos de tiempo definidos: semanas, meses, trimestres, etc.

Es necesario controlar, por lo tanto, esta proporcionalidad, ya que desviaciones tanto positivas como negativas sobre la utilización prevista pueden hacer modificar la planificación de las revisiones.

Al mismo tiempo, en el parte de utilización de maquinaria pueden consignarse, en determinados casos, los consumos de carburantes, reposiciones de aceites, etc., cuando estas operaciones las efectúen los utilizadores de la máquina, así como la denuncia de defectos de funcionamiento y petición de reparaciones y revisiones fuera de programa.

6. Estadísticas de averías.

Periódicamente la oficina de control de mantenimiento ha de informar a producción de la situación de averías en cada centro productivo. Se enviarán informes sobre el número y tipo de averías producidas, así como de las máquinas y equipos en que éstas se han producido.

7. Informes de eficacia del mantenimiento.

El control de gestión en mantenimiento ha de ser, en esencia, análogo a otros controles de gestión empleados en otros sectores de la empresa.

En consecuencia, periódicamente se enviarán a dirección informes en los que se represente la evolución de los índices:

- Número de horas de parada de las máquinas por grupos de máquinas, por sección.
- Las horas de mantenimiento respecto a las horas totales.
- Las relaciones
- La duración media de las averías.

El estudio y análisis de estos ratios resulta de la mayor importancia para las decisiones de modernización y renovación de equipos, siendo lo el índice más utilizado el siguiente:

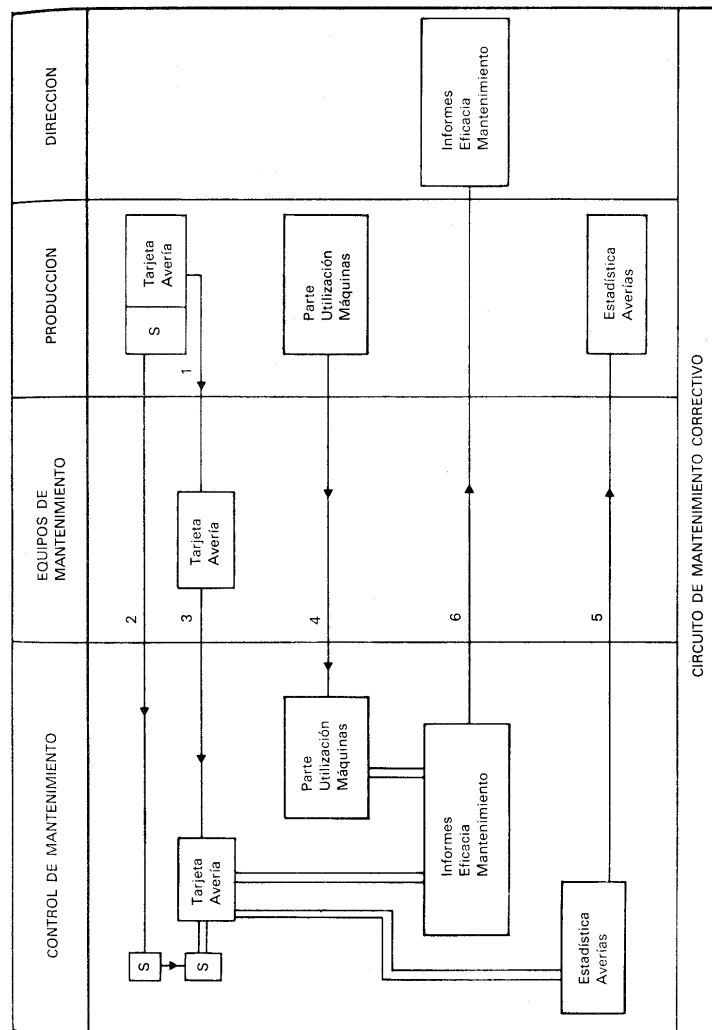
$$\frac{\text{Numero total de averias}}{\text{Horas totales de funcionamiento}} \quad \text{o bien} \quad \frac{\text{Numeo total de horas de paro por averia}}{\text{Horas totales de funcionamiento}}$$

8.3.2. Circuitos de mantenimiento.

Entre todos estos componentes del sistema de organización del mantenimiento se establece un flujo de información o interrelación, al cual denominamos circuito del mantenimiento, diferenciándose entre el correspondiente al mantenimiento correctivo y al preventivo.

8.3.2.1. Circuito de mantenimiento correctivo.

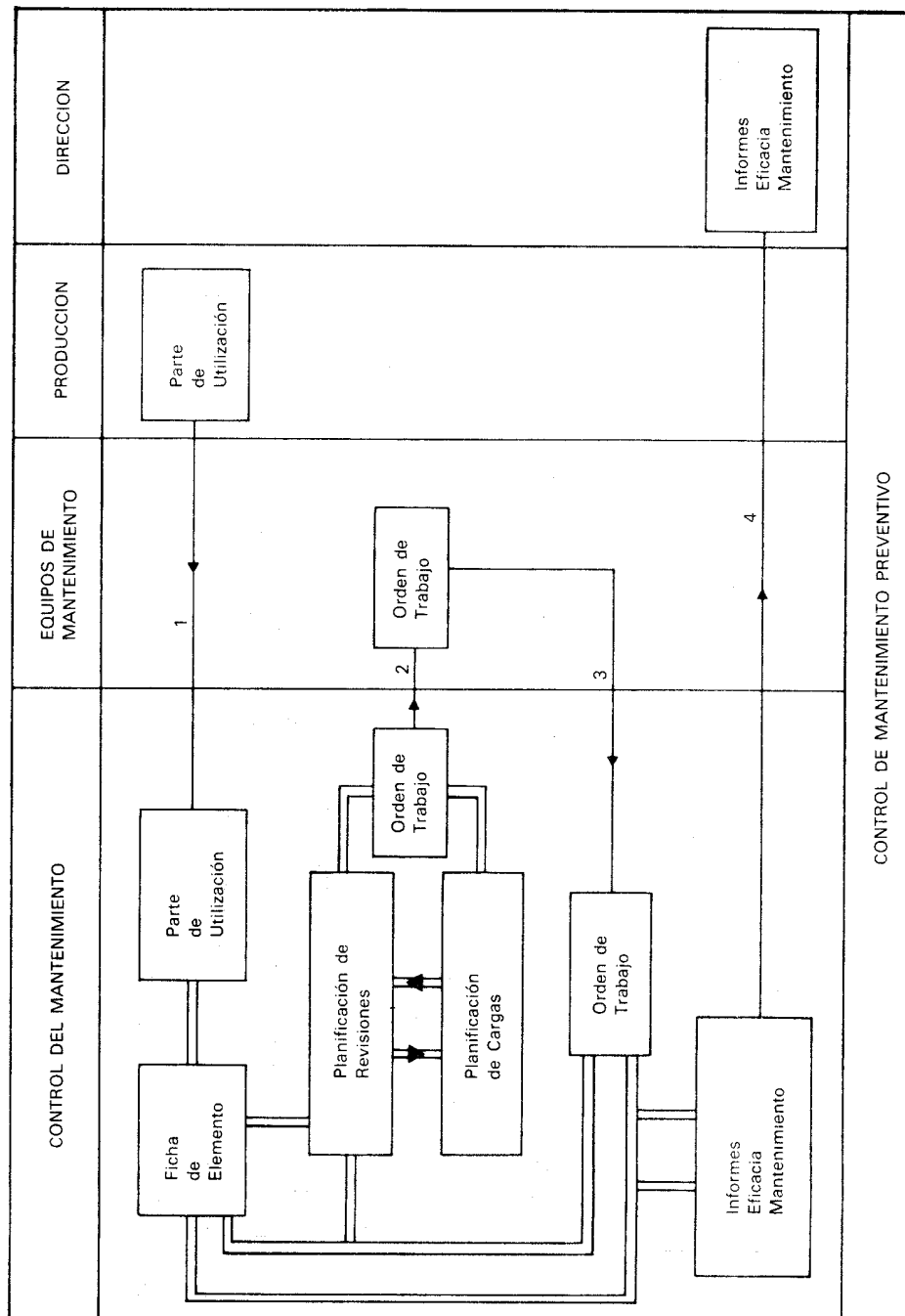
En la siguiente figura se muestra el flujo de relaciones existente en este tipo de mantenimiento, explicándose a continuación el desarrollo del mismo.



1. La tarjeta de avería, originada en las secciones de producción, pasa a los equipos de mantenimiento para la reparación de la misma.
2. Al mismo tiempo, una solapa de esta tarjeta pasa a la oficina de control de mantenimiento.
3. Una vez reparada la avería y cumplimentada la tarjeta se envía a la oficina de control, donde se contrasta con las solapas anteriormente recibidas.
4. Los partes de utilización de maquinaria son enviados a la oficina de control.
5. A partir de las tarjetas de averías, se confeccionan periódicamente las estadísticas de averías que son enviadas a producción.
6. Los informes sobre eficacia de mantenimiento se establecen periódicamente a partir de los siguientes datos, siendo posteriormente enviados a la dirección:
 - Averías y horas de paro por averías.
 - Horas de funcionamiento de las máquinas.
 - Planificación y cumplimentación de revisiones.

8.3.2.2. Circuito de mantenimiento preventivo.

En la siguiente figura se muestra el flujo de relaciones existente en este tipo de mantenimiento, explicándose a continuación el desarrollo del mismo.



1. Los partes de utilización de las máquinas han de ser enviados desde producción a la oficina de control de mantenimiento para la obtención de los datos básicos de la planificación de las revisiones.
2. Con la programación resultante de la planificación de revisiones y cargas de trabajo de las distintas secciones se efectúa el lanzamiento de las correspondientes órdenes de trabajo para que los equipos de mantenimiento efectúen las revisiones previstas.
3. Una vez cumplimentada la orden de trabajo por los equipos de mantenimiento pasa a la

oficina de control, donde se constata lo previsto y lo planificado en:

- Las fichas de elemento, para obtener permanentemente el registro histórico de las revisiones efectuadas.
 - El planning de revisiones, con objeto de controlar las revisiones efectuadas y, en su caso, efectuar los reajustes necesarios en la planificación.
 - Los informes de eficacia del mantenimiento, en donde deben figurar las desviaciones entre la planificación de revisiones programadas y realmente efectuadas.
4. Los informes de eficacia del mantenimiento, obtenidos a partir de estos datos, así como de las averías y horas de utilización de las máquinas, elementos e instalaciones, serán enviados en forma periódica y sistemática a la dirección.

8.3.3. La informática en el mantenimiento.

Como toda gestión de un sistema complejo, como lo es el mantenimiento, su informatización nos proporcionará una herramienta de ayuda a la toma de decisiones, de manera que éstas se fundamenten en datos cuantificables, dejando el menor margen posible a la ponderación intuitiva.

Un sistema informático de gestión de mantenimiento es un software dispuesto alrededor de una base de datos, que permite programar y seguir, técnica, económica y organizativamente, tanto las actividades del servicio de mantenimiento como los dispositivos y equipos que son objeto del mismo (máquinas, instalaciones, repuestos, etc.) a partir de terminales repartidos por la planta ó centro a mantener (oficina técnica, talleres, almacenes, compras).

La utilización de este tipo de herramienta informática, con su aporte de datos y conclusiones sobre anomalías, averías y fallos producidos en una instalación, ha sido el factor desencadenante de los nuevos conceptos organizativos en torno a la función de mantenimiento.

Las nuevas filosofías TPM (Total Productive Maintenance), iniciadas en Japón, consisten en descargar al servicio de mantenimiento de aquellas tareas elementales correspondientes a un entretenimiento básico, enriqueciendo así las correspondientes de producción, al añadirle las tareas de un primer nivel de mantenimiento (lubricación, limpieza, prediagnósticos, cambios sencillos de elementos, etc.). Estas políticas han permitido activar procesos de mejora continua en lo que a fiabilidad y capacidad de mantenimiento se refiere.

8.4. Los costes del mantenimiento.

La función de mantenimiento genera unos gastos e inversiones y produce economías, por lo tanto será necesario rentabilizar esta función conociendo sus costes y sus economías para decidir el nivel de desarrollo que se le pretende dar (el mantenimiento requiere personal, equipo, espacio, materiales, etc., en una dimensión que habrá que precisar).

Si nos basamos en un **mantenimiento correctivo**, reparando las averías en el momento de producirse, el coste total del mismo será la suma de dos componentes:

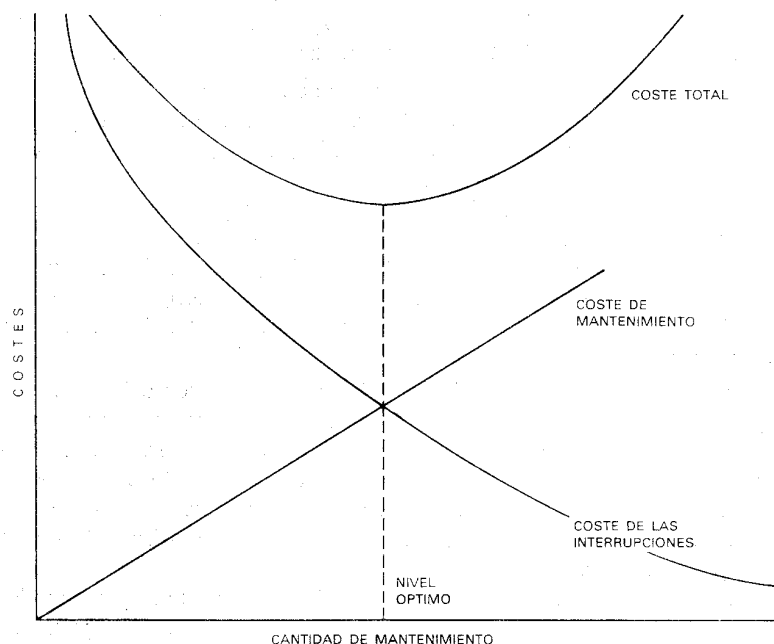
- Coste de las pérdidas de beneficios debido a las interrupciones o a la defectuosa calidad de la producción obtenida.
- Coste propio de las operaciones de mantenimiento, horas de trabajo, materiales, etc.

Dicho coste, en la mayoría de los casos, se puede reducir mediante el establecimiento de un sistema de **mantenimiento preventivo**, que evite en una buena parte el origen de las averías, disminuyendo el número de éstas.

La implantación progresiva de este sistema de mantenimiento hace que la segunda componente del coste anteriormente vista aumente, disminuyendo el coste total, ya que se produce una reducción mayor del coste de la pérdida de beneficios por interrupciones.

A partir de un determinado momento de desarrollo del mantenimiento preventivo, un esfuerzo mayor en el mismo no reducirá los costes de interrupción proporcionalmente mayor al coste de operaciones, con lo cual el coste total aumentará. De esta manera el nivel óptimo de mantenimiento se produce en el punto en el que el coste total sea mínimo.

En la siguiente figura se muestra la relación existente entre el coste de mantenimiento propiamente dicho y el coste de las interrupciones, así como el punto de nivel óptimo del coste total, suma de ambos.



Será por lo tanto necesario llevar el coste de mantenimiento al nivel más bajo, empleando una política adecuada de mantenimiento preventivo, así como minimizar averías y

reparaciones, dotando a la función de mantenimiento de los medios necesarios para alcanzar este objetivo.

9. El control de calidad en la producción.

9.1 Introducción. Definiciones.

9.2. Los costes del control de calidad.

9.3. El control de calidad en la producción.

9.4. Normas de calidad.

9.5. Inspecciones y ensayos.

9.6. Funciones y relaciones del sistema de control de calidad.

9.7. Control de calidad estadístico.

9.7.1. Introducción a la estadística en el control de calidad.

9.7.2. Control estadístico de procesos.

9.7.3. Planes de muestreo.

9.1. Introducción. Definiciones.

Desde un punto de vista globalizador e integrador de todas las áreas de la empresa, se define la calidad como la satisfacción de las necesidades y expectativas razonables de los clientes a un precio igual ó inferior al que ellos asignan al producto ó servicio en función del valor que han recibido y percibido.

A la anterior definición de la Calidad, orientada hacia el cliente, se ha llegado tras una evolución, cuyo desarrollo histórico puede ayudar a comprender.

El primer paso vino impuesto por las reclamaciones de clientes que compraban productos con unas especificaciones que no cumplían. Para evitar esto, las empresas desarrollaron departamentos de inspección y posteriormente de Control de Calidad, para separar los productos que no se ajustaban a las especificaciones fijadas y evitar que los errores alcanzaran a los clientes. En esta etapa, en un contexto de demanda, el control era realizado independientemente del departamento de Producción y la calidad del producto se identificaba como la conformidad con las especificaciones que lo definían.

A fin de minimizar los costes de control, se introducen herramientas estadísticas que, mediante muestreos, acotan los errores en valores máximos, tanto de los productos como de los procesos. Se establecen estándares de calidad, y aparecen las Normas de Calidad. El paradigma de la calidad sigue evolucionando hacia el Aseguramiento de la Calidad, es decir, se trata de poner de manifiesto la importancia de tener todos los procesos bien definidos y normalizados para asegurar al cliente que los productos cumplirán fielmente las especificaciones. Esta es la filosofía de las normas ISO 9000.

Las anteriores son normas internacionales de aceptación voluntaria para la gestión de una empresa, que proporcionan garantía de calidad a productos y servicios, articulando un sistema integral de acciones preventivas y correctoras para minimizar los problemas de calidad.

Cada empresa debe establecer una estructura operativa que vigile el funcionamiento y efectividad del Sistema, siendo conveniente (necesario), dado su prestigio internacional validarlo mediante el reconocimiento de un organismo independiente autorizado (Certificación).

La norma ISO 9001 es la más completa, incluyendo control pormenorizado de la fase de diseño y el servicio postventa. La ISO 9002 es la más común y se utiliza en la producción repetitiva de productos. La ISO 9003 es la norma para inspección y ensayos.

Actualmente, debido a las exigencias de un mercado cada vez más competitivo, la garantía en la calidad de un producto es casi más importante que el propio precio del mismo. Así, la supervivencia de una industria depende en gran parte de la producción de unos productos de calidad.

Por calidad podemos entender las características que ha de cumplir un determinado producto/servicio para satisfacer de manera duradera las expectativas y necesidades del usuario al que va destinado

Antes de introducirnos en el aspecto de la calidad más relacionado con la producción, debemos aclarar varios aspectos del concepto de calidad relacionados con el proceso productivo:

- **Calidad de diseño:** también denominada calidad de concepción, o especificaciones de calidad, ya que es inherente al diseño del producto, es decir, a las especificaciones que debe alcanzar el producto. Se trata de una responsabilidad tanto del sistema comercial que mediante investigaciones del mercado determina que exigencias ha de satisfacer el producto para satisfacer el mercado o segmento del mismo al que va dirigido, así como de la oficina técnica, que incorpora al diseño del producto las características anteriores, reflejando las especificaciones correspondientes a dicho producto, en función del precio que va a tener.

Dichas especificaciones han de venir reflejadas en planos, ensayos, tolerancias, normas de inspección y control...

- **Calidad de producción:** (de ejecución o fabricación) Dicha calidad depende del grado de obtención en el proceso de fabricación de las especificaciones de calidad determinados en la fase del diseño. La responsabilidad de este aspecto recae directamente en el subsistema de producción, así como en el de aprovisionamiento. Se mide con el grado de discrepancia de las características del producto final con las especificaciones de calidad desarrolladas en la fase de diseño.
- **Calidad de entrega y servicio:** El control de calidad se ha de extender también a la distribución, instalación y utilización del producto, ya que para el cliente la calidad de un producto se basa en su correcto funcionamiento durante su utilización. Esta entrega del producto se produce tras el almacenamiento, transporte y distribución del mismo. De ahí la importancia que tiene un buen servicio postventa en la empresa, ya que esta calidad también engloba la que el producto va teniendo a lo largo de su vida útil.

Así, para un gran número de productos el sistema de control de calidad ha de extenderse a pruebas y verificaciones después del transporte, especificaciones para el mismo, así como pruebas de funcionamiento posteriores a la instalación.

De esta manera, el control de calidad debe:

- Establecer niveles o normas de calidad.
- Evaluar el grado de conformidad con estos niveles o normas.
- Actuar cuando se excedan estos niveles o normas.
- Planificar la mejora de estos niveles o normas.

En resumen, la función control de calidad en la producción tiene por objeto la eliminación de los costes económicos que acarrear los defectos de los productos finales,

evitando los mismos mediante la prevención, teniendo por lo tanto una importancia vital sobre la cifra de ventas y los beneficios.

Hoy día, en un contexto de oferta, el concepto de calidad deja de centrarse en el producto, para localizar la gestión desde el cliente, al cual hay que satisfacer. Este sistema de gestión pretende la competitividad por medio de la satisfacción de los clientes y evidentemente, unida a la eficiencia económica, mediante la identificación y medida de dos elementos básicos:

- Áreas de insatisfacción de los clientes, entendiendo como tales no sólo los externos (destinatarios finales del producto), sino los internos, es decir, los propios departamentos de la empresa (Calidad total).
- Asociados a la mala calidad, que son todos aquellos de las actividades internas que no añaden "valor" al cliente.

Estos dos elementos, analizados convenientemente, nos proporcionarán una gran cantidad de oportunidades de mejora interna y externa.

Aprovechar las posibilidades que este sistema de gestión de la calidad ofrece requiere:

- Compromiso real de la dirección de la empresa, que se debe manifestar en todas las áreas de actividad, en los comportamientos, en un estilo de dirección participativo, en la información, etc. es decir, en un cambio de cultura de la empresa.
- Política de RR.HH. que motive y fomente la participación de los trabajadores en la toma de decisiones, fundamentalmente a través del trabajo en equipo, y que proporcione formación en las técnicas aplicables de mejora y entrenamiento y en las pautas de comportamiento que el enfoque de la calidad necesita.

En resumen, una buena gestión del sistema de calidad, tal como se ha descrito anteriormente, pasa por:

- La creación de una visión global de la empresa, que la dote de carácter ó identidad como suministrador fiable de productos ó servicios. Calidad de Marca.
- Dar servicio al cliente de manera que sus expectativas y deseos queden satisfechos a lo largo de todas las relaciones con él, desde la preventa hasta la postventa, pasando por la producción. Calidad de Servicio al Cliente.
- Establecer políticas de precios, que armonicen costes, características del producto o servicio y situación de los mercados.

9.2. Los costes del control de calidad.

Es importante que las inspecciones y tareas que acarrea el control de calidad en la producción no impliquen una inversión excesiva que implique costes mayores que los originados por las pérdidas que ocasionan las piezas defectuosas por falta de calidad.

Por lo tanto ha de realizarse un **estudio económico** del sistema de control de calidad que ha de considerar estos factores:

- Coste de la hora de inspección.
- Amortización de los equipos de verificación y control.
- Valor de la pieza a controlar.
- Consecuencias económicas de los defectos en los productos finales.

Básicamente estos costes se pueden agrupar en los siguientes tipos

- Costes de prevención (manuales de funcionamiento, formación del personal, salarios, etc.).
- Costes de evaluación (auditorías de proveedores, control, metrología, etc.).

De esta forma estos costes han de compararse con los costes de la no-calidad:

- Costes de defectos internos (valor de los productos desechados, de las reparaciones, de los productos defectuosos...).
- Costes de fallos postventa (reparaciones y sustituciones en garantía, reclamaciones, servicios postventa, pérdidas de clientes disconformes...).

La calidad también implica un ahorro de costes, derivados de la eliminación de piezas y productos defectuosos, considerando no solamente los costes materiales y de tiempo medibles y valorables, sino también aquellos más difíciles de cuantificar como son el prestigio y la imagen de la marca.

De esta manera, para cada empresa existe un nivel de calidad óptimo, que es aquél que proporciona los mayores beneficios desde el punto de vista económicos.

Existen valores de la calidad superiores que, alcanzados ciertos niveles, hacen que el coste de alcanzar los mismos no compense con los beneficios producidos, al ser el valor marginal de aquél mayor.

Tampoco niveles bajos de calidad corresponden a mayores beneficios, porque el cliente demanda artículos con una mejor calidad-precio, siendo estos productos los más competitivos del mercado, y no los más baratos.

Resumiendo podríamos concluir que existe para cada empresa y cada producto un equilibrio entre calidad y coste, un nivel de calidad óptimo que ofrece los mayores beneficios económicos como diferencia entre los ingresos totales y los costes totales.

9.3. El control de la calidad en la producción.

Por lo tanto, el control de calidad tiene un papel muy importante dentro de la fase de fabricación o producción del bien o servicio final, dividiéndose dicho control en tres fases:

- Inspección y control de las **materias primas** y elementos adquiridos que intervienen en el proceso de producción.
- Inspección de los productos en las diferentes **fases del proceso de fabricación** y el control específico de dichos procesos.
- Inspección y verificación de la calidad final cuantitativa y funcional de los **productos terminados**.

El objetivo principal del control de calidad en la producción es **alcanzar la calidad deseada especificada al menor coste posible, mediante el análisis de las causas que originan los defectos.**

Es obvio que cuanto mayor sea el número de controles e inspecciones, el coste del control de calidad aumenta, mientras que por otra parte, dicho control no puede limitarse a una simple inspección final para separar lo bueno de lo defectuoso.

El subsistema de control de calidad dentro de la producción no se ha de limitar a la simple inspección, sino que ha de tener las siguientes **funciones**:

- **Colaboración con la oficina técnica**, analizando planos y procesos para eliminar fuentes originarias de defectos y poder alcanzar las especificaciones de calidad determinadas en la fase de diseño, participando de esta forma en la fase de diseño.
- **Determinación de normas y sistemas de inspección** (procedimientos, frecuencias, elementos de medida, acciones preventivas, sistemas operativos para la realización de las actividades de control...).
- **Control estadístico de los resultados obtenidos**, para poder analizar los resultados y realizar las modificaciones necesarias tanto en el diseño como en el proceso.
- **Clasificación de defectos**, en función de las consecuencias económicas de los mismos.

9.4. Normas de calidad.

Las normas de calidad que ha de cumplir el producto, determinadas por las especificaciones de diseño, están orientadas a dos aspectos:

- Normas necesarias para el funcionamiento del producto de acuerdo con sus prestaciones.
- Normas determinadas para que el producto tenga características diferenciadoras en su imagen comercial.

Dichas especificaciones de calidad pueden sufrir variaciones, para adaptarse a demandas del mercado, variaciones en los medios de producción...

Las normas de calidad establecen unas tolerancias o límites de calidad, dentro de los cuales la fabricación de una pieza o artículo (o el ofrecimiento de un servicio) puede ser aceptada.

Cuanto mayor sea el margen de esas tolerancias, más fácil será que la calidad de producción se ajuste a la de diseño, mientras que cuando el margen de aceptabilidad es más rígido o cerrado, más complicado será alcanzar esos niveles de calidad.

La determinación de esas tolerancias o márgenes se ven afectadas por varios factores, entre los que se puede destacar:

- Exigencias del mercado.
- Limitaciones del proceso de producción.
- Limitaciones de tipo económico en cuanto a costes de fabricación.
- Normas legales exigibles a los productos.

9.5. Inspecciones y ensayos.

La inspección tiene por objeto en un primer término determinar si el producto o la operación realizada debe ser aceptado o rechazado, aunque su misión más importante es la de descubrir tendencias en el proceso en cuanto a calidad, para tomar medidas preventivas necesarias para evitar y corregir desviaciones de la tendencia deseada.

Las inspecciones o pruebas no se han de limitar al producto final (pasa-no pasa), sino que ha de partir de un completo conocimiento del proceso de fabricación del producto (conociendo las líneas de montaje final y auxiliares, conjuntos, subconjuntos, piezas y elementos...), repartiendo de esta manera las inspecciones en los puntos que nos permitan detectar de forma más eficaz el origen de posibles fallos.

En cuanto al tipo de inspecciones, podemos destacar las siguientes:

- **Inspección y recepción de materias primas**, piezas y elementos adquiridos para la elaboración del producto final: es de vital importancia, ya que defectos en los mismos originarían que el proceso fuera totalmente inútil. Para ello se ha de estar en coordinación con compras, para verificar la identidad, cantidad y calidad de los productos recibidos.
- **Inspecciones en las líneas de montaje**, la cual se efectuará sobre los diversos elementos que se van montando a lo largo de las mismas. Tienen vital importancia estas inspecciones intermedias, pues tienen mayor capacidad para detectar el

origen de los defectos, aunque su distribución debe ser cuidadosamente seleccionada para aumentar la eficacia y disminuir costes excesivos de la inspección.

Estas inspecciones tienen las siguientes **ventajas**:

- Evita el trabajo posterior sobre piezas o elementos defectuosos.
 - Evita la acumulación de trabajos inútiles o perdidos.
 - Descubre tendencias hacia desviaciones fuera de los límites de calidad, posibilitando la toma de medidas correctoras antes de alcanzar los defectos.
 - En casos concretos permite identificar qué máquinas o qué operarios tienen responsabilidad directa sobre el trabajo defectuoso.
- **Inspección final.** Se efectuarán las pruebas que sean necesarias para comprobar que el producto cumple las funciones para las que ha sido diseñado y construido.

La inspección por atributos compara la unidad de producto verificada con el diseño y especificaciones del mismo, clasificando la unidad en aceptable o defectuosas respecto a esas características de diseño.

Los **defectos** encontrados se clasifican en:

- **Defectos críticos:** son los que afectan a la seguridad, al rendimiento y al coste en forma importante.
- **Defectos mayores:** aun afectando a las prestaciones del producto, el porcentaje de unidades defectuosas no representa una disminución considerable de la calidad global de la producción.
- **Defectos menores:** son los que no afectan a la calidad o prestaciones del producto, no considerándose necesaria su eliminación.

En cuanto a las **técnicas de inspección** (dispositivos y procedimientos necesarios para el examen de las piezas o productos) son muy variadas, y su elección se realiza en función de:

- Las características del proceso productivo,
- La responsabilidad sobre la seguridad del funcionamiento,
- Los criterios comerciales,
- Los criterios económicos.

Los principales **tipos de inspección y ensayos** son:

- Inspección del utillaje a emplear, que garantiza las dimensiones de las piezas producidas.
- Inspección de prototipos de fabricaciones en serie, para detectar posibles dificultades o fallos en la cadena.
- Pruebas de laboratorio, para las propiedades físicas y químicas.
- Pruebas de desgaste, forzando el mismo para determinar qué partes han de ser reforzadas o mejoradas.
- Prueba de funcionamiento e inspección de atributos (color, acabados, dimensiones, formas, peso...).
- Inspección volante, comprobando con frecuencia aleatoria el funcionamiento correcto de las distintas fases y maquinaria del proceso.

9.6. Funciones y relaciones del sistema de control de calidad.

Las funciones, como se han venido reflejando a lo largo del apartado, han de basarse en:

- Determinar el tipo de pruebas, métodos de medida, equipos e instrumentos, así como los procedimientos de inspección y verificación en cada caso.
- Determinar las normas para el control estadístico, tamaño de las muestras y cumplimentación de gráficos e impresos.
- Análisis técnico-estadístico de los resultados para tomar las medidas correctoras necesarias.

La función de calidad por sí sola está relacionada con todas las funciones de la empresa:

- **Función compras;** al ser la receptora de materiales y artículos en cantidad y calidad, procediendo a rechazos y devoluciones de las piezas que no se ajusten a las características necesarias.
- **Función comercial;** con especial vinculación con los servicios postventa y técnico, atendiendo a las sugerencias de ambos.
- **Función producción;** relacionado directamente, intentando alcanzar las especificaciones de calidad determinadas en el diseño.
- **Función ingeniería;** al ser ésta la que determina esas especificaciones y tolerancias previstas al definir la calidad del diseño.

9.7. Control de calidad estadístico.

Debido a razones de índole económica (sería muy costoso realizar revisiones de todos los productos elaborados) el método estadístico es el usado en el control de calidad.

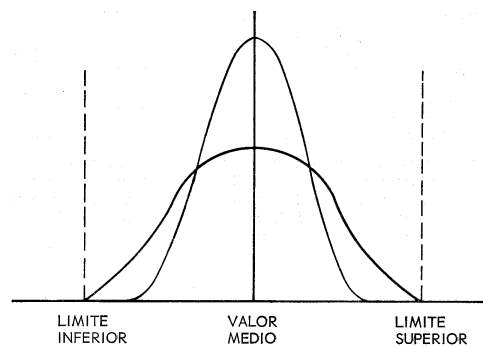
Consiste en efectuar el control sobre un determinado número de piezas y productos, extrapolando las conclusiones a la totalidad de los materiales y de la producción, con un cierto grado de garantía predeterminado.

Las ventajas de este método son:

- Disminuir el coste del control de calidad actuando únicamente sobre un determinado porcentaje de la producción.
- Asegurar que el número de productos defectuosos no puede exceder de un porcentaje también determinado.

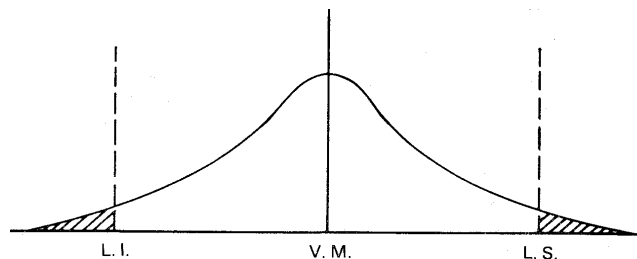
Este sistema se basa en que las especificaciones de calidad ya dan un valor ideal de la medida en cuestión así como los límites de la tolerancia (desviaciones máximas permitidas).

Si el proceso está ajustado a las mismas, la distribución de las medidas obtenidas en los productos es aproximadamente normal, no existiendo o siendo muy pequeño el número de medidas fuera de las tolerancias.

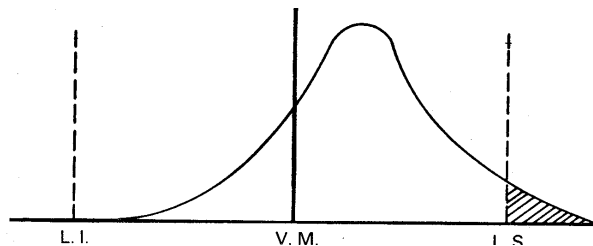


Pueden darse varios casos:

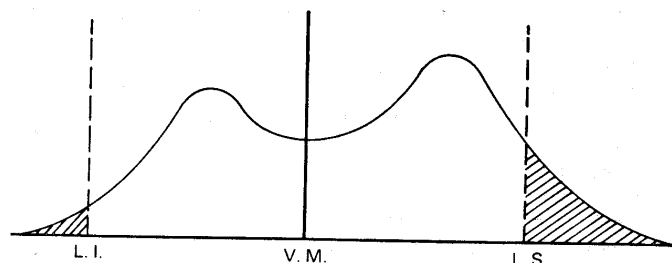
- Si la distribución sobrepasa excesivamente los límites, el proceso tiene características estables pero existe un número de piezas defectuosas demasiado alto.



- Si la curva de la normal está desplazada del valor medio, el proceso está desajustado, pudiendo tener su origen en algún elemento o equipo inadecuado.



- Si la distribución no es normal, existen desajustes y variables perturbadoras a corregir.



El tamaño de la muestra a tomar para la inspección estará en función de una garantía mínima predeterminada que nos asegure la extrapolación de resultados

El número de sistemas operativos para realizar controles de calidad estadísticos es elevado, existiendo tablas y gráficos de control basados en las distintas teorías estadísticas de distribuciones y muestreos.

- 9.7.1. Introducción a la estadística.**
 - 9.7.1.1. Control estadístico de calidad.**
 - 9.7.1.2. Datos.**
 - 9.7.1.2.1. Presentación de datos.**
 - 9.7.1.2.2. Técnicas de presentación de datos.**
 - 9.7.1.3. Estadísticos.**
 - 9.7.1.4. Distribuciones de probabilidad.**
 - 9.7.1.4.1. Introducción.**
 - 9.7.1.4.2. Probabilidad y sus propiedades.**
 - 9.7.1.4.3. Variables aleatorias.**
 - 9.7.1.4.4. Distribuciones de probabilidad discretas.**
 - 9.7.1.4.5. Distribuciones de probabilidad continuas.**
 - 9.7.1.5. La estimación del modelo.**
 - 9.7.1.5.1. Introducción a la inferencia estadística.**
 - 9.7.1.5.2. Muestreo.**
 - 9.7.1.5.3. La estimación puntual.**
 - 9.7.1.5.4. Propiedades de los estimadores.**
 - 9.7.1.5.5. Estimación estadística por intervalos de confianza.**
 - 9.7.1.6. Contraste de hipótesis.**
 - 9.7.1.6.1. Introducción.**
 - 9.7.1.6.2. Contrastes de significación.**
 - 9.7.1.6.3. Aplicación a la distribución normal. Ensayos de una y dos colas.**
 - 9.7.1.6.4. Curva característica de operación (oc). Curva de potencia.**
 - 9.7.1.6.5. Diferentes tipos de ensayos.**
 - 9.7.1.7. Análisis de regresión.**
 - 9.7.1.7.1. Introducción.**
 - 9.7.1.7.2. Ajuste de una recta por el método de los mínimos cuadrados.**
 - 9.7.1.7.3. Ajuste por mínimos cuadrados. Método abreviado.**
 - 9.7.1.7.4. Medida de la precisión del ajuste. Bondad de ajuste.**
 - 9.7.1.7.5. Correlación.**
 - 9.7.1.7.6. Interpretación del coeficiente de correlación.**
 - 9.7.1.7.7. Coeficiente de determinación R^2 .**
 - 9.7.1.7.8. La predicción.**
 - 9.7.1.8. Tablas.**

9.7.1. Introducción a la estadística.

9.7.1.1. Control estadístico de calidad.

Los conocimientos que proporciona la Estadística permiten analizar los datos que se obtienen de un suceso, experimento o prueba e interpretarlos adecuadamente. Al mismo tiempo permitirá deducir una mayor información a partir de los datos existentes, enfocándolos hacia el objetivo que se persiga en cada caso.

Toman una "muestra" de individuos de una "población", obtienen sus opiniones (datos) y de ellos deducen o infieren el "probable" comportamiento de esa población.

La estadística se puede clasificar, en función de los objetivos a conseguir, en: **descriptiva** e **inductiva**.

- La **Estadística Descriptiva** consiste en el conjunto de instrumentos y de técnicas relacionados con la descripción de las características de una población.
- La **Estadística Inductiva** se ocupa de la lógica y de los procedimientos para la obtención de información o inducción de las propiedades de una población teniendo en cuenta los resultados obtenidos de una muestra representativa de dicha población.

En la estadística aplicada a la función de calidad tiene una relevancia especial, ya que la mayor parte de las decisiones se toman basadas en la recopilación, el análisis y la interpretación de los datos obtenidos de una muestra de la población. Por tanto, la Estadística se convierte en un instrumento de ayuda en la resolución de problemas.

En un proceso productivo la perfección es imposible debido al gran número de partes incontrolables que influyen en el mismo y que determinan una cierta variabilidad en los resultados. Por ejemplo, la diferente dureza del material utilizado, la incertidumbre de los aparatos de medida, el factor humano, etc. hacen que el diámetro interior de unos cojinetes fabricados por una máquina oscilen dentro de ciertos límites, por cuidadoso que sea el operario que la maneje. Esto lleva implícito la aceptación de unas "**tolerancias de fabricación**", es decir, unos límites entre los cuales puede variar la característica considerada sin perjudicar la utilización del producto.

Aún con la existencia de tolerancias, es imposible evitar que en una producción en serie aparezcan unidades fuera de los límites marcados por dichas tolerancias.

Podría pensarse que mediante una inspección 100% del producto terminado evitaríamos la aparición de defectuosos. Sin embargo, este procedimiento puede resultar inviable por su coste o por la destrucción del producto.

Este obstáculo conduce a admitir que en todo proceso de fabricación (o en todo lote o partida) pueden aparecer un número de unidades defectuosas y a intentar controlar la calidad mediante el examen de unas pocas unidades del producto, es decir, de una muestra.

Al conjunto de técnicas que pretenden obtener conclusiones respecto a la calidad de un producto mediante la extracción y posterior análisis de muestras del mismo es a lo que se llama "**Control Estadístico de Calidad**".

9.7.1.2. Datos.

- **Fenómenos aleatorios**

En la vida real existen procesos cuyo resultado final puede predecirse con exactitud si se conocen las condiciones en que se desarrollan. Por ejemplo, si calentamos agua pura manteniendo la presión a una atmósfera comenzará a hervir cuando llegue a una temperatura de 100 ° C. Este tipo de fenómenos se denominan **determinísticos**.

Por el contrario, existen otros en los cuales no se puede predecir con exactitud su resultado aunque podamos afirmar algo respecto a la frecuencia con que se presentan éstos. Por ejemplo, si en un lote de tornillos que contiene algunas unidades defectuosas se elige uno al azar, no sabremos hasta haberlo comprobado si es defectuoso o no lo es; si arrojamus una moneda al aire no sabremos predecir si saldrá cara o cruz.

Ahora bien, lo que sí sabemos es que si arrojamus una moneda un gran número de veces, aproximadamente la mitad se obtendría cara y la otra mitad cruz. Y cuanto mayor sea el número de lanzamientos, más próxima a 0,5 será la relación de caras o cruces obtenidas respecto al número de lanzamientos efectuados.

Este tipo de fenómenos caracterizados por la impredecibilidad de sus resultados y por la tendencia a la estabilidad de la frecuencia con que ocurre cada uno de ellos se conocen como **aleatorios**.

El hecho de que todos los procesos productivos sean de carácter aleatorio justifica la existencia del Control Estadístico de la Calidad.

- **Tipos de datos.**

En el control estadístico de la calidad vamos a manejar datos. Datos que son, por lo general, resultados de la observación de las características del producto o servicio en las que estemos interesados.

Este resultado será función de la naturaleza de la característica: longitud en milímetros de una pieza, peso en gramos de una bolsa de infusión o en miligramos de dosificación de un medicamento, tiempo medio en minutos de espera en la caja de un gran almacén o en horas de gestión de un documento en una entidad bancaria, número de defectos por metro cuadrado de moqueta o por cada 100 metros de cable eléctrico, el elemento a considerar es defectuoso o no, etc.

El tratamiento que daremos a estos datos, será distinto según sea su naturaleza:

- **Atributos:** Características cualitativas que sólo pueden evaluarse en casos de conformidad o disconformidad con un criterio predeterminado (pasa - no pasa, bueno - malo...).
- **Variables:** Características cuantitativas susceptibles de ser medidas, representadas por un valor numérico determinado, teniendo en cuenta una escala de medida (longitud, peso, temperatura...); las variables a su vez pueden ser:
 - Discretas: Cuando estos valores son enteros.
 - Continuas: Cuando estos valores pueden ser cualquiera de los existentes en un intervalo.

1.2. Presentación de datos.

1.2.1. Series estadísticas.

Los datos procedentes de una muestra o experimento se presentan de forma desordenada. Si ordenamos estos datos obtendremos lo que se llama una **serie estadística**, que es un primer paso, para conocer la evolución o comportamiento del proceso que se controla.

La forma de registrar y contabilizar (ordenar) los valores obtenidos en un aspecto muy importante para poder obtener condiciones sobre la característica medida, como veremos a continuación.

♦ **Ejemplo:**

Se han pesado 50 unidades de una misma pieza y se han obtenido los valores siguientes expresados en gramos:

5,45 5,80 5,71 5,90 5,80 5,59 5,69 5,90 5,90 5,70
 6,10 5,80 6,00 5,80 5,65 5,80 5,60 5,90 5,80 5,80
 5,61 5,70 5,80 6,15 5,57 6,00 5,80 5,73 5,90 5,68
 6,00 5,90 5,64 5,90 5,80 5,67 5,60 5,80 5,80 6,00
 5,74 5,80 5,71 5,80 5,62 5,90 5,80 6,00 5,90 5,69

La presentación de estos datos apenas dice nada sobre la pieza; puede pensarse que el campo de variación de los datos está entre 5'50 y 6'15.

Si ahora ordenamos estos datos de menor a mayor y los agrupamos en pequeños grupos dividiendo la variación total (5,45 - 6,15) en intervalos (en este caso siete) de igual magnitud obtenemos lo que se denomina una serie estadística.

<i>Intervalo</i>	<i>Valores</i>	<i>Intervalo</i>	<i>Valores</i>	<i>Intervalo</i>	<i>Valores</i>
5,45 - 5,55	5,50	5,75 - 5,85	5,76	5,85 - 5,95	5,85
5,55 - 5,65	5,57		5,76		5,85
	5,59		5,78		5,88
	5,60		5,79		5,89
	5,60		5,79		5,90
	5,61		5,79		5,90
	5,62		5,80		5,92
	5,64		5,80		5,93
5,65 - 5,75	5,65		5,81	5,95 - 6,05	5,98
	5,67		5,82		5,99
	5,68		5,82		6,00
	5,69		5,82		6,00
	5,69		5,84		6,02
	5,70		5,84		6,05 - 6,15
	5,70			6,15	
	5,71				
	5,71				
	5,73				
5,74					

En esta serie ya podemos comprobar que el mayor número de datos corresponden al intervalo (5'75 - 5'85) y que este número de datos va descendiendo hacia el máximo 6'15 y hacia el mínimo 5'45.

Para determinar la serie estadística de un modo simple se utilizan unos conceptos que definimos a continuación:

- **Intervalos de clase.**

Cada una de las partes en que divididos el campo de variación total de los datos obtenidos. Como regla general, los valores extremos de un intervalo se agrupan en el intervalo mayor siguiente.

- ♦ **Ejemplo:**

El valor 5,65 podría pertenecer a los intervalos 5,55 - 5,65 y 5,65 - 5,75. De acuerdo con la regla anterior le hemos agrupado en el intervalo 5,65 - 5,75.

- **Longitud del intervalo.**

Es la diferencia entre los valores máximo y mínimo de cada intervalo.

- ♦ **Ejemplo:**

Para el intervalo 5,45 - 5,55

Longitud del intervalo = $5,55 - 5,45 = 0,1$ g.

En el ejemplo (ver tabla anterior) se han fijado, como suele ser más usual, todos los intervalos de igual longitud.

- **Marca de clase de un intervalo.**

Es valor del punto medio del intervalo.

En estadística, cuando los datos se encuentran agrupados en intervalos, se realiza la aproximación de que todos los datos pertenecientes a un mismo intervalo tienen el mismo valor, igual a la marca de clase de dicho intervalo.

- ♦ **Ejemplo:**

Intervalo 5,95 - 6,05

Marca de clase: 6,00

Aproximación : las cinco piezas de pesos 5,98, 5,99, 6,00, 6,00 y 6,02 g suponemos que pesan todas 6,00 g.

- **Frecuencia absoluta y relativa.**

- **Frecuencia absoluta:** La frecuencia absoluta o simplemente la frecuencia de un intervalo, es el número de datos que se ubican en dicho intervalo.
- **Frecuencia acumulada:** La frecuencia acumulada hasta un determinado valor es el número total de datos con valores iguales o inferiores al valor considerado.

- **Frecuencia relativa:** La frecuencia relativa de un intervalo es el resultado de dividir la frecuencia absoluta de dicho intervalo por el número total de datos del experimento. Indica la proporción de datos que hay en dicho intervalo en relación al total de datos.

♦ **Ejemplo:**

En el intervalo 5,95 - 6,05

Frecuencia absoluta = 5

Número total de datos = 50

Frecuencia relativa = $5 / 50 = 0,1$

- **Distribución de frecuencias.**

Es la relación expresada conjuntamente entre unos valores y sus frecuencias absolutas o relativas correspondientes.

9.7.1.2.2. Técnicas de presentación de datos.

Las técnicas de presentación de datos varían según el método utilizado: tabular o gráfico.

- **Tabular.**

Son tablas en las que se representan los valores de una característica y el número de veces que estos datos se dan.

La tabla de frecuencias es la representación de la relación entre los valores de la característica controlada, agrupada en sus correspondientes intervalos o marcas de clase, y sus correspondientes frecuencias.

Los pasos para construir una tabla de frecuencias son los siguientes:

1. Decidir el número de intervalos.

Lo habitual es no utilizar nunca un número de intervalos inferior a 6 y no superior a 20. Se recomienda elegir los valores de acuerdo a la tabla siguiente.

Nº de observaciones	Nº de intervalos
20 - 50	6
51 - 100	7
101 - 200	8
201 - 500	9
501 - 1000	10
Más de 1000	11 - 20

2. **Calcular el intervalo de clase** (observación mayor, menos observación menor, dividiendo el resultado por el número de clases y redondeando el resultado).
3. **Construir las clases**, indicando los extremos de las mismas y teniendo en cuenta que:
 - Los extremos de clase tendrán un decimal más que los datos reales y terminarán en 5.
 - El intervalo de clase debe ser constante para toda la distribución.

4. Marcar cada observación en la clase que le corresponda y, a continuación determinar la frecuencia de cada clase.

♦ **Ejemplo:**

La distribución de frecuencias del experimento que venimos analizando es:

Tabla de Frecuencias

Intervalos	Marca de Clase	Tabulación	Frecuencia	Frecuencia Acumulada	Frecuencia Relativa
5,45 - 5,55	5,50	I	1	1	0,02
5,55 - 5,65	5,60	IIII II	7	8	0,14
5,65 - 5,75	5,70	IIII IIII I	11	19	0,22
5,75 - 5,85	5,80	IIII IIII IIII	15	34	0,30
5,85 - 5,95	5,90	IIII IIII	9	43	0,18
5,95 - 6,05	6,00	IIII	5	48	0,10
6,05 - 6,15	6,10	II	2	50	0,04
TOTAL			50		1,00

Los datos ordenados de esta manera proporcionan mayor información sobre la muestra tomada, indicando claramente que la mayoría de los datos se encuentran alrededor de 5'80 y que el número de datos o frecuencia disminuye al alejarse de ese valor hacia ambos extremos y de forma aproximadamente sistemática.

• **Gráfica.**

Las representaciones gráficas permiten obtener de un vistazo una idea general de la forma y, por tanto, de algunas de sus características de una distribución de frecuencias.

- **A. Histograma y Diagrama de Barras.**

El histograma y el diagrama de barras son las representaciones gráficas más habituales de las distribuciones de frecuencia.

El **histograma** se construye tomando en abscisas los extremos de los intervalos de la clase y levantando sobre cada uno de ellos un rectángulo, cuya base es el intervalo y cuya altura es, de acuerdo con una determinada escala, la frecuencia de cada intervalo.

Denominamos histograma de frecuencias a la figura formada por el contorno exterior de estos rectángulos.

El **diagrama de barras** se construye de manera similar, levantando una barra sobre cada una de las marcas de clase, cuya altura es proporcional a la corre

spondiente frecuencia según una determinada escala.

♦ **Ejemplo:**

El Histograma y el Diagrama de barras del ejemplo que vemos analizando es:

Intervalos	Frecuencia
5,45 - 5,55	1
5,55 - 5,65	7
5,65 - 5,75	11
5,75 - 5,85	15
5,85 - 5,95	9
5,95 - 6,05	5
6,05 - 6,15	2

Marcas de Clase	Frecuencia
5,50	1
5,60	7
5,70	11
5,80	15
5,90	9
6,00	5
6,10	2

Histograma

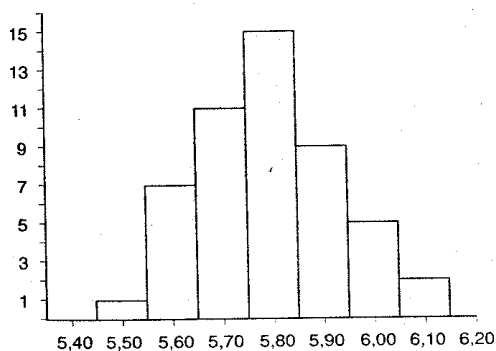
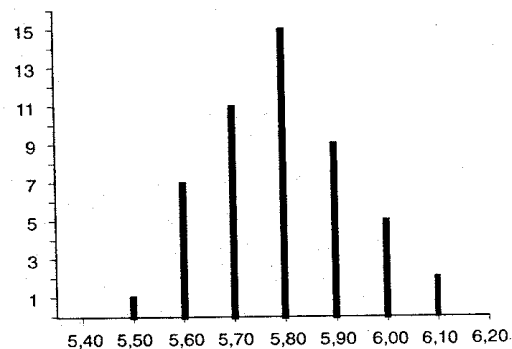


Diagrama de Barras



En general, para analizar un histograma o un diagrama de barras y extraer conclusiones que puedan ser representativas, se necesita disponer de 50 observaciones como mínimo.

El histograma es una herramienta sencilla pero eficaz para un primer análisis de los datos e identificación de problemas ya que:

- Cualquier proceso que se mida presenta siempre una variación. Esta variación se debe a innumerables pequeños factores que continuamente están afectando al proceso, bien sea un proceso de fabricación, de servicios o administrativo. La variación es inevitable.
- Esta variación muestra siempre un patrón determinado, que se representa por una distribución de frecuencias.
- Los patrones de variación o distribuciones son difíciles de ver con simples tablas de números. Son más fáciles de ver cuando los datos se representan gráficamente.

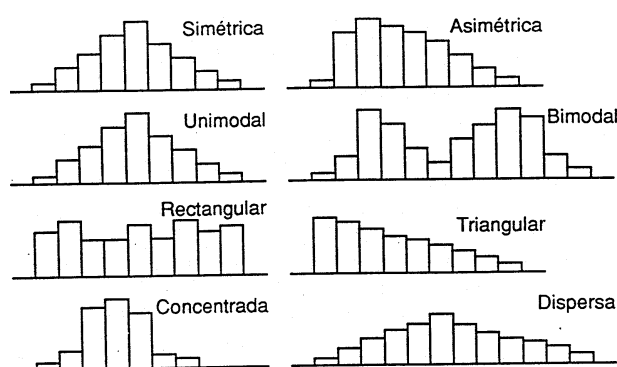
Para ello es necesario analizar tres aspectos del mismo:

- *situación del centro del histograma,*
- *el ancho del mismo,*
- *su forma.*

Del último, es decir de la "forma del histograma", nos vamos a servir para intentar conocer alguna característica del proceso que ha dado lugar a los datos que estamos estudiando, por ejemplo:

- **Distribuciones simétricas unimodales** - Son el ejemplo típico de la mayoría de los procesos industriales, y se caracterizan porque las observaciones equidistantes del máximo central tienen aproximadamente la misma frecuencia.
- **Asimétrica** - Distribuciones típicas de datos económicos, distribuciones de renta, tamaño empresas etc.
- **Triangular** - Distribución típica de fabricaciones con imposibilidad física de superar un valor o bien sometidas a una selección 100% en una de las características.
- **Bimodal** - Suele representar conjuntos de valores obtenidos a partir de dos procesos distintos (característica de una pieza suministrada por dos fabricantes y mezcladas en un mismo contenedor, mezcla de la fabricación de los elementos iguales por dos máquinas distintas, distintos turnos de operarios, etc.)
- **Rectangular o uniforme** - En el caso de que la mezcla de productos de distintas fabricaciones que hemos visto en la distribución bimodal fuera de más de dos, llegaría a dar lugar a una distribución con forma uniforme.
- **Concentrada o truncada** - Muestra poblaciones obtenidas de procesos no capaces de cumplir las especificaciones sobrepasando tanto el límite superior como el inferior y que han sido seleccionadas. También puede ser síntoma de una mala elección del número de clases (menor de lo adecuado).

En la siguiente figura se muestran estos diferentes tipos de formas.



B. Polígono de Frecuencias.

Un polígono de frecuencias es un gráfico de línea trazado sobre las marcas de clase. Puede obtenerse uniendo los puntos medios de los lados menores superiores de los rectángulos del histograma.

C. Polígono de Frecuencias Acumuladas

Es un gráfico de línea que representa la frecuencia acumulada para cada intervalo, representado por su marca de clase.

9.7.1.3. Estadísticos.

9.7.1.3.1. Introducción.

La observación visual de las representaciones gráficas de las distribuciones de frecuencias es sin duda alguna, un método elemental y aproximado para el análisis de sus propiedades. Por otro lado, en algunos casos donde el número de los datos es muy elevado puede ser necesario reducir los resultados todavía más, incluso a uno sólo.

Si analizamos la Tabla de Distribución de Frecuencias del ejemplo anterior, vemos en primer lugar, que el peso se distribuye entre 5,5 gramos (marca de clase intervalo más bajo) y 6,1 gramos (marca de clase del intervalo más alto), con una diferencia entre uno y otro de 0,6 gramos, que proporciona una idea de la dispersión existente.

Se observa también que los datos se distribuyen alrededor de un valor central (5,8), que es el que presenta una frecuencia mayor. Conforme los valores se alejan de él, la frecuencia de los mismos disminuye. Es, por tanto, una referencia de la tendencia central.

Por ello, para estudiar las características más sobresalientes de las distribuciones de frecuencia, se utilizan las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión. A estas medidas, que estudiaremos a continuación, se las denomina:

- **Parámetros** - cuando están calculados de todo el colectivo o población.
- **Estadísticos** (o estimadores) - cuando están calculados a partir de una muestra de la misma.

9.7.1.3.2. Medidas de la tendencia central.

La posición o tendencia central de una distribución se refiere al lugar donde se concentra una mayor cantidad de valores.

Las medidas de la tendencia central más utilizadas son tres: la media aritmética, la mediana y la moda. Existen otras medidas de la tendencia central que son apropiadas para situaciones especiales que, sin embargo, no son de uso común en la estadística utilizada en la gestión de calidad.

a. Media aritmética.

La media aritmética de una serie de valores se obtiene sumando esos valores y dividiendo su suma por el número de valores (también se la conoce como Promedio).

Se representa por una \bar{x} (equis barra)

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de valores}}{\text{nº de valores}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$\sum_{i=1}^n x_i$ significa: suma de los "n" valores x_1, x_2, \dots, x_n

En el caso de contar con un número elevado de datos y/o que estos se presenten como tabla de frecuencias, se puede suponer que todos los datos de un intervalo tienen un mismo valor que es igual a la marca de clase.

$$\bar{x} = \frac{\text{suma valores}}{\text{nº valores}} = \frac{x_1 f_1 + \dots + x_n f_n}{f_1 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

donde x_i es la marca de clase del intervalo i y f_i es el número de valores del intervalo y .

También, teniendo en cuenta que la frecuencia relativa f_i , es $f_i = \frac{n_i}{n}$; donde n_i es la frecuencia absoluta y, n es el número total de valores observados: la media aritmética puede calcularse como:

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1}{n} + \frac{x_2 n_2}{n} + \dots + \frac{x_n n_n}{n} = x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n$$

♦ **Ejemplo:**

Calcular la media aritmética de los valores obtenidos en la medida de la longitud de una tabla de madera expresadas en metros:

1,86	1,89	1,92	1,93	1,90	1,86	1,84	1,82	1,88	1,87
1,86	1,81	1,85	1,88	1,88	1,90	1,88	1,90	1,87	1,89
1,89	1,88	1,88	1,85	1,86	1,84	1,86	1,88	1,92	1,91
1,87	1,90	1,86	1,85	1,80	1,87	1,91	1,83	1,88	1,82

1,85	1,84	1,83	1,82	1,87	1,90	1,87	1,86	1,83	1,88
1,91	1,82	1,85	1,86	1,82	1,92	1,89	1,90	1,87	1,86
1,87	1,89	1,91	1,89	1,91	1,83	1,84	1,84	1,85	1,89
1,92	1,88	1,87	1,85	1,84	1,86	1,87	1,82	1,81	1,85

Estos valores se pueden agrupar como sigue:

Intervalo	Marca de clase x	Frecuencia absoluta f	Frecuencia relativa	$f \cdot x$
1,795 - 1,815	1,805	3	3	5,415
1,815 - 1,835	1,825	10	13	18,25
1,835 - 1,855	1,845	14	27	25,83
1,855 - 1,875	1,865	20	47	37,3
1,875 - 1,895	1,885	17	64	23,045
1,895 - 1,915	1,905	11	75	20,955
1,915 - 1,935	1,925	5	80	9,625
		$\sum f = 80$		$\sum f \cdot x = 149,42$

Y la media se puede calcular como:

$$\bar{x} = \frac{\text{suma de los 80 valores}}{80} = \frac{149,39}{80} = 1,8674$$

$$\bar{x} = 1,8674$$

La aproximación de considerar que los valores de un intervalo tienen un mismo valor e igual a su marca de clase es suficiente a efectos de cálculo.

$$\bar{x} = \frac{5,415 + 18,25 + 25,83 + 37,3 + 32,045 + 20,955 + 9,625}{3 + 10 + 14 + 20 + 17 + 11 + 5} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{149,42}{80} = 1,8677 \text{ El}$$

error respecto al calculado con los valores reales es del 0'0003, que no es significativo.

b. Mediana.

La mediana de una distribución es el punto o valor numérico que deja por debajo (y por encima) a la mitad de los valores de dicha distribución.

Si se ordenan las variables estadísticas en orden de magnitud, la mediana es el valor situado en el medio.

Cuando el número de datos es muy elevado, la mediana se calcula fácilmente si los tenemos representados en una tabla de frecuencias, ya que corresponde al valor cuya frecuencia acumulada contiene la mitad del número de datos estadísticos de la muestra y su cálculo es más preciso utilizando la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

En general, la mediana se usa para reducir el efecto de los valores extremos o para datos que pueden ordenarse, pero que no se pueden medir en términos numéricos, tales como las tonalidades de color, la apariencia visual o los olores.

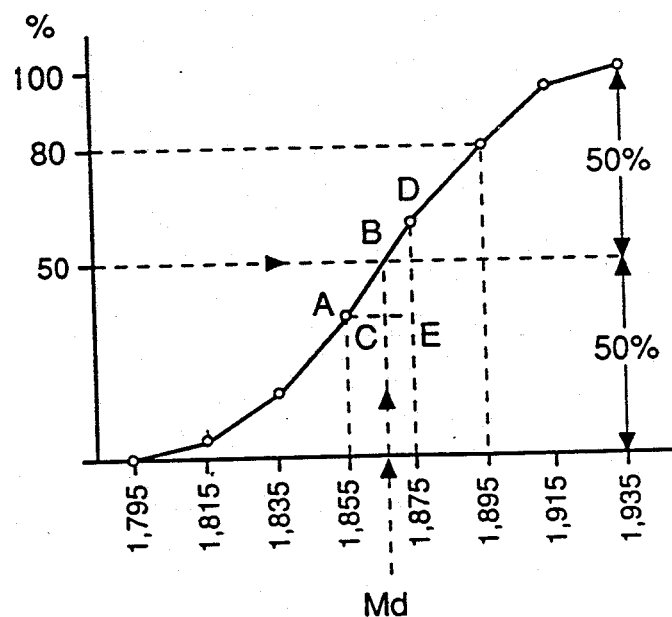
♦ **Ejemplo:**

El valor de la mediana se puede obtener de este modo.

Marca de Clase	frecuencia	
1,805	3	39 datos
1,825	10	
1,845	14	
1,865	12	Mediana = 1,865
	2	
	6	
1,885	17	39 datos
1,905	11	
1,925	5	

Los valores 13º y 14º de la marca de clase 1,865 dividen la distribución de frecuencias en 2 grupos de 39 datos cada uno. La mediana será $\frac{1}{2}$
 $(1,865+1,865)=1,865$.

El cálculo más preciso de la mediana se obtiene utilizando la distribución de frecuencias relativas acumuladas.

**c. Moda.**

En una distribución de frecuencias de tipo discreto, la moda es el valor de la variable al que corresponde la mayor frecuencia, es decir el que más se repite.

La moda se usa para distribuciones muy sesgadas, para eliminar el efecto de los valores o para describir una situación irregular en la que aparecen dos picos.

♦ **Ejemplo:**

En este caso consideramos que la moda es la “marca de clase” correspondiente al intervalo en el que sitúan más datos (o sea el intervalo que “más se repite”).

<u>Marca de Clase</u>	<u>frecuencia</u>	
1,805	3	
1,825	10	
1,845	14	
1,865	20	Moda = 1,865
1,885	17	
1,905	11	
1,925	5	

En esta distribución de frecuencias la moda sería 1,865 puesto que a este valor le corresponde mayor número de datos (20).

9.7.1.3.3. Medidas de dispersión.

Las medidas de dispersión determinan el grado de variabilidad o de concentración de los valores de la característica estudiada en torno al valor central.

Las medidas de dispersión más comunes son el recorrido, la varianza y la desviación típica.

a. Recorrido.

Es la diferencia entre el valor más alto y el más bajo de la característica estudiada.

Dado que el recorrido se basa sólo en dos valores, es útil únicamente cuando el número de observaciones es pequeño.

Cuando los datos se dan en forma de tabla de frecuencias entre las marcas de clase máxima y mínima, el recorrido se calcula como la diferencia entre ambas.

♦ **Ejemplo:**

Marca de clase máxima = 1,925 m.

Marca de clase mínima = 1,805 m.

Recorrido = 1,925 - 1,805 = 0,120

R=0,120 m.

b. Varianza.

Se define como la suma de los cuadrados de las distancias de cada valor observando a la media y dividido por el número de observaciones.

Se denomina σ^2 o S^2 , según se trate de la varianza de toda la población o de la muestra. La formula es:

$$s^2 = \frac{(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + \dots + (x_n - m)^2}{N} = \frac{\sum (x_i - m)^2}{N} \text{ (varianza de la poblacion)}$$

donde $x_1, x_2 \dots x_n$ son los valores observados, μ es la media de la población y N es el número de valores de la población.

$$S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \text{ (varianza de una muestra)}$$

donde $x_1, x_2 \dots x_n$ son los valores observados, \bar{x} es la media de la muestra y n es el número de valores de la muestra.

Valores altos de la varianza indican que los valores de las observaciones están muy dispersos. Valores bajos de la varianza indican que los valores de las observaciones están más concentrados alrededor de la media.

c. Desviación Típica.

Un inconveniente de la varianza es que las unidades en que viene expresada no coinciden con las unidades de los valores observados, por lo que la medida de dispersión más usada es la desviación típica, que se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza.

Por tanto la desviación típica representa también una medida de la desviación o "dispersión" de un grupo de valores alrededor de la media y viene expresada por la fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + \dots + (x_n - m)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - m)^2}{N}} \text{ (para el total de la población)}$$

donde x_i son los valores de la población, N es el número total de elementos de la población y μ es la media aritmética de la población.

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ (para muestra de la población)}$$

donde x_i son los valores de la muestra, n es el número de elementos de la muestra y \bar{x} es la media aritmética de la muestra.

Cuando los datos se dan en forma de tabla de frecuencias:

$$s = \sqrt{\frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + f_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_n(x_n - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}} = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}} \text{ (para el total de la población)}$$

donde x_i es la marca de clase del intervalo f_i es la frecuencia en el intervalo i y \bar{x} es la media aritmética de la población.

Existe también una forma más sencilla para estimar la desviación típica a partir de los recorridos. Para ello, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Suponer que los datos se han obtenido de forma aleatoria.
2. Agrupar los datos en subgrupos de tamaño n .
3. Calcular el recorrido de cada subgrupo.
4. Calcular el recorrido medio.
5. Obtener el valor d_2 de la tabla siguiente:

Constante d_2									
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078

6. Calcular la desviación típica $S = \frac{\bar{R}}{d_2}$

♦ **Ejemplo:**

Marca de Clase x	Media \bar{x}	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	frac. f	$f (x - \bar{x})^2$
1,805		-0,627	0,003931	3	0,011793
1,825		-0,0427	0,001823	10	0,018231
1,845		-0,0227	0,000515	14	0,007213
1,865	1,8677	0,0027	0,000001	20	0,000144
1,885		0,0173	0,000299	17	0,005083
1,905		0,0373	0,001391	11	0,015301
1,925		0,0573	0,003283	5	0,016425

$$\sum f = 80 \quad \sum_i^m f(x - \bar{x})^2 = 0'074190$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{0'07418}{80}} = 0'3045$$

9.7.1.4. Distribuciones de probabilidad.

9.7.1.4.1. Introducción.

Cuando hablábamos en el apartado de los fenómenos aleatorios, comentamos que una de sus características fundamentales es la tendencia a la estabilidad con que se presenta cada uno de los posibles resultados.

Esto nos va a permitir medir la incertidumbre asociada a un suceso como la probabilidad de su ocurrencia.

Así por ejemplo si decimos que la puntualidad de los aviones de una determinada línea aérea expresada en términos de puntualidad es del 0,8%, queremos decir que tales vuelos llegarán a tiempo el 80% de las ocasiones.

Por ello, para el análisis de los problemas que se plantean en el Control de Calidad y que tienen el carácter de procesos aleatorios (como el de aceptación o rechazo de lotes de productos sin realizar inspecciones cien por cien 100%), es necesario estudiar las variables que definen dichos procesos y sus correspondientes distribuciones de probabilidad.

Estas distribuciones nos servirán también como conjuntos de referencia en aplicaciones más avanzadas de la estadística como pueden ser las técnicas de contraste de hipótesis, intervalos de confianza, etc., que veremos en los apartados 5 y 6 siguientes

9.7.1.4.2. Probabilidad y sus propiedades.

a. Concepto.

Un hecho comprobable empíricamente, es que la frecuencia relativa de aparición de ciertos sucesos en experiencias similares, se aproxima a un valor fijo constante al aumentar el número de experiencias.

Esta propiedad fue inicialmente descubierta en los juegos de azar: al tirar una moneda, la frecuencia relativa del suceso cara tiende, al aumentar el número de tiradas, hacia el valor constante $\frac{1}{2}$ si la moneda está bien hecha.

Estas experiencias condujeron en el siglo XIX a definir la probabilidad de un suceso como el valor límite de su frecuencia relativa al repetir infinitamente la experimentación.

Esta definición presenta problemas importantes: desde el punto de vista teórico el límite anterior no puede interpretarse en el sentido del análisis, ya que no es posible fijar a priori un número de repeticiones n tal que, a partir de él, la diferencia entre la frecuencia relativa y la probabilidad sea menor que una cantidad prefijada.

Estrictamente pues, la probabilidad depende del grado de información disponible y la probabilidad de un suceso A debería indicarse como $P(A/I)$, donde I representa un conjunto de información definida que contiene:

- a. Los sucesos posibles al realizar el experimento. Se denomina espacio muestral a este conjunto de todos los sucesos posibles que es definido por el experimentador.
- b. La evidencia empírica existente respecto a la ocurrencia de estos sucesos.

Para simplificar, supondremos en adelante que el conjunto I está perfectamente definido y escribiremos $P(A)$ para indicar la probabilidad de un suceso cualquiera.

b. Propiedades.

Las propiedades de la probabilidad están basadas en su similitud con la frecuencia relativa, y en adelante seguiremos este enfoque.

1. La frecuencia relativa de un suceso A , $fr(A)$, es un valor entre cero y uno, por tanto

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. Llamaremos suceso seguro, E , al que ocurre siempre. Entonces:

$$P(E)=1$$

3. Si A y B son categorías mutuamente excluyentes y las unimos en una nueva $C=A+B$, que ocurre cuando se da o bien A , o bien B ; la frecuencia relativa de C es la suma de las frecuencias relativas de A y B . Por tanto, para sucesos mutuamente excluyentes:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

4. Si A y B no son mutuamente excluyentes y llamamos n_{AB} , $n_{A\bar{B}}$ y $n_{\bar{A}B}$ al número de veces que aparecen los sucesos mutuamente excluyentes: (A y B), (A y no B), (no A y B), tendremos:

$$n_A = n_{AB} + n_{A\bar{B}}$$

$$n_B = n_{AB} + n_{\bar{A}B}$$

$$n_{A+B} = n_{AB} + n_{A\bar{B}} + n_{\bar{A}B}$$

en consecuencia:

$$n_{A+B} = n_A + n_B - n_{AB}$$

que conduce a la relación entre probabilidades:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

La frecuencia relativa de A condicionada a la ocurrencia de B se define considerando únicamente los casos en los que aparece B , y viendo en cuántos de estos casos ocurre el suceso A ; es, por tanto, igual a la frecuencia de ocurrencia conjunta de A y B , partida por el número de veces que ha ocurrido B . Escribiremos:

$$fr(A / B) = \frac{n_{AB}}{n_B}$$

entonces, como $fr(A) = n_A / n$; $fr(B) = n_B / n$; $fr(AB) = n_{AB} / n$, se tiene:

$$fr(A / B) = \frac{fr(AB)}{fr(B)}$$

o, lo que es lo mismo,

$$fr(AB) = fr(A/B)fr(B) = fr(B/A)fr(A)$$

En consecuencia, exigiremos esta misma propiedad a la probabilidad y definiremos probabilidad de un suceso A condicionada a otro B por:

$$P(A / B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

donde AB representa el suceso ocurrencia conjunta de A y B .

♦ **Ejemplo:**

Sea el experimento lanzar una dado y observar un número por un suceso E . Este suceso ocurrirá si, y sólo si, ocurre uno de los tres siguientes sucesos simples:

- observar un 2 (suceso A)
- observar un 4 (suceso B)
- observar un 6 (suceso C)

Entonces el suceso E sucede si suceden cualquiera de los sucesos simples. Puesto que no pueden suceder dos o más sucesos al mismo tiempo. La probabilidad de ocurrencia del suceso E se calcula como:

$$p(E) = p(A) + p(B) + p(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Supongamos que el suceso además de un número par requiera que éste sea menor o igual que 4 (suceso D):

$$P(D/E) = \frac{P(ED)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

c. Independencia de sucesos.

Diremos que dos sucesos A y B son independientes si el conocimiento de la ocurrencia de uno no modifica la probabilidad de aparición del otro. Por tanto, A y B son independientes entre si:

$$P(A/B) = P(A)$$

$$P(B/A) = P(B)$$

por (b.4), una definición equivalente de independencia de dos sucesos es:

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

Esta definición se generaliza para cualquier número de sucesos: diremos que los sucesos A_1, \dots, A_n son independientes si la probabilidad conjunta de todos los subconjuntos que pueden formarse con ellos es el producto de las probabilidades individuales.

La independencia entre sucesos puede en algunos casos preverse, pero en general debe determinarse experimentalmente. Por ejemplo, las averías en dos talleres contiguos pueden ser independientes si estos no guardan relación, y dependientes si las averías van ligadas al tipo de producto fabricado y ambos talleres producen el mismo.

♦ **Ejemplo:**

Sea el experimento extracción de piezas con reposición, los sucesos extraer la pieza correcta en la primera extracción (suceso A) y extraer la pieza correcta en la segunda extracción (suceso B) son independientes dado que el mismo número de piezas buenas/malas no ha variado.

d. Teorema de Bayes.

Consideremos un experimento que se realiza en dos etapas:

En la primera, los sucesos posibles, A_1, \dots, A_n , son mutuamente excluyentes, con probabilidades conocidas, $P(A_i)$, y tales que:

$$\sum P(A_i) = 1$$

En la segunda etapa, los resultados posibles, B_j , dependen de los de la primera, y se conocen las probabilidades condicionadas $P(B_j/A_i)$ de obtener cada posible resultado B_j cuando aparece en la primera etapa el A_i .

Se efectúa ahora el experimento, pero el resultado de la primera fase, A_i , no se conoce, aunque sí el de la segunda, que resulta ser B_j . El teorema de Bayes permite calcular las probabilidades $P(A_i/B_j)$ de los sucesos no observados de la primera etapa, dado el resultado de la segunda.

Partiendo de la definición de probabilidad condicionada:

$$P(A_i / B_j) = \frac{P(A_i B_j)}{P(B_j)} = \frac{P(B_j / A_i) P(A_i)}{P(B_j)}$$

y, por otro lado:

$$P(B_j) = P(B_j A_1 + B_j A_2 + \dots + B_j A_n)$$

ya que B_j debe ocurrir con alguno de los n posibles sucesos A_i . Como los sucesos $B_j A_1, B_j A_2, \dots$ son mutuamente excluyentes, al serlo los A_i , tenemos:

$$P(B_j) = \sum_i P(B_j A_i) = \sum_i P(B_j / A_i) P(A_i)$$

y sustituyendo en la expresión de $P(A_i/B_j)$:

$$P(A_i / B_j) = \frac{P(B_j / A_i)P(A_i)}{\sum_i P(B_j / A_i)P(A_i)}$$

que se conoce como Teorema de Bayes.

♦ **Ejemplo:**

Supongamos que tenemos tres instalaciones I_1 , I_2 , I_3 , produciendo un mismo elemento y que disponemos de datos de los últimos meses que nos indican que la instalación I_1 produce un 7% de elementos defectuosos, la I_2 un 4% y la I_3 un 2%.

Si en un día determinado las tres instalaciones producen la misma cantidad de elementos, la probabilidad de obtener un elemento defectuoso condicionado a que lo haya fabricado la instalación nº1 se expresa mediante $P(D|I_1) = 0.07$.

En las mismas condiciones $P(D|I_2) = 0.04$ y $P(D|I_3) = 0.02$

Vemos pues que es muy sencillo determinar estas probabilidades condicionadas. Sin embargo en ocasiones, las probabilidades condicionadas de interés son las inversas, por ejemplo: ¿cuál es la probabilidad de que de la producción diaria de las tres instalaciones, que se encuentra mezclada, al extraer un elemento que resulta defectuoso haya sido producido por la instalación I_1 ?

Esta probabilidad la expresaríamos mediante: $P(I_1|D)$

Ahora ya podemos contestar a la pregunta anterior:

$$P(I_1|D) = P(D|I_1) P(I_1) / [P(D|I_1) P(I_1) + P(D|I_2) P(I_2) + P(D|I_3) P(I_3)]$$

En el caso de que las producciones de las tres instalaciones fueran iguales, el resultado sería:

$$P(D|I_1) = 0.07$$

(probabilidad de que un elemento sea defectuoso si lo ha producido la instalación nº 1)

$$P(D|I_2) = 0.04$$

(probabilidad de que un elemento sea defectuoso si lo ha producido la instalación nº 2)

$$P(D|I_3) = 0.02$$

(probabilidad de que un elemento sea defectuoso si lo ha producido la instalación nº 3)

$$P(I_1) = 1/3$$

(probabilidad de que el elemento lo haya producido la instalación nº 1)

$$P(I_2) = 1/3$$

(probabilidad de que el elemento lo haya producido la instalación nº 2)

$$P(I_3) = 1/3$$

(probabilidad de que el elemento lo haya producido la instalación nº 3)

$$P(I_1|D) = (0.07) (1/3) / [(0.07) (1/3) + (0.04) (1/3) + (0.02) (1/3)] = 0.54$$

e. La estimación de probabilidades en la práctica.

- **Sucesos elementales y compuestos.**

Llamaremos **sucesos elementales** de un experimento a un conjunto de resultados posibles (a, b, c, \dots) que verifican:

1. Siempre ocurre alguno de ellos.
2. Son mutuamente excluyentes: la ocurrencia de uno implica la no ocurrencia de los demás.

Llamaremos **sucesos compuestos** a los contruidos a partir de uniones de resultados elementales. Por ejemplo:

Experimento	Sucesos elementales	Sucesos compuestos
Tirar un dado	(1, 2, 3, 4, 5, 6)	Número par; número impar; menor que 4; múltiplo de 3.
Contar los varones en familias con tres hijos	(0,1,2,3)	Más de uno; menos de tres.
Número de días que una máquina está averiada en un mes	(0, 1, ...30)	Más de 10; menos de 20; entre 5 y 15 inclusive.

- **Métodos para determinar probabilidades.**

La determinación de probabilidades para sucesos compuestos requiere conocer las de los sucesos elementales. Estas probabilidades se determinan:

1. *Estudiando la frecuencia relativa al repetir el experimento en condiciones similares.* Este método sólo es factible en ocasiones en que es posible una experimentación continuada.
2. *Encontrando, a partir de la naturaleza del experimento, relaciones que ligen a sus probabilidades elementales y determinen sus valores.* El caso más simple es el de equiprobabilidad, que estudiaremos a continuación.
3. *Combinando la experimentación con la teoría sobre la naturaleza del experimento.* Este es el método más utilizado en la práctica y más fructífero. Lo utilizaremos en la sección 4 para construir los modelos de distribución de probabilidad más importantes.

- **El caso de equiprobabilidad.**

En ocasiones, la simetría de los sucesos elementales sugiere considerarlos equiprobables.

Este razonamiento se ha aplicado repetidamente en los juegos de azar a problemas como tirar dados o monedas, extraer naipes de barajas, etc. A veces, el mecanismo generador de los resultados está diseñado para intentar asegurar esta equiprobabilidad, como en la lotería o la ruleta.

En estos casos, si existen n sucesos elementales equiprobables, la probabilidad de cada uno de ellos debe ser $1/n$, para asegurar que la suma total sea uno.

La probabilidad de un suceso compuesto A que contiene f sucesos elementales será f/n , lo que da lugar a la regla:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables } (f)}{\text{casos posibles } (n)}$$

Esta regla sólo debe utilizarse cuando la simetría esté confirmada por el mecanismo generador (como en la lotería) o por la evidencia empírica.

9.7.1.4.3. Variables aleatorias.

El cálculo de probabilidades utiliza variables numéricas que se denominan aleatorias, porque sus valores vienen determinados por el azar.

En todo proceso de observación o experimento podemos definir una variable aleatoria asignando a cada resultado del experimento un número:

- a. Si el resultado del experimento es numérico porque contamos o medimos, los posibles valores de la variable coinciden con los resultados del experimento.
- b. Si el resultado del experimento es cualitativo, hacemos corresponder a cada resultado un número arbitrariamente; por ejemplo, 0, si una pieza es buena, y 1, si es defectuosa.

Diremos que se ha definido una variable aleatoria o que se ha construido un modelo de distribución de probabilidad, cuando se especifican los posibles valores de la variable con sus probabilidades respectivas.

a. Variables aleatorias discretas.

Diremos que una variable aleatoria es discreta cuando toma un número de valores finito, o infinito numerable. Estas variables corresponden a experimentos en los que se cuenta el número de veces que ha ocurrido un suceso.

– Función de distribución.

Un modelo de distribución de probabilidad es la representación idealizada de un experimento aleatorio y se construye indicando los valores posibles de la variable aleatoria asociada al experimento y sus probabilidades respectivas.

La forma más general de caracterizar estos modelos es mediante la función de distribución, $F(x)$, definida en cada punto x_0 como la probabilidad de que la variable aleatoria x tome un valor menor o igual que x_0 . Escribiremos:

$$F(x_0) = P(x \leq x_0)$$

La función de distribución, se define para todo punto del eje real, es siempre no decreciente, y por convenio:

$$F(-\infty) = 0$$

$$F(+\infty) = 1$$

Suponiendo que la variable x toma los valores posibles (x_1, \dots, x_n) , siendo

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_n$$

y

$$\sum P(x_i) = 1$$

entonces, la función de distribución vendrá definida por:

$$F(x_1) = P(x \leq x_1) = P(x_1)$$

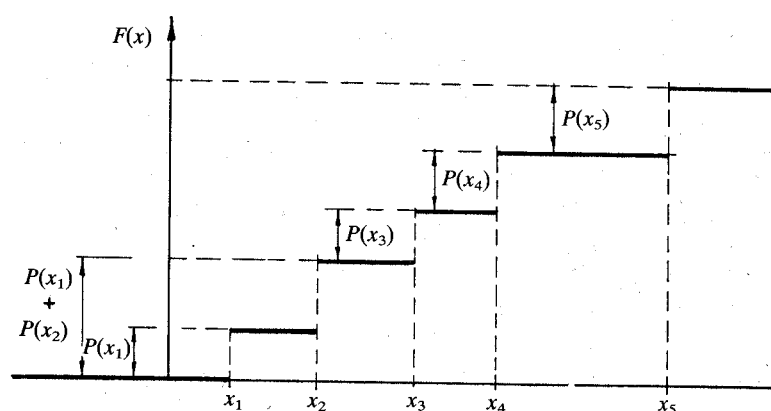
$$F(x_2) = P(x \leq x_2) = P(x_1) + P(x_2)$$

.....

$$F(x_n) = P(x \leq x_n) = \sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$$

Por tanto, la función de distribución, $F(x)$, tendrá saltos en los puntos (x_1, \dots, x_n) iguales a la probabilidad de dicho punto, siendo constante en los intervalos entre los puntos de salto.

La figura representa gráficamente $F(x)$ para una variable discreta.



Función de distribución para una variable discreta con valores posibles x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

b. Variables aleatorias continuas.

Diremos que una variable aleatoria es continua cuando puede tomar cualquier valor en un intervalo.

Por ejemplo, el peso de una persona, el tiempo de duración de un suceso, etc., corresponden a variables aleatorias continuas.

No es posible conocer el valor exacto de una variable continua, ya que medir su valor consiste en clasificarlo dentro de un intervalo: si el resultado de medir una longitud es 23 mm, todo lo que podemos afirmar es que la longitud real, no observable, está en el intervalo 22,5 mm a 23,5 mm. Los modelos descriptivos de variables aleatorias continuas se basan en este principio.

– Función de densidad.

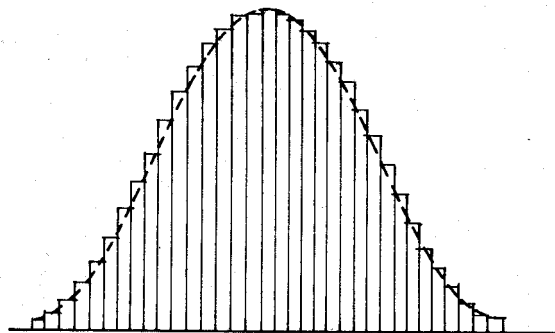
Supongamos, para concretar, que medimos una magnitud (longitud de piezas, tiempo de funcionamiento, etc.), y representamos las medidas obtenidas en un histograma; es razonable admitir (y se ha comprobado repetidamente en la práctica) que, tomando más y más observaciones y haciendo clases cada vez más finas, el histograma tenderá a una curva suave que describirá el comportamiento a largo plazo de la variable estudiada.

El conocimiento de la función de densidad $f(x)$ permite calcular cualquier probabilidad por integración. Por ejemplo, la probabilidad de que la variable x sea menor que x_0 corresponde a sumar las frecuencias relativas de todas las clases que contienen valores menores que x_0 ; este resultado se obtiene fácilmente calculando el área bajo la función de densidad hasta el punto x_0 mediante:

$$P(x < x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x) dx$$

Análogamente, la probabilidad de que la variable x tome un valor entre x_0 y x_1 se calculará como:

$$P(x_0 < x < x_1) = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx$$



Histograma y función de densidad

– **Función de distribución.**

La función de distribución para una variable aleatoria continua se define como en el caso discreto por:

$$F(x_0) = P(x \leq x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x) dx$$

9.7.1.4.4. Distribuciones de probabilidad discretas.

Las distribuciones de probabilidad discretas más importantes son: la binomial, la geométrica, la binomial negativa, la hipergeométrica y la de Poisson.

a. El proceso de Bernoulli y sus distribuciones asociadas.

Supongamos que observamos elementos de una población con las siguientes características:

- En la población existen elementos clasificados en dos categorías (p.e. correcto/incorrecto, blanco/negro, etc.).
- La proporción de elementos en ambas categorías se mantiene constante a lo largo de todo el proceso (p.e. cuando se realiza una extracción de la población para realizar una observación, se devuelven los elementos extraídos a la población, es decir el muestreo se realiza con reemplazamiento. O bien el tamaño de la población es tan grande en comparación con la muestra extraída que aunque no se realice reemplazamiento, la proporción no se ve afectada).

Los sucesos de obtener elementos de una característica o de la otra son independientes entre sí. (p.e. La probabilidad de que al extraer un elemento sea defectuoso de un lote con una proporción determinada de estos es siempre la misma, no viéndose afectada por haber extraído una combinación anterior de elementos defectuosos y/o conformes).

Dependiendo de como definamos la variable aleatoria, respecto al proceso de Bernoulli, obtendremos distintas distribuciones de probabilidad.

– **Distribución Binomial.**

La variable aleatoria la definimos como:

X = número de elementos de una de las dos categorías que aparecen al observar una muestra de tamaño n de la población.

En estas condiciones si llamamos:

p = proporción de elementos de una categoría

q = proporción de elementos de la otra categoría

$$q = 1 - p$$

se cumple que la probabilidad de obtener a elementos de la primera categoría al observar una muestra de tamaño " n " obtenida de la población, viene dada por la expresión:

$$P(X=a) = \binom{n}{a} p^a q^{(n-a)} = \frac{n!}{a!(n-a)!} p^a q^{(n-a)}$$

Las medidas de tendencia central y dispersión de esta distribución son:

$$\text{Media} \Rightarrow \bar{x} = np$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = npq$$

♦ **Ejemplo:**

Si de una población consistente en la producción diaria de tuercas en una fábrica (10.000 unidades), que contiene un 2.5% de defectuosas, tomamos una muestra de cuatro, ¿cuál es la probabilidad de obtener una defectuosa? ¿y de obtener 3 defectuosas?

Tenemos que $p=0,025$ y $1-p=0,975$ por lo que:

- La probabilidad de que sea defectuosa una de las cuatro tuercas de la muestra es:

$$p\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{4!}{1!(4-1)} 0,025^1 0,975^{(4-1)} = 0,093$$

- La probabilidad de que sean defectuosas tres de las cuatro de la muestra es:

$$p\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{4!}{3!(4-3)} 0,025^3 0,975^{(4-3)} = 0,00006$$

– **Distribución geométrica o de Pascal.**

La variable aleatoria se define como:

X = número de elementos de una categoría obtenidos antes de que aparezca el primero de la segunda categoría.

Se cumple que la probabilidad de obtener “ r ” elementos de una categoría antes de aparecer el primer elemento de la otra categoría es:

$$P(X=r) = (1-p)^r p$$

siendo p la proporción de elementos de la segunda categoría.

Las medidas de tendencia central y dispersión de esta distribución son:

$$\text{Media} \Rightarrow \bar{x} = q / p$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = q / p^2$$

♦ **Ejemplo:**

Si en la misma población del ejemplo anterior extraemos tuercas de una en una reemplazándolas después, la probabilidad de extraer 5 tuercas buenas seguidas antes de que aparezca la primera defectuosa es:

$$P(X=5) = (1 - 0.025)^5 = 0.022$$

La probabilidad pedida es de un 2.2%

– **Distribución binomial negativa.**

La variable aleatoria se define como:

X = número de elementos de una categoría obtenidos antes de que aparezca el número k de la segunda categoría.

Se cumple que la probabilidad de obtener " r " elementos de una categoría antes de aparecer el elemento k de la otra categoría es:

$$P(X=r) = \binom{k+r-1}{r} p^k q^r$$

siendo p la proporción de elementos de la segunda categoría.

Las medidas de tendencia central y dispersión de esta distribución son:

$$\text{Media} \Rightarrow \bar{x} = kq / p$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = kq / p^2$$

♦ **Ejemplo:**

Si en la misma población del ejemplo anterior extraemos tuercas de una en una reemplazándolas después, la probabilidad de extraer 50 tuercas buenas antes de que aparezca la tercera defectuosa es:

$$P(X=50) = \binom{3+50-1}{50} (0.025)^3 (0.975)^{50} = 0.0058$$

La probabilidad pedida es de un 0.6%

– **Distribución hipergeométrica.**

En el caso de encontrarnos con un fenómeno en una población, definida exactamente igual que el caso de la distribución binomial, salvo en lo que respecta a constancia de la proporción de elementos en cada una de las dos categorías (p.e. cuando las extracciones no pueden ser con reposición debido a ensayos o pruebas de tipo destructivo y además el tamaño de la muestra como para poder suponer despreciable la variación en las proporciones), se utiliza la distribución hipergeométrica.

La probabilidad de obtener " a " elementos de una categoría al extraer una muestra de tamaño " n " de un lote de tamaño " N ", sin reposición viene dada por la expresión:

$$P(X=a) = \frac{\binom{Np}{a} \binom{Nq}{n-a}}{\binom{N}{n}}$$

Las medidas de tendencia central y dispersión de esta distribución son:

$$\text{Media } \bar{x} = np$$

$$\text{Varianza } \sigma^2 = npq (N-n)/(N-1)$$

♦ **Ejemplo:**

Dado un lote de 50 bengalas pirotécnicas de señalización, con un porcentaje de defectuosos del 6%, se extrae una muestra de 5 unidades para realizar un ensayo de encendido. ¿Cuál es la probabilidad de que dos de ellas sean defectuosas?

En este caso es necesario utilizar la distribución hipergeométrica debido a que el ensayo es destructivo y no puede hacerse con reposición, siendo además el lote muy pequeño con respecto a la muestra como para suponer constante la proporción de elementos defectuosos.

$$P(x=2) = \frac{\binom{50 \times 0,06}{2} \binom{50 \times 0,94}{5-2}}{\binom{50}{5}} = \frac{\binom{3}{2} \binom{47}{3}}{\binom{50}{5}} = 0,023$$

b. El proceso de Poisson y sus distribuciones asociadas.

Cuando observamos sucesos puntuales sobre un soporte continuo (averías de una instalación en el tiempo, defectos de una plancha de metal, etc.) y el proceso se caracteriza por:

- Es estable, es decir, se produce un número medio " δ " constante de sucesos en un intervalo dado del soporte continuo:

δ = dos picaduras por cada 10 metros de tubería

δ = 5 defectos en la trama por cada 25_m² de tejido

- Los sucesos son independientes (el proceso no tiene memoria).

En estos casos diremos que el proceso es del tipo de Poisson. Según definamos distintas variables aleatorias para este proceso, obtendremos distintas distribuciones de probabilidad.

– **Distribución de Poisson.**

La variable aleatoria la definimos como:

X = número de sucesos en un intervalo de longitud fijo.

Se cumple que la probabilidad de obtener "a" sucesos en un intervalo de longitud igual al que define el número de sucesos medio por longitud de intervalo es:

$$P(X = a) = (\delta^a / a!)e^{-\delta}$$

Las medidas de tendencia central y dispersión de esta distribución son:

$$\text{Media} \Rightarrow \bar{x} = \delta$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = \delta$$

♦ **Ejemplo:**

A una empresa llegan una media de 10 llamadas cada cinco minutos. Suponiendo que las llamadas telefónicas siguen una distribución de Poisson, calcular la probabilidad de que lleguen 20 llamadas cada cinco minutos.

Puesto que en la distribución de Poisson, la media es δ y nos dicen que el número medio de llamadas es de 10 cada cinco minutos, consideraremos:

$$\delta = 10$$

Si la expresión:

$$P(X=a) = (d^a / a!) e^{-d}$$

sustituimos

$$a = 20$$

$$\delta = 10$$

$$P(X=20) = (10)^{20} e^{-10} / 20! = 0.002$$

– ***Aproximación de la distribución binomial a la de Poisson.***

Cuando en una población, el porcentaje “p” de elementos de una de las dos categorías es muy pequeño con relación al tamaño de la muestra n, la distribución Binomial puede ser aproximada a la distribución de Poisson. (Para $n > 50$ y $p < 0.1$, o bien $np < 5$).

En estas condiciones, la probabilidad de que al extraer una muestra de tamaño n, de una población con un porcentaje p de elementos de una categoría, aparezcan “a” elementos de esa categoría viene dada por la expresión resultante de sustituir el valor del producto np por el de δ en la expresión de Poisson:

$$P(X=a) = (np)^a e^{-np} / a!$$

♦ **Ejemplo:**

En un libro, la probabilidad de que una palabra esté mal escrita es de 1/50.000. Calcular, en el caso de que un libro tenga 200.000 palabras, la probabilidad de que:

- No haya errores:

Suponemos una distribución binomial donde:

$$n=200.000$$

$$p=1/50.000$$

$$q=49.999/50.000$$

$$P(X=0)=\binom{200.000}{0}(1/50.000)(49.999/50.000)^{200.000}=0.018$$

Si hubiéramos utilizado Poisson ($n>5$, $p<0.1$)

$$d=np=200.000/50.000=4$$

$$P(X=0)=(4^{0e^{-4}})/0!=0.018 \text{ coincide como era de esperar.}$$

- Haya más de seis errores:

$$P(X>6)=1-P(X\leq 6)=1-\sum_{i=1}^6 (4^i e^{-4})(i!)$$

entrando en la Tabla del Ejemplo 1 con: $k=6$ y $\delta=4$ obtenemos $P(X\leq 6)=0.889$

Luego $P(X>6)=1-0.889=0.111$ del orden de un 11%

9.7.1.4.5. Distribuciones de probabilidad continuas.

a. La distribución normal.

El modelo de distribución de probabilidad para variables continuas más importante es la distribución normal, cuya función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2s^2}(x-m)^2\right]$$

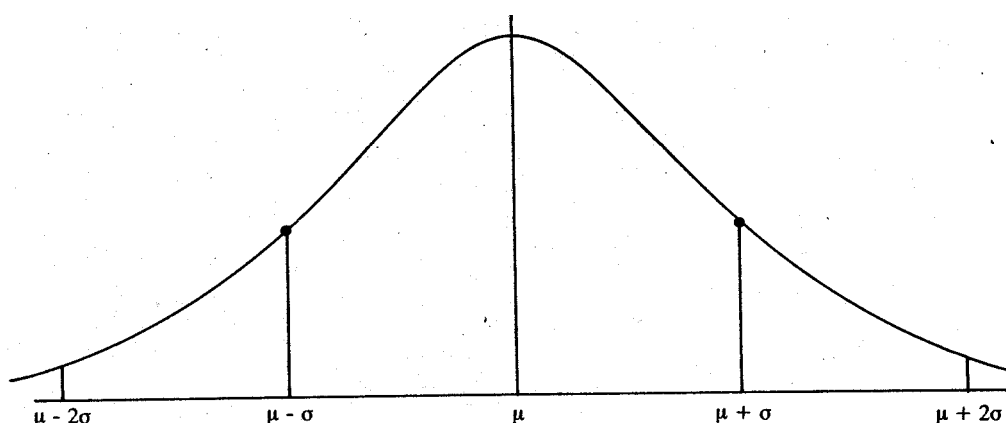
$$-\infty < x < \infty$$

que aparece dibujada en la siguiente figura.

La función f depende de dos parámetros:

- μ , que es al mismo tiempo la media, la mediana y la moda de la distribución,
- σ , que es la desviación típica.

Diremos que una variable es $N(\mu, \sigma)$ cuando sigue la función de densidad (4.6). La mediana de las desviaciones absolutas para una variable $N(\mu, \sigma)$ es $0,68\sigma$.



La distribución normal

La curva de distribución normal es una curva conforma de campana extendida indefinidamente en ambas direcciones.

La probabilidad de que la variable se encuentre entre dos valores determinados viene dada por el área encerrada debajo de la curva entre los dos valores.

Por ejemplo, si tenemos un conjunto de elementos cuyo peso sigue una distribución de media 10 gr. y desviación típica 2, y queremos saber cual es la probabilidad de tener elementos cuyo peso esté entre 8 y 12 gr. nos bastará con calcular el área encerrada bajo la curva (que está definida por su media=10 y su desviación típica=2) y los valores 8 y 12.

La distribución normal aproxima lo observado en muchos procesos de medición sin errores sistemáticos.

Por ejemplo, las medidas físicas del cuerpo humano en una población, las características psíquicas medidas por test de inteligencia o personalidad, las medidas de calidad en muchos procesos industriales o los errores de las observaciones astronómicas siguen distribuciones normales.

Una justificación de la frecuente aparición de la distribución normal es el teorema central del límite, que establece que cuando los resultados de una experimento son debidos a un conjunto muy grande de causas independientes, que actúan sumando sus efectos, siendo cada efecto individual de poca importancia respecto al conjunto, es esperable que los resultados sigan una distribución normal.

La variable normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$ se denomina **normal estándar**, $N(0,1)$, y su función de distribución está tabulada. Para calcular probabilidades en el caso general, transformaremos la variable aleatoria normal x en la variable normal estándar z , mediante:

$$z = \frac{x - m}{s}$$

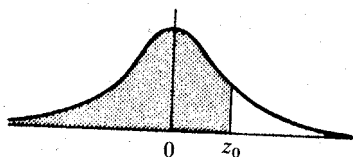
que convierte una variable x con media μ y desviación típica σ en la normal estándar z . La función densidad para el cambio de variable:

$$f(z) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad s = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

que es la normal estándar. El cálculo de probabilidades de x se efectúa utilizando la expresión:

$$F(x_0) = P(x \leq x_0) = P(m + sz \leq x_0) = P\left(z \leq \frac{x_0 - m}{s}\right) = F\left(\frac{x_0 - m}{s}\right)$$

donde $\Phi(.)$ representa la función de distribución de la normal estándar y que corresponde al valor del área rayada en la figura.



Para calcular ese área utilizaremos las tablas destinadas a estos efectos. En dichas tablas aparecen los siguientes campos:

- A la izquierda con valores desde 0 a 4 están los posibles valores de la variable normal reducida z .
- En la parte superior aparece una fila de valores comprendidos entre 0.09 y 0.00 que se utilizan para expresar las centésimas de la variable normal estándar z .
- El resto de valores que aparecen en la zona central de la tabla son probabilidad de que la variable z tome un valor inferior o igual al determinado por la columna y fila anteriormente comentadas.

Como ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que una variable normalizada z tome valores inferiores a 1.53?

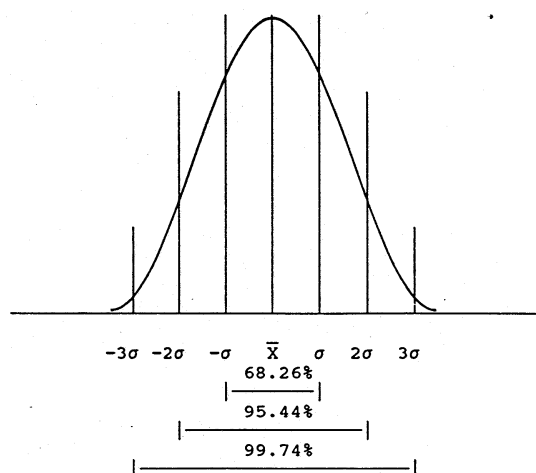
$$P(Z < 1.53)$$

Entraríamos en la tabla con el valor 1.5 en la columna de la izquierda y el valor 0.03 de la fila superior ($1.53 = 1.50 + 0.03$) dándonos en el cruce de ambos valores el valor 0.9406.

Por lo tanto $P(Z < 1.53) = 0.93699$

Además para el cálculo rápido de probabilidades con la utilización de las tablas de la variable normal estándar hay que tener en cuenta las siguientes propiedades:

- La curva $N(0,1)$ es simétrica respecto a su media.
- El área total bajo la curva es igual a la unidad.
- El 99.74% de los valores de X se encuentran en un intervalo que centrado en la media se extiende 3σ a ambos lados de la misma, el 95.44% a 2σ y el 68.26% a σ .



b. Aproximaciones a la Normal.

Una propiedad importante de la normal es que puede utilizarse para aproximar probabilidades de variables binomiales y de Poisson.

En 1733, De Moivre demostró que si x es una variable binomial de parámetro p , la distribución de:

$$\frac{x - np}{\sqrt{npq}}$$

converge hacia la distribución de la normal cero, uno.

En la práctica, esto se traduce en que si n es grande (mayor que 30), y p no muy cercano a cero o uno, podemos calcular la probabilidad de que la variable binomial x esté en (a, b) considerando a x como una variable normal, de $\mu = np$ y $\sigma = \sqrt{npq}$, y buscando el área encerrada entre a y b .

La aproximación mejora tomando el intervalo $(a-0,5; b+0,5)$, que tiene en cuenta que el número entero n equivale al intervalo continuo $(n-0,5; n+0,5)$. Por tanto, la condición para una variable discreta:

$$a \leq x \leq b$$

equivale, para una variable continua, a:

$$a - 0,5 \leq x \leq b + 0,5$$

En general esta aproximación se utiliza para $npq > 5$.

En la siguiente tabla se muestran las probabilidades binomiales acumuladas.

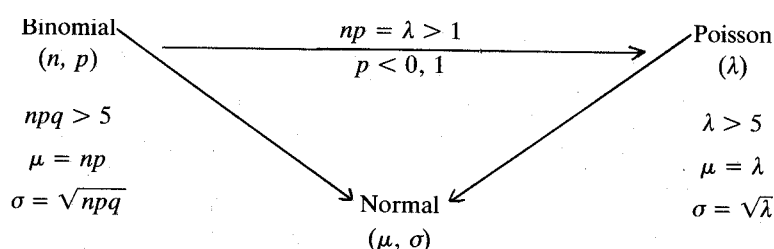
La distribución normal también puede aproximar la distribución de Poisson cuando $\lambda > 5$. El procedimiento es:

$$p(a \leq x_p \leq b) \approx p(a - 0,5 \leq x_n \leq b + 0,5)$$

donde x_p es una variable de Poisson de parámetro λ y x_n es una variable normal de parámetros $m = \lambda$, $s = \sqrt{\lambda}$.

En la siguiente tabla se muestran las probabilidades de Poisson acumuladas.

A continuación mostramos la relación existente entre las comentadas distribuciones.



Relación entre distribuciones

c. La Distribución χ^2 de Pearson.

Si consideramos las variables z_1, z_2, \dots, z_n que se caracterizan por:

- Ser independientes.
- Cada una de ellas es una $N(0,1)$.

A la nueva variable aleatoria χ^2 se la define como:

$$\chi^2 = z_1^2, z_2^2, \dots, z_n^2$$

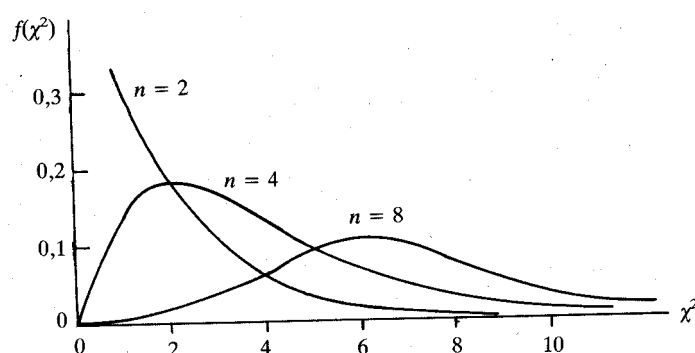
con n grados de libertad.

La distribución χ^2 es asimétrica y está tabulada en función de n.

Sus parámetros son:

$$\text{Media} \Rightarrow \mu = n$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = 2n$$



En la siguiente tabla se muestran los valores estandarizados de esta distribución.

d. La Distribución t de Student.

La distribución t con n grados de libertad se define como:

$$t = \frac{n}{\left[(1/n)\chi^2\right]^{0.5}}$$

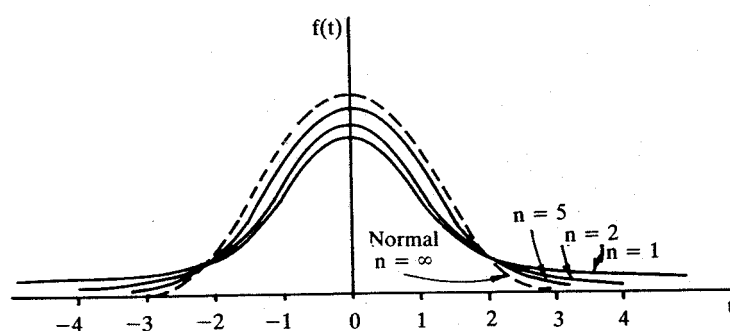
siendo χ^2 una distribución de Pearson con n grados de libertad.

La variable t es simétrica, con mayor dispersión que la distribución $N(0,1)$. Cuando el número de grados de libertad crece, esta distribución se aproxima a la normal $N(0,1)$.

Sus parámetros son:

$$\text{Media} \Rightarrow \mu = 0$$

$$\text{Varianza} \Rightarrow \sigma^2 = n / (n - 2) \quad \text{para } n > 2$$



En la siguiente tabla se muestran los valores estandarizados de esta distribución.

e. La Distribución F de Fisher.

Si tenemos dos distribuciones χ^2 de Pearson de n y m grados de libertad, se define la variable $F_{(n,m)}$ como:

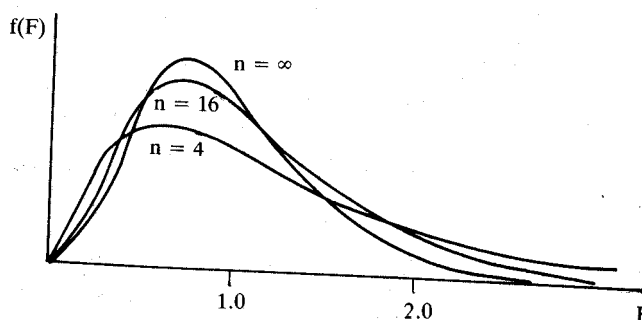
$$F_{(n,m)} = \frac{(1/n)\chi_n^2}{(1/m)\chi_m^2}$$

cumpléndose que: $F_{(n,m)} = 1 / F_{(m,n)}$

sus parámetros son:

Media $\Rightarrow \mu = m / (m - 2) \quad m > 2$

Varianza $\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-2)^2(m-4)}$



En la siguiente tabla se muestran los valores estandarizados de esta distribución.

9.7.1.5. La estimación del modelo.

9.7.1.5.1. Introducción a la inferencia estadística.

Cuando estudiamos las distribuciones de probabilidad, ya vimos como establecidas unas hipótesis del mecanismo generador de datos, (proceso de Bernoulli, Poisson, etc.) se deducía cuales eran las probabilidades asociadas a cada valor de la variable.

$$P(x = x_i) = f(x_i)$$

La inferencia estadística realiza el proceso inverso: mediante la observación se obtienen datos de las probabilidades asociadas a cada valor de la variable (frecuencias) y a partir de éstos ha de deducirse (inferir) el modelo de probabilidad que los ha generado.

Existen fundamentalmente dos procedimientos para realizar la inferencia estadística: el método paramétrico y el no-paramétrico.

- a. **Método paramétrico:** Se supone que los datos provienen de un tipo de distribución conocida (Normal, Binomial, Poisson, etc.) siendo la incógnita los parámetros de la distribución.
- b. **Método no-paramétrico:** No se supone conocida la distribución que siguen las observaciones siendo las hipótesis muy generales (continua/discreta, simétrica/asimétrica, etc.).

Independientemente del método utilizado, es necesario estudiar la toma de muestra de donde vamos a extraer la información necesaria para analizar la población.

9.7.1.5.2. Muestreo.

Llamaremos **población** a un conjunto de elementos en los que se estudia una característica dada. Por lo general no es posible estudiar esta característica en todos los elementos de la población debido a:

- Experimentos destructivos.
- Los elementos no existen físicamente (poblaciones virtuales).
- Problemas económicos (tiempo y/o dinero).

En estas ocasiones se selecciona un subconjunto representativo de la población para su estudio que llamaremos **muestra**.

a. Muestreo aleatorio simple.

El muestreo se denomina aleatorio simple cuando:

- Para todos los elementos es igual su probabilidad de ser elegido.
- La población es idéntica en cada extracción (p.e. muestreo con reemplazamiento).

La muestra se selecciona mediante un mecanismo aleatorio como puede ser una tabla de números aleatorios como la mostrada en la siguiente figura. Para ello se numeran los elementos de la población del 1 al N y se toman de la tabla números aleatorios de tantas cifras como tenga N. El valor del número aleatorio indicará el elemento seleccionado.

Si llamamos:

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

al conjunto de valores que componen una muestra de tamaño n, la probabilidad de obtener ese conjunto de valores y no otro, es:

$$P(x) = P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Con las condiciones del muestreo aleatorio simple, esa probabilidad será:

$$P(x) = P(x_1) \times P(x_2) \times P(x_3) \dots \times P(x_n)$$

que es la condición matemática de la muestra aleatoria simple.

b. Método de Montecarlo.

Se utiliza para general muestras de una población de la que no se disponen elementos pero sin embargo sí se conocen sus características. (Función de densidad o de distribución).

– **Distribuciones Discretas.**

Supongamos que tenemos una variable aleatoria con la siguiente función de distribución:

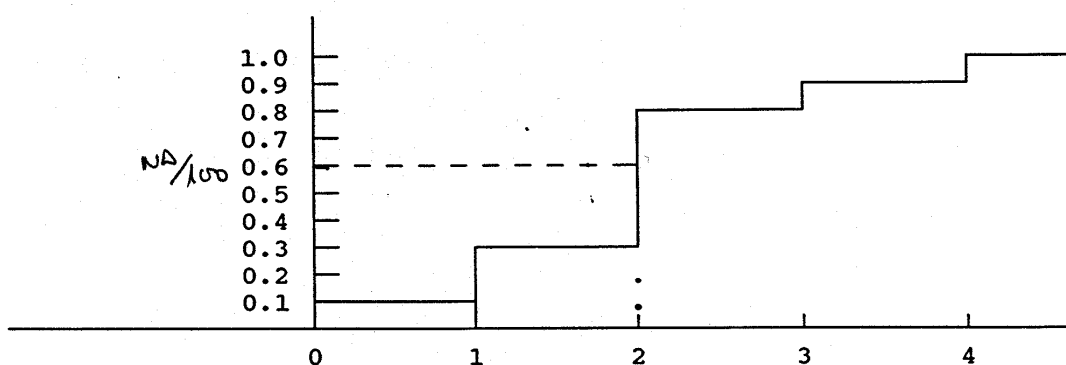
x	$P(x)$	$F(x)$
0	0.1	0.1
1	0.2	0.3
2	0.5	0.8
3	0.1	0.9
4	0.1	1.0

1. Extraemos un número aleatorio de dos dígitos (N.A.).
2. El número aleatorio lo dividimos por 100 y lo convertimos en decimal.
3. Establecemos la siguiente correspondencia entre el número aleatorio dividido por cien y el valor de x de la muestra, tal que x es el valor más pequeño que verifica $F(x) > N.A./100$

	x
$N.A./100 < 0.1$	0
$0.1 \leq N.A./100 < 0.3$	1
$0.3 \leq N.A./100 < 0.8$	2
$0.8 \leq N.A./100 < 0.9$	3
$0.9 \leq N.A./100 < 1.0$	4

4. Lo repetimos tantas veces como el tamaño de la muestra deseada.

De una forma gráfica: Para $N.A./100 = 0.60$ $X=2$



– Distribuciones continuas.

1. Se toma un número aleatorio de tantas cifras como precisión se desee.
2. Se convierte en número decimal dividiendo el número aleatorio por 10^n , siendo n el número de cifras del número aleatorio.
3. Si la función de distribución es $F(X)$, se toma $X = F^{-1}(N.A.)$

4. Repetirlo tantas veces como el tamaño de muestra deseado.

Por ejemplo, si consideramos una variable distribuida como exponencial:

$$F(x) = 1 - e^{-ax}$$

$$N.A./10^n = 1 - e^{-ax}$$

$$-ax = \text{Log.}(1 - N.A./10^n)$$

$$x = (-1/a) \text{Log.}(1 - N.A./10^n)$$

c. Muestreo estratificado.

En ocasiones interesa generar muestras que tengan una cierta estructura. Esto sucede cuando los elementos de la población no son homogéneos respecto a la muestra a estudiar y además disponemos de información sobre ello.

Por ejemplo los sondeos de opinión donde los elementos son heterogéneos en razón a sexo, edad, profesión, etc. La muestra deberá recoger elementos en proporción igual a los de la población para tener una estructura análoga a ésta. A partir de este momento, dentro de cada grupo o estrato, la elección se hace por muestreo aleatorio simple.

d. Muestreo sistemático.

Se utiliza cuando los elementos de la población están ordenados en listas.

Tamaño de la Población = N

Tamaño deseado de la muestra = n

K = entero más cercano a N/n

Se toma un primer elemento de la población como muestra, por ejemplo el que tiene el número de orden n_1 . El resto de los elementos de la muestra se toman a intervalos constantes k.

$$n_1, n_1+k, n_1+2k, n_1+3k$$

Si el orden en la lista es al azar, este muestreo es equivalente al aleatorio simple. Si existe algún orden en el cual tienden a ser más semejantes los elementos de la población en función de su proximidad, este muestreo es más preciso que el aleatorio simple.

e. Muestreo polietápico.

Para poblaciones muy heterogéneas. Por ejemplo para seleccionar una muestra de personas de una ciudad, seleccionaríamos los barrios mediante muestreo aleatorio simple, luego calles dentro de cada barrio, a continuación viviendas en cada calle y por último un piso en cada vivienda.

9.7.1.5.3. La estimación puntual.

Suponemos que tenemos una población que sigue una distribución con forma conocida aunque con parámetros desconocidos. De esta población extraemos una muestra aleatoria simple y el problema consiste en estimar los parámetros de la población a partir de los datos muestrales.

a. El método de los momentos.

El primer método para obtener estimadores es el método de los momentos que consiste en tomar como estimador del momento de orden k de la población, el momento de orden k calculado de la muestra.

La idea es simple: tomar como estimador de la varianza de la población la varianza de la muestra; de la media de la población, la media muestral, y así sucesivamente.

Para juzgar la bondad de los estimadores obtenidos por el método de los momentos, necesitamos establecer las propiedades deseables de los estimadores.

La principal dificultad a la hora de definir la bondad o no de un estimador es que este estimador es una variable aleatoria que varía de muestra en muestra. Si consideramos una población de la que se toman muestras con reemplazamiento de tamaño n , y calculamos el valor medio de cada muestra, N muestras darán lugar a N valores de medias muestrales:

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_n$$

Si N es muy grande, estos valores seguirán una distribución que denominaremos distribución muestral de la media.

En estas condiciones, se cumple que la distribución muestral de la media sigue una distribución normal (cuando $n > 30$) cuyos parámetros son:

Media muestral = Media poblacional

Varianza muestral = Varianza poblacional/ n

9.7.1.5.4. Propiedades de los estimadores.

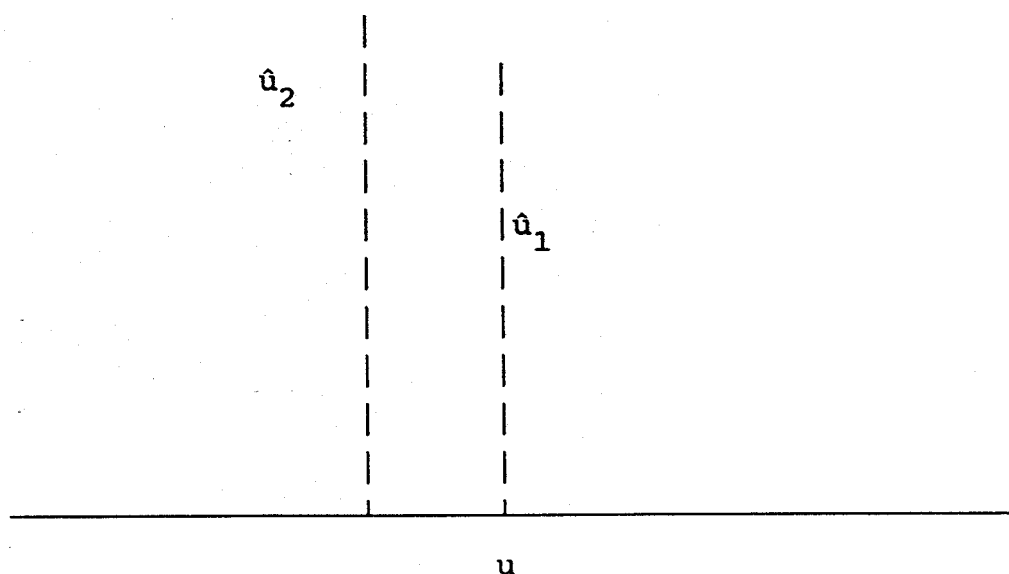
a. Centrado e insesgado.

Decimos que un estimador es centrado o insesgado cuando la media de la distribución del estimador coincide con el valor del parámetro, denominándose sesgo a la diferencia entre el verdadero valor del parámetro menos la media de la distribución del estimador.

$$\text{sesgo } \hat{u} = u - E[\hat{u}]$$

Un estimador centrado se dice que es insesgado o que su sesgo es cero.

La propiedad de ser centrado no es por sí sola concluyente a la hora de decidir si un estimador es bueno o no. En la figura se ve un estimador centrado que sin embargo no parece ser más adecuado que el estimador sesgado que se representa a su lado.



b. Eficacia y Precisión.

Diremos que un estimador \hat{u}_2 es más eficiente que otro estimador \hat{u}_1 si se cumple que para cualquier tamaño muestral se cumple que:

$$\text{Var}(\hat{u}_2) \leq \text{Var}(\hat{u}_1)$$

llamándose precisión o eficacia de un estimador a la inversa de la varianza de su distribución muestral.

$$\text{Efi}(\hat{u}_2) \leq \text{Efi}(\hat{u}_1)$$

denominándose eficacia relativa a:

$$\text{ER}(\hat{u}_2/\hat{u}_1) = \text{Efi}(\hat{u}_2)/\text{Efi}(\hat{u}_1)$$

Entre dos estimadores centrados se elegirá el más eficiente.

c. Error cuadrático medio.

Cuando tenemos dos estimadores con propiedades contrapuestas, se hace difícil elegir entre ellos. Para ello se utiliza el error cuadrático medio eligiendo aquel estimador que minimiza este valor.

$$\text{Error Cuadrático Medio} = \text{ECM} = E[(u - \hat{u})^2]$$

$$\text{ECM}(u) = [\text{sesgo}(u)]^2 + \text{Var}(\hat{u}).$$

9.7.1.5.5. Estimación estadística por intervalos de confianza.**a. Introducción.**

En la práctica interesa no solamente dar una estimación de un parámetro sino, además, un intervalo que permita precisar la incertidumbre existente en la estimación.

A ese intervalo se le denomina **intervalo de confianza** y es un conjunto de valores en el que se incluye, con una probabilidad preasignada, llamada nivel de confianza, el verdadero valor del parámetro de la población.

A los límites inferior y superior del intervalo de confianza se les denomina límites de confianza.

Llamaremos **nivel de confianza** $(1 - \alpha)$ a la probabilidad de que la afirmación que se hace sobre el verdadero valor del parámetro (que se encuentre entre los límites de confianza) sea cierto.

Por ejemplo, sea un estadístico m y μ_m la media y σ_m la desviación típica (error típico) de la distribución muestral de dicho estadístico. Si la distribución muestral de m es aproximadamente normal es de esperar que al extraer muestras, el estadístico m se encuentre en los intervalos de confianza:

$$\mu_m \pm \sigma_m \quad \text{el 68,27\% de las veces}$$

$$\mu_m \pm 2\sigma_m \quad \text{el 95,45\% de las veces}$$

$$\mu_m \pm 3\sigma_m \quad \text{el 99,73\% de las veces}$$

Análogamente puede confiarse en encontrar μ_m en los intervalos $m \pm z_c \sigma_m$ ($z_c = 1, 2$ y 3) en las mismas circunstancias anteriores.

Por otra parte $m \pm 1,96 \sigma_m$ y $m \pm 2,58 \sigma_m$ son los límites del 95% y 99% de nivel de confianza para μ_m .

Los valores de z_c se llaman **coeficientes de confianza** y una gama significativa de los mismos es la siguiente:

Nivel confianza	99,73	99	98	96	95	90	50
z_c	3	2,58	2,33	2,05	1,96	1,64	0,67

b. Límites de confianza para la media poblacional.

Si el estadístico bajo estudio es la media muestral \bar{x} los límites de confianza del 95% y 99% para la estimación de la media de la población μ vienen dados por $\bar{x} \pm 1,96s_{\bar{x}}$ y $\bar{x} \pm 2,58s_{\bar{x}}$. Los límites de confianza generales son:

$$\bar{x} \pm z_c \sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

En general σ es desconocido por lo que se utiliza el estimador muestral \hat{s} o s . Esta aproximación es válida para $n > 30$.

Para $n < 30$ la aproximación no es buena y debe aplicarse los límites de confianza dados por la distribución "t" de Student.

Para el caso de la distribución "t" si $-t_{1-\alpha/2}$ y $t_{1-\alpha/2}$ son los valores de t para los que el $(\alpha/2)\%$ del área total se encuentra en cada cola de la distribución, un intervalo de confianza bilateral del $(1-\alpha)\%$ para t será:

$$-t_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n-1} < t_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

por lo que μ se encuentra en el intervalo:

$$\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

El valor $t_{1-\alpha/2}$ representa el valor del percentil $1-\alpha/2$ mientras que $t_{\alpha/2} = -t_{1-\alpha/2}$ tratándose de una distribución simétrica, representa el valor del percentil $\alpha/2$.

En general los límites de confianza para la media de la población μ (cuando $n < 30$) vienen dados por:

$$\bar{x} \pm t_c \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

siendo $\pm t_c$ los valores críticos que dependen del nivel de confianza utilizado y del número de grados de libertad $v=n-1$.

♦ **Ejemplo:**

Las medidas de los diámetros de una muestra de 100 ejes dieron una media de 0,8 mm y una desviación típica de 0,03 mm. Hallar los límites de confianza del 95% y 99% para el diámetro medio de los ejes de la producción.

Los límites de confianza del 95% son:

$$\bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,8 \pm 1,96 \times 0,03 \times \frac{1}{\sqrt{100}} = 0,8 \pm 0,0058 \text{ mm.}$$

Los límites de confianza del 99% son:

$$\bar{x} \pm 2,58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,8 \pm 2,58 \times 0,03 \times \frac{1}{\sqrt{100}} = 0,8 \pm 0,0077 \text{ mm.}$$

c. Límites de confianza para la desviación típica poblacional.

En el caso de que el estadístico muestral fuera la desviación típica s , hemos de aplicar, en general la distribución χ^2 para conocer el verdadero valor σ de la población.

Si $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}$ y $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$ son los valores para los que el $\frac{\alpha}{2}\%$

del área se encuentra en cada cola de la distribución, el intervalo de confianza $1-\alpha$ viene dado por:

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{ns^2}{\sigma^2} < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

de donde se deduce que σ se encuentra en el intervalo:

$$\frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}} < \sigma < \frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}}}$$

con un $(1-\alpha)\%$ de nivel de confianza.

En el caso particular de que el tamaño de muestra n sea superior a 100 podemos basarnos en el hecho de que la distribución de las desviaciones típicas muestrales $s_1 s_2 \dots s_n$ es normal con desviación típica $s/\sqrt{2n}$ por lo que la verdadera desviación típica de la población se encuentra en el intervalo:

$$s \pm z_c \frac{s}{\sqrt{2n}}$$

siendo Z_c el valor crítico utilizado anteriormente para diferentes niveles de confianza.

♦ **Ejemplo:**

La desviación típica de las duraciones de una muestra de 200 tubos es de 100 h.

Hallar los límites de confianza del 95% para la desviación típica de la población.

Dichos límites vienen dados, para el estadístico s , por:

$$s \pm z_c \frac{s}{\sqrt{2n}}$$

Por tanto los límites de confianza son:

$$100 \pm 1,96 \frac{100}{\sqrt{400}} = 100 \pm 9,8$$

por lo que se puede esperar con el 95% de confianza que la desviación típica de la población se encuentre entre 90,2 y 109,8 horas.

d. Límites de confianza para proporciones poblacionales.

Si el estadístico m es la proporción P (por ejemplo porcentaje defectuoso) los límites de confianza para p (proporción defectuosa poblacional) vienen dados por:

$$P \pm z_c \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

siendo P el porcentaje defectuoso de la muestra de tamaño n . (El valor de p utilizado es su estimador P).

e. Límites de confianza para las distribuciones diferencia de dos medias o proporciones.

Si m_1 y m_2 son dos estadísticos con distribuciones muestrales aproximadamente normales, los límites de confianza para la distribución diferencia de los parámetros correspondientes a m_1 y m_2 vienen dados por:

$$m_1 - m_2 \pm z_c \sigma_{m_1 - m_2} = m_1 - m_2 \pm z_c \sqrt{\sigma_{m_1}^2 + \sigma_{m_2}^2}$$

Los límites de confianza para la distribución suma de los parámetros poblacionales son:

$$m_1 + m_2 \pm z_c \sigma_{m_1 + m_2} = m_1 + m_2 \pm z_c \sqrt{\sigma_{m_1}^2 + \sigma_{m_2}^2}$$

Si el estadístico m es la media muestral \bar{x}_1 , los límites para la distribución diferencia de dos medias poblacionales vienen dados por:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_c \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_c \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

(Los valores de σ_1 y σ_2 se estiman a partir de s_1 y s_2 para $n > 30$).

Para el caso en que el estadístico sea el porcentaje defectuoso muestral P , los límites para la distribución diferencia de dos medias (porcentajes defectuosos) correspondientes a sendas poblaciones distribuidas, como de costumbre, binomialmente vienen dados por:

$$P_1 - P_2 \pm z_c \sigma_{P_1 - P_2} = P_1 - P_2 \pm z_c \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

donde P_1 y P_2 son los porcentajes defectuosos muestrales de dos muestras extraídas de poblaciones cuyos porcentajes defectuosos son p_1 y p_2 (cuyos estimadores son P_1 y P_2 para $n > 30$).

♦ **Ejemplo:**

Una muestra de 100 bombillas del fabricante F_1 dieron una vida media de 1.500 horas y una desviación típica de 70 horas. Otra muestra de 200 bombillas del fabricante F_2 dieron una vida media de 1.400 horas con una desviación típica de 90 horas. Hallar los límites de confianza del 95% para la distribución diferencia de las vidas medias de las fabricaciones F_1 y F_2 .

Los límites del 95% vienen dados por:

$$\bar{x}_{F_1} - \bar{x}_{F_2} \pm z_c \sqrt{\frac{\sigma_{F_1}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{F_2}^2}{n_2}} = 1500 - 1400 \pm 1,96 \sqrt{\frac{70^2}{100} + \frac{90^2}{200}} = 100 \pm 1,96 \times 9,46 = 100 \pm 18,54$$

f. Error probable.

Los límites de confianza del 50% de los parámetros de la población correspondientes a un estadístico m son $m \pm 0,674\sigma_m$. La cantidad $0,674\sigma_m$ se conoce como error probable.

9.7.1.6. Contraste de hipótesis.**9.7.1.6.1. Introducción.**

Contrastar una hipótesis estadísticamente es juzgar si cierta propiedad supuesta para una población es compatible con lo observado en una muestra de ella.

Por ejemplo, consideremos un proceso de fabricación que en condiciones correctas produce componentes cuya resistencia eléctrica se distribuye normalmente con media 20 Ohm y desviación típica 0,5 Ohm.

A veces, y de forma imprevisible, el proceso se desajusta, produciendo un aumento o disminución de la resistencia media de los componentes, pero sin variar la desviación típica. Para contrastar si el proceso funciona correctamente se toma una muestra de cinco unidades y se mide su resistencia resultando 22,2; 21; 18,8; 21,5; 20,5. ¿Podríamos concluir con estos datos que el proceso está desajustado?

Para responder a esta pregunta podemos razonar como sigue: si el proceso está bien ($\mu = 20$) haciendo un cambio de variable:

$$z = \frac{\bar{x} - 20}{0,5 / \sqrt{5}}$$

z es una variable $N(0,1)$.

Por tanto, si al introducir en esta expresión el valor de \bar{x} se obtiene un valor "razonable" (por ejemplo, entre ± 2) concluiremos que no hay evidencia de que el proceso está desajustado.

Por el contrario, si este valor es muy extremo, la diferencia observada entre \bar{x} y 20 será demasiado grande para atribuirla al azar, por lo que concluiremos que el proceso está desajustado.

En este caso, $\bar{x} = 20,8$ conduce a $z = 3,58$, que es un valor muy extremo. Por tanto, es razonable pensar que el proceso está efectivamente desajustado.

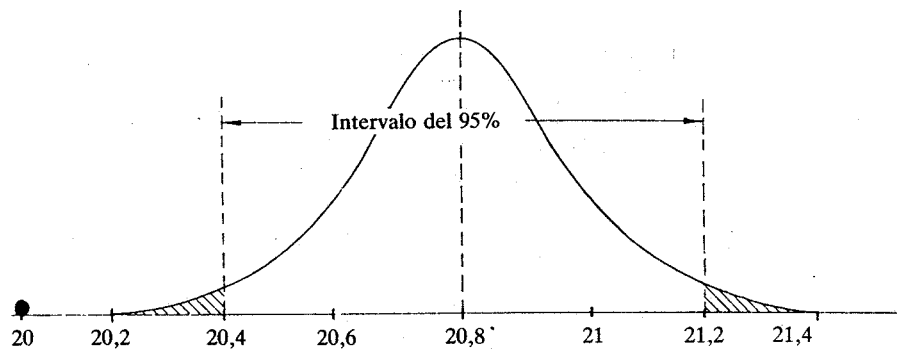
Un enfoque alternativo, que conduce al mismo resultado, es construir un intervalo de confianza para la media del proceso. En este caso:

$$m \in \left(20,8 \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{0,5}{\sqrt{5}} \right)$$

$$m \in (20,8 - z_{\alpha/2} \cdot 0,22; 20,8 + z_{\alpha/2} \cdot 0,22)$$

La distribución de confianza que genera todos estos intervalos es $N(20,8; 0,22)$ representada en la siguiente figura.

Al representar en ella el valor 20, que corresponde a las condiciones normales de funcionamiento, observamos que este valor no estará incluido en los intervalos de confianza habituales con $\alpha = 0,05$ ó $\alpha = 0,01$. Por tanto, tenderemos a pensar que el proceso se ha desajustado y que la media de la distribución que ha generado la muestra es $20 + \delta$, siendo 0,8 la mejor estimación de δ .



Distribución de confianza para la media de una población normal.

Este ejemplo pone de manifiesto los rasgos principales de un contraste de hipótesis, así como su estrecha relación con la estimación por intervalos.

9.7.1.6.2. Contrastes de significación.

a. Tipos de hipótesis.

Llamaremos **hipótesis estadística** a una suposición que determina, parcial o totalmente, la distribución de probabilidad de una variable aleatoria. Estas hipótesis pueden clasificarse en dos grupos, según que:

1. Especifiquen un valor concreto o un intervalo para los parámetros del modelo.
2. Determinen el tipo de distribución de probabilidad que han generado los datos.

Un ejemplo del primer grupo es la hipótesis de que la media de una variable es 10, y del segundo que la distribución es normal.

Aunque la metodología para realizar el contraste de hipótesis es análoga en ambos casos, distinguir ambos tipos de hipótesis es importante, porque muchos problemas de contraste de hipótesis respecto a un parámetro son en realidad problemas de estimación, que tienen una respuesta más clara dando un intervalo de confianza (o conjunto de intervalos de confianza) para dicho parámetro.

Sin embargo, las hipótesis respecto a la forma de la distribución pertenecen a la fase de diagnóstico y validación del modelo y serán estudiadas en el capítulo siguiente.

Centrándonos en hipótesis del primer tipo, llamaremos **hipótesis simples** a aquellas que especifican un único valor para el parámetro, **e hipótesis compuestas** a las que especifican varios.

Llamaremos **hipótesis nula**, H_0 , a la hipótesis que se contrasta. El nombre de "nula" proviene de que H_0 representa la hipótesis que mantendremos a no ser que los datos indiquen su falsedad, y debe entenderse, por tanto, en el sentido de "neutra". La hipótesis H_0 nunca se considera probada, aunque puede ser rechazada por los datos. Por ejemplo, la hipótesis de que todos los elementos de las poblaciones A y B son idénticos, puede ser rechazada encontrando elementos de A y B distintos, pero no puede ser "demostrada" más que estudiando todos los elementos de ambas poblaciones, tarea que puede ser imposible.

Análogamente, la hipótesis de que dos poblaciones tienen la misma media puede ser rechazada fácilmente cuando ambas difieran mucho, analizando muestras suficientemente grandes de ambas poblaciones, pero no puede ser "demostrada" mediante muestreo (es posible que las medias difieran en δ , siendo δ un valor pequeño imperceptible en el muestreo).

b. Nivel de significación. Errores tipo I y II.

A la hora de evaluar una hipótesis, podemos cometer dos tipos de error:

1. **Rechazar la hipótesis cuando es cierta.** Se denomina **error de tipo I** o "**nivel de significación**". La probabilidad del error de tipo I se designa por α y su complemento a 1 es decir $1 - \alpha$, nivel de confianza o probabilidad de aceptar la hipótesis verdadera.

100α suele valer para los diferentes tipos de ensayos 10%, 5%, 1%, valores a los que corresponden niveles de confianza del 90, 95 y 99% de tomar la decisión adecuada.

2. **No rechazar la hipótesis cuando es falsa.** Se denomina **error de tipo II** y su probabilidad es β .

Estos errores están definidos en términos de probabilidad y se pueden controlar a los valores que se deseen. Los posibles resultados son los siguientes:

	<i>H es verdadera</i>	<i>H es falsa</i>
Aceptamos H	Decisión Correcta $P = 1 - \alpha$	Decisión Equivocada $P = \beta$
No aceptamos H	Decisión Equivocada $P = \alpha$	Decisión Correcta $P = 1 - \beta$

La interpretación estadística del error tipo I es la siguiente: si el procedimiento se repitiera muchas veces sobre una población en la que $\mu = 20$ en $100(1 - \alpha)\%$ de los casos se llegaría a la conclusión verdadera y en $100\alpha\%$ de las veces se concluiría con la decisión falsa de que $\mu \neq 20$.

La interpretación estadística del error tipo II es como sigue: si el procedimiento se repitiera numerosas veces sobre una población en la que ciertamente $\mu \neq 20$ en $100\beta\%$ de las veces se llegaría a la conclusión de que $\mu = 20$ y en $100(1 - \beta)\%$ se tomaría la decisión verdadera de que $\mu \neq 20$.

9.7.1.6.3. Aplicación a la distribución normal. Ensayos de una y dos colas.

Supongamos que con una hipótesis dada, la distribución muestral de un estadístico s es una distribución normal con media μ_s y desviación típica σ_s . Entonces la distribución de la variable tipificada dada por:

$$z = \frac{s - \mu_s}{\sigma_s}$$

es una distribución normal de media 0 y varianza 1.

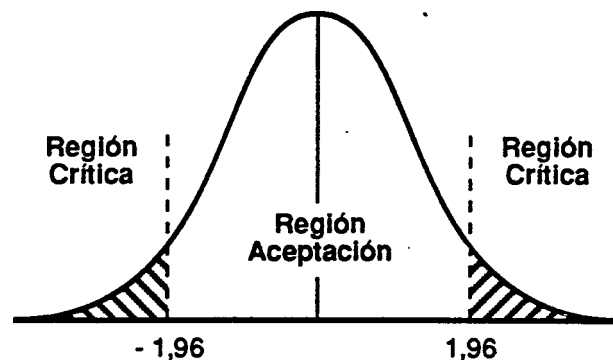
Con un 95% de confianza podemos esperar que el valor de z de una muestra obtenida se encontrará entre -1,96 y +1,96.

Si al elegir la muestra objeto del estudio el valor de z encontrado estuviera fuera de este margen, la probabilidad de que la hipótesis planificada fuera verdadera sería de un 5%.

Se puede decir que este valor de z difiere significativamente del que cabía esperar bajo la hipótesis dada y rechazaríamos la hipótesis.

El área de 0,05 representa la probabilidad de rechazar la hipótesis siendo verdadera.

El conjunto de los valores de z que se encuentran fuera del rango $-1,96$ a $1,96$ se llama región crítica y los que se encuentran dentro, región de aceptación de la hipótesis o región no significativa.



Como resumen de lo expuesto se actuará de la siguiente forma:

- Si la z obtenida en el ensayo para el estadístico de que se trate (media o desviación típica) está fuera de la zona $-1,96$ a $1,96$ se rechaza la hipótesis al nivel de significación del 5%.
- Se acepta la hipótesis o no se toma decisión alguna en caso contrario.

Lo que hasta ahora se ha citado se refería a los valores de z correspondientes a los dos extremos de la distribución (ensayos bilaterales o de dos colas). Existe pues una situación de indiferencia que hace necesario planificar el ensayo en estas condiciones. Si se desea conocer si un proceso se ha deteriorado se planteará la hipótesis nula de que no existe variación actual respecto a la situación histórica y los resultados del muestreo confirmarán si el proceso ha sufrido o no variación que a su vez puede ser positiva (mejora del proceso) o negativa (degradación del proceso).

Existen, sin embargo, situaciones en las que se ensayan hipótesis sobre si un proceso nuevo es mejor que el existente. Es evidente que no perseguimos la condición disyuntiva sino la confirmación o no de que el proceso actual es mejor que el histórico lo que quiere decir que realizaremos un ensayo unilateral o de una cola en cuyo caso la región crítica se encuentra a un lado de la distribución con un área igual al nivel de significación con que se establezca el ensayo.

En la tabla siguiente se muestran los valores de z para ensayos de una y dos colas y niveles de significación del 0,1; 0,05 y 0,01.

Nivel de significación	0,10	0,05	0,01
Valores críticos de z para ensayos de una cola	-1,28 ó 1,28	-1,645 ó 1,645	-2,33 ó 2,33
Valores críticos de z para ensayos de dos colas	-1,645 y 1,645	-1,96 y 1,96	-2,58 y 2,58

9.7.1.6.4. Curva característica de operación (oc). Curva de potencia.

Es evidente que en los ensayos de hipótesis se tiende a tomar decisiones con un mínimo de riesgos o errores tipos I y II a que ya nos hemos referido.

Minimizar el error tipo I de rechazar una hipótesis que debiéramos aceptar por ser cierta, se consigue eligiendo adecuadamente el nivel de significación del ensayo. en cuanto a reducir al máximo el riesgo de aceptar hipótesis que debieran rechazarse por ser falsas, error tipo II, se conseguirá no aceptando nunca las hipótesis.

En la práctica el juego de aceptación-rechazo se resuelve mediante el empleo de las curvas características de operación o curvas OC cuya construcción y utilización vamos a exponer partiendo de un ejemplo práctico.

Supongamos que en un proceso de fabricación de lámparas se consigue una vida media de estas de 2.300 horas con una desviación típica de 45 horas. Estudios hechos en la competencia nos mueven a incrementar la vida media con un nuevo proceso de fabricación.

Deberemos realizar, una vez en marcha el nuevo proceso, un estudio que permita:

- Diseñar una regla por la que se pueda decidir rechazar el proceso clásico con un nivel de significación de 0,01 después de realizar un ensayo con 81 lámparas.
- En las condiciones anteriores, conocer la probabilidad con que se aceptaría el proceso histórico cuando en realidad el nuevo proceso incrementa significativamente la vida media a 2.320 horas, en el supuesto de que no ha variado la desviación típica.

Planteado el problema, fijemos las premisas del mismo.

$H_0: \mu = 2.300$ horas y el nuevo proceso no representa mejora alguna.

$H_1: \mu > 2.300$ horas y el nuevo proceso mejora significativamente el histórico.

Se trata según se citó anteriormente de un ensayo unilateral y por tanto, al nivel de significación de 0,01, se rechaza la hipótesis nula si el valor de z obtenido en el ensayo supera el valor $z = 2,33$, aceptándose en caso contrario.

El valor z de la distribución normal tipificada vale:

$$z = \frac{\bar{x} - m}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - 2.300}{\frac{45}{\sqrt{81}}}$$

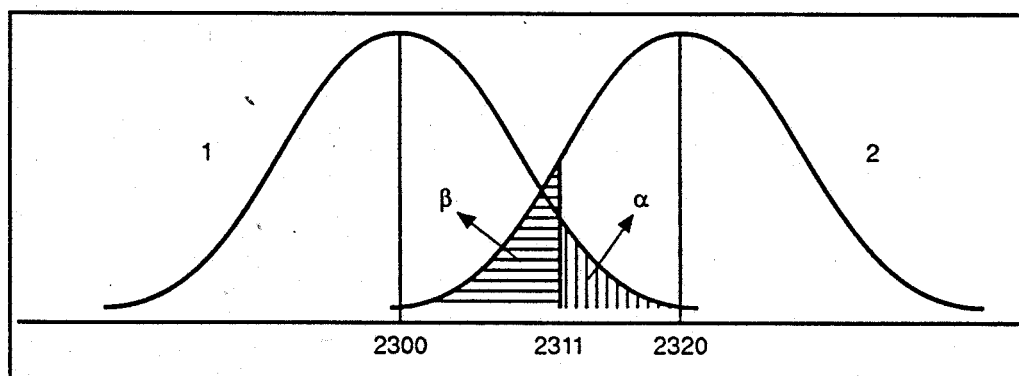
$$\bar{x} = 2.300 + 5z$$

Si $z > 2,33$ para que exista una mejora significativa (rechazo de la hipótesis nula)

$$\bar{x} > 2.300 + 5 \times 2,33 = 2311,65$$

Así pues el ensayo se configura como sigue:

- Se rechaza H_0 si la vida media de 81 lámparas supera las 2.311 h.
- Se acepta H_0 (o no se toma decisión) en caso contrario.



En la figura anterior se han representado las distribuciones correspondientes a las hipótesis:

$$H_0: \mu = 2.300 \text{ h.}$$

$$H_1: \mu = 2.320 \text{ h.}$$

La probabilidad de aceptar el proceso histórico cuando realmente la nueva vida media es 2.320 h., viene representada por el área β . Para calcular el valor de dicha probabilidad calcularemos el valor 2.311 en unidades tipificadas.

$$z = \frac{2.311 - 2.320}{5} = -\frac{9}{5} = -1,8$$

Por tanto β vendrá dada por el área de la curva 2 a la izquierda de $z = -1,8$ o sea $\beta = 0,0359$ o sea existe un 3,59% de probabilidades de aceptar el proceso histórico en el que $\mu = 2.300$ y un 96,41% de probabilidades de aceptar el nuevo proceso.

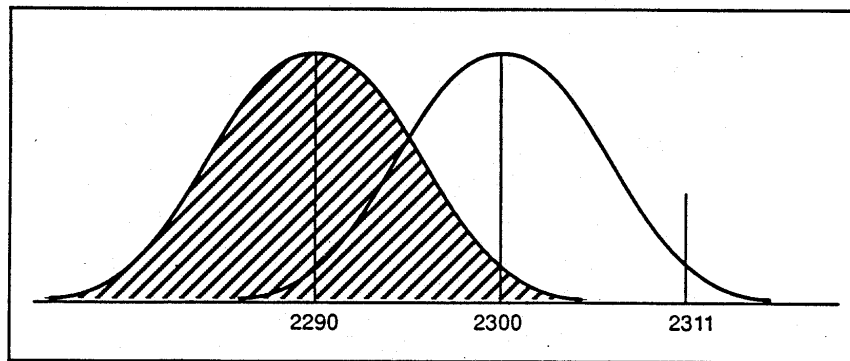
De forma análoga a como hemos actuado para una duración media de 2.320 h., podemos hacer extensivo el proceso para otras hipótesis de vidas medias correspondientes al nuevo proceso con lo que calcularemos y representaremos una curva β, μ que llamaremos curva característica de operación o curva OC.

μ	β	$1 - \beta$
2290	1	0
2300	0,9890	0,0139
2310	0,5793	0,4207
2320	0,0359	0,9641
2330	0	1
2340	0	1

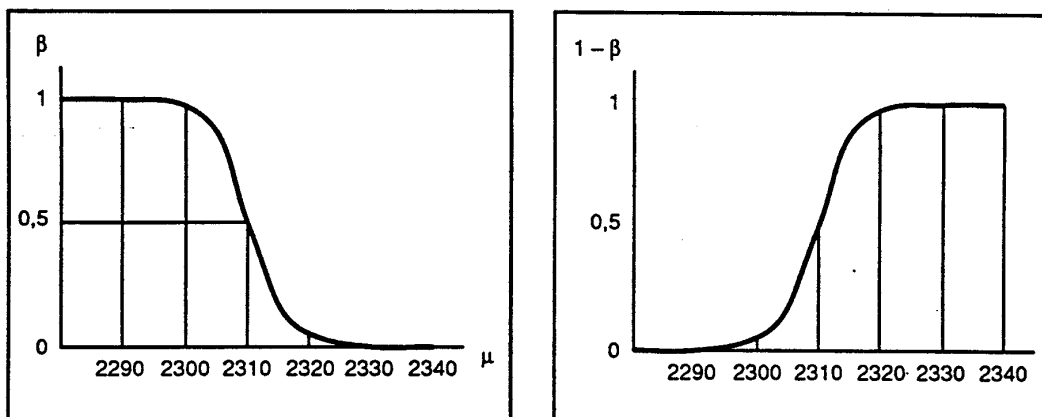
Por ejemplo (ver siguiente figura) si $\mu = 2290$ h., el valor calculado 2311 en unidades tipificadas vale:

$$z = \frac{2.311 - 2.290}{5} = 4,2$$

por lo que β (área a la izda. de $z = 4,2$) vale 1.



De acuerdo con los valores tabulados β y μ la representación de la curva OC se refleja en la gráfica izquierda de la siguiente figura. En esta curva puede observarse que la probabilidad de seguir con el proceso histórico si el nuevo ofrece una vida media inferior a 2.300 h., es prácticamente 1. Después la curva cae a valores de un 3% para una vida media de 2.320 h.



El gráfico $(1 - \beta)$, se denomina curva de potencia de la decisión indicando la aptitud para rechazar hipótesis falsas. En la gráfica derecha de la figura anterior se aprecia esta característica.

Podríamos desarrollar las curvas características operacionales para contrastes a una cola siguiendo el mismo método que para el de dos colas. Estas serían distintas puesto que a pesar de que la probabilidad de error de tipo I es la misma, la probabilidad β del error de tipo II varía dependiendo de que se use un contraste a una o dos colas.

En algunos problemas, tenemos información para poder decir que en caso de ser la media verdadera de la población distintas del valor de la hipótesis, este valor estará con toda seguridad por encima (o por debajo) de él.

Por ejemplo, un nuevo material con supuesta mayor resistencia, tendrá una media igual o mayor que la del material actual. Tal información nos ayudará a seleccionar un contraste a una o dos colas de tal forma que haga β lo más pequeño posible.

Si analizamos las curvas operativas sacaremos las siguientes conclusiones:

- Se utilizará un contraste a dos colas si:
 - No existe información previa de la situación de la verdadera media poblacional.
 - Queremos detectar una media poblacional $< \text{ó} >$ que la establecida en la hipótesis (μ_0).
- Se utilizará un contraste de una sola cola con el riesgo α a la derecha si se sospecha que:
 - En caso de H_0 no ser cierto, la verdadera media $> \mu_0$.
 - Valores de media poblacional $< \mu_0$ son aceptables y sólo queremos detectar si la media poblacional $> \mu_0$.
- Se utilizará un contraste de una sola cola con el riesgo α a la izquierda si se sospecha que:
 - En caso de H_0 no ser cierta, la verdadera media $< \mu_0$.
 - Valores de media poblacional $> \mu_0$ son aceptables y sólo queremos detectar si la media poblacional $< \mu_0$.

Cuando tenemos un contraste a dos colas

• Hipótesis Nula $H_0: \mu_0 = 30.0$

• Hipótesis Alternativa $H_1: \mu_0 \neq 30.0$

y cuando tenemos un contraste a una cola

• Hipótesis Nula $H_0: \mu_0 = 30.0$

• Hipótesis Alternativa $H_1: \mu_0 < 30.0$ α a la izquierda

$H_1: \mu_0 > 30.0$ α a la derecha

9.7.1.6.5. Diferentes tipos de ensayos.

a. Contraste de hipótesis con una población.

El objetivo de los contrastes de hipótesis con una población es comparar los parámetros estadísticos de la población con otros datos y ver si existe evidencia para rechazar la hipótesis H_0 .

Si no se puede ver la evidencia para rechazar H_0 , existen dos opciones:

- obtener más datos y repetir el contraste.
- asumir que H_0 es verdadera.

Los pasos genéricos a seguir para realizar un contraste de hipótesis, son:

1. Enunciar la hipótesis.
2. Elegir el coeficiente de distribución a usar.
3. Definir un coeficiente de significación α .
4. Calcular la zona de aceptación de la prueba que dé como resultado la aceptación de la hipótesis.
5. Con los valores muestrales, calcular el coeficiente de distribución elegido.
6. Comparar este coeficiente con la zona de aceptación con objeto de aceptar o rechazar la hipótesis.

Algunos de los casos más comunes son:

- *Comparación de la media de una población, cuya desviación típica se conoce, con un valor dado.*

Se utiliza en el estudio de procesos estables, en los que se dispone de información histórica sobre la población. El objetivo es determinar si la media del proceso ha cambiado, o no, mediante el análisis de una muestra.

- *Comparación de la media de una población, cuya desviación típica no es conocida, con un valor dado.*

Se utiliza en el estudio de procesos inestables, o de procesos en los que no se dispone de información histórica de la población. El objetivo es determinar si la media del proceso es igual, mayor o menor que un valor establecido, mediante el análisis de una muestra.

- *Comparación de la desviación típica de una población, con un valor dado.*

Se utiliza como medida de la variabilidad de un proceso, independientemente del valor de la media. El objetivo es determinar si la variabilidad de un proceso ha cambiado, o no, mediante el análisis de una muestra.

- Comparación de la proporción de unidades defectuosas en la población, con un valor dado.

Se utiliza en procesos con características a medir de tipo discreto. El objetivo es determinar si el proceso mejora, o no, mediante el análisis de una muestra.

Se revisan, a continuación, algunos ejemplos de los casos más indicados.

- **Comparar la media de la población con un valor dado. Se conoce la desviación típica de la población.**

Hipótesis H_0 : $\mu = \mu_0$ **con σ conocido = σ_0**

El estadístico de ensayo a utilizar:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}$$

y la distribución de z es N(0,1).

♦ **Ejemplo:**

Un suministrador fabrica tubos fluorescentes con una vida media $\mu = 1.500$ h. y $\sigma = 115$ h. Se propone mejorar el proceso para aumentar la vida media y envía una muestra de 100 tubos en los que la vida media resulta de 1.550 h.

¿Ha mejorado significativamente el proceso?

H_0 : $\mu = 1.500$ h. y el proceso no ha mejorado

H_1 : $\mu > 1.500$ h. y el proceso ha mejorado significativamente

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1550 - 1500}{\frac{115}{\sqrt{100}}} = \frac{50}{11,5} = 4,34$$

Como el valor crítico de z_c para un nivel de confianza del 99% y ensayo de una cola es $z = 2,33$ al ser $z = 4,34$ se encuentra en la región crítica, rechazándose la hipótesis nula.

Conclusión.- El fabricante ha mejorado significativamente el proceso.

- **Comparar la media de la población con un valor dado. No se reconoce la desviación típica de la población.**

Hipótesis H_0 : $\mu = \mu_0$ **con σ desconocida.**

El estadístico de ensayo es la variable t de "Student" con $n - 1$ grados de libertad

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_0} \sqrt{n}$$

ya conocida y aplicable a la teoría exacta del muestreo (pequeñas o grandes muestras).
Por otra parte:

$$s_0 = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

♦ **Ejemplo:**

Una máquina produce piezas con un espesor medio de 0,5 mm. Para determinar si la máquina continúa trabajando normalmente, se toma una muestra de N=15 piezas en las que se encuentra un espesor medio de 0,54 mm. con una desviación típica de 0,035. Ensayar la hipótesis de que la máquina funciona correctamente al nivel de significación del 0,01.

$H_0: \mu = 0,5$ h. y la máquina continúa funcionando bien

$H_1: \mu \neq 0,5$ h. y la máquina se ha desajustado.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n-1} = \frac{0,54 - 0,5}{0,035} \sqrt{14} = 4,27$$

Para un ensayo bilateral al nivel de significación del 0,01 se sigue la siguiente regla de decisión:

Se acepta H_0 si t se encuentra dentro del intervalo $-t_{0,995}$ a $t_{0,995}$ que con 14 grados de libertad corresponde a los valores -2,98 a 2,98, rechazándose en caso contrario.

Al ser $4,27 > |2,98|$, t se encuentra en la región crítica, rechazándose la hipótesis nula.

Conclusión: La máquina se ha desajustado.

- **Comparar la proporción de unidades defectuosas de una población con un valor dado.**

Hipótesis: $H_0: p = p_0$ donde p_0 es la proporción defectuosa de la población.

Si P es el estadístico a tratar, sabemos que:

$$\mu_P = p_0 \quad \text{y} \quad \sigma_P = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

y el valor de z es:

$$z = \frac{P - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \quad \text{z se distribuye } N(0,1)$$

$$\text{y si } P = \frac{x}{n}$$

siendo x el número de piezas defectuosas de la muestra, queda:

$$z = \frac{x - np_0}{\sqrt{np_0(1-p)_0}}$$

♦ **Ejemplo:**

Un fabricante de productos electrónicos asegura que su producción está libre de fallos en su 90% en un período de 8 horas. En una muestra de 200 equipos, 160 permanecieron 8 horas sin fallo. ¿Es cierta la propaganda del productor?

Sea p la probabilidad de "equipo libre de fallos". Se debe decidir entre las hipótesis:

H_0 : $p=0,9$ y la propaganda es correcta

H_1 : $p<0,9$ y la propaganda es falsa

Tomando un nivel de significación de 0,01, $z_1=-2,33$ (ensayo de una cola), planteándose la siguiente alternativa:

a. la hipótesis es verdadera si la z encontrada es mayor de z_1

b. la hipótesis es falsa si el valor de z es menor que $-2,33$

Sabemos que:

$$\mu = np = 200 \times 0,9 = 180$$

$$s = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \times 0,9 \times 0,1} = 4,2$$

El valor 160 de equipos buenos, en unidades tipificadas vale:

$$z = \frac{160 - 180}{4,2} = -4,73$$

menor que $-2,33$ luego se deduce, casi con certeza (99% de probabilidades de acertar) que existe una diferencia muy significativa entre lo que anuncia y sus resultados.

Conclusión: La propaganda del fabricante es falsa.

b. Contraste de hipótesis con dos poblaciones.

El objetivo de los contrastes de hipótesis con dos poblaciones es comparar los parámetros estadísticos de ambas poblaciones, mediante el análisis de las muestras, y ver si existe evidencia para rechazar la hipótesis propuesta H_0 .

Si no existe evidencia para rechazar H_0 existen dos opciones:

- obtener más datos y repetir el contraste.

- asumir que H_0 es verdadera.

Los pasos genéricos a seguir para realizar un contraste de hipótesis con dos poblaciones son iguales a los indicados para el contraste de hipótesis con una población.

Algunos de los casos más comunes de contraste de hipótesis con dos poblaciones son:

- *Comparación de las medias de dos poblaciones, cuyas desviaciones típicas son conocidas.*

Se utiliza, en general, para determinar si existen diferencias en las medias de las poblaciones obtenidas de dos procesos independientes y estables, en los que se dispone de información histórica.

- *Comparación de las medias de dos poblaciones, cuyas desviaciones típicas no son conocidas, pero se supone que son iguales.*

Se utiliza, en general, para determinar si existen diferencias en las medias de las poblaciones obtenidas de dos procesos nuevos, en las que no se conocen sus desviaciones típicas, pero se cree que deben ser similares.

- *Comparación de las medias de dos poblaciones, cuyas desviaciones típicas no son conocidas, y no se supone que sean iguales.*

Se utiliza, en general, en casos similares al anterior, cuando no se desea asumir el riesgo de que las desviaciones típicas sean iguales.

- *Comparación de las medias de dos poblaciones, cuyas muestras no son independientes.*

Se utiliza, en general, cuando se desea establecer diferencias en las observaciones realizadas sobre una misma muestra, por dos individuos diferentes.

- *Comparación de las desviaciones típicas de dos poblaciones.*

Se utiliza, en general, para determinar si existen diferencias en la variabilidad de dos procesos diferentes, o en un proceso a lo largo del tiempo.

- *Comparación de las proporciones de una característica determinada, de dos poblaciones.*

Se utiliza, en general, para determinar si un proceso es igual, mejor o peor que otro.

- **Comparar medias, conocida la desviación típica de la población**

Hipótesis H_0 : $\mu_1 = \mu_2$

Sean \bar{x}_1 y \bar{x}_2 las medias muestrales de dos muestras n_1 y n_2 extraídas de poblaciones con medias μ_1 y μ_2 y desviación típica conocida σ .

Como ya sabemos la distribución muestral de la diferencia de medias presenta los siguientes estadísticos:

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sigma \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}$$

La variable tipificada, que sabemos se distribuye como una $N(0,1)$, viene dada por:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}}$$

♦ **Ejemplo:**

El espesor medio de 50 piezas de una producción es de 50 mm., con desviación típica histórica de 1,5 mm. Del mismo tipo de producción se extraen al día siguiente 36 piezas con media 51 mm. ensayar la hipótesis de que la producción de donde proceden ambas muestras han sufrido un cambio.

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ La diferencia de espesores no es significativa.

$H_1: \mu_2 > \mu_1$ Hay diferencia significativa entre los espesores.

Bajo la hipótesis H_0

$$\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = 0 \quad \sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{1,5^2}{50} + \frac{1,5^2}{36}} = 0,327$$

El valor de la variable tipificada z será:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{50 - 51}{0,327} = -3,05$$

Con un ensayo unilateral al nivel 0,01 se rechaza la hipótesis pues el valor $z = -3,05$ es menor que el correspondiente -2,33.

Conclusión: Hay cambio significativo en la producción.

- **Comparar medias. No se conocen las desviaciones típicas pero se suponen iguales.**

Hipótesis $\mu_1 = \mu_2$ **con** $\sigma_1 = \sigma_2$

Sean dos muestras de tamaños n_1 y n_2 con medias \bar{x}_1 y \bar{x}_2 y desviaciones típicas s_1 y s_2 respectivamente. Para ensayar la hipótesis H_0 de que provienen de la misma población se utiliza el valor de t dado por

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \text{siendo} \quad \sigma = \sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

La distribución de "t" sabemos que es una "Student" con $v = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

♦ **Ejemplo:**

En una planta de acabados electrolíticos se desea conocer el efecto de un tratamiento especial del que se espera un mayor espesor del acabado. Para ello se eligieron 26 bandejas, la mitad tratadas con el nuevo procedimiento y la otra mitad con el procedimiento tradicional. En el primer caso se obtuvo un espesor de 5,2 micras con una desviación típica de 0,38. ¿Ha supuesto una mejora el procedimiento nuevo, sobre el tradicional?

Si μ_1 y μ_2 son las medias poblacionales, se planteará el ensayo en los siguientes términos

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ y la diferencia de espesores se debe a causas aleatorias.

$H_1: \mu_2 > \mu_1$ y hay un cambio significativo en el proceso.

Bajo la hipótesis H_0

$$\begin{aligned} t &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} & \sigma &= \sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \\ &= \sqrt{\frac{13 \times 0,39^2 + 13 \times 0,38^2}{13 + 13 - 2}} = 0,4 \\ t &= \frac{5,2 - 5}{0,4 \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{13}}} = \frac{0,2}{0,16} = 1,27 \end{aligned}$$

Con un ensayo unilateral al nivel de significación 0,01, H_0 se acepta al ser $t_{0,99}$ (con 24 grados de libertad) igual a 2,49.

El "t" calculado 1,27 está pues dentro de la región de aceptación.

Conclusión: El nuevo tratamiento no ha supuesto un cambio significativo en el proceso.

• **Comparar proporciones de una característica determinada.**

Hipótesis: $p_1 = p_2$

Sean P_1 y P_2 las proporciones defectuosas de dos muestras de tamaños n_1 y n_2 extraídas de poblaciones con proporciones defectuosas p_1 y p_2 .

En el supuesto de que $p_1=p_2$, la distribución diferencia de las proporciones muestrales presenta los siguientes estadísticos:

$$\mu_{P_1-P_2} = P_1 - P_2 = 0$$

$$\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{p(1-p) \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

donde p desconocido puede estimarse como la media ponderada:

$$P = \frac{n_1 P_1 + n_2 P_2}{n_1 + n_2}$$

La variable tipificada z cuya distribución es $N(0,1)$ vale

$$z = \frac{P_1 - P_2}{\sigma_{P_1-P_2}}$$

♦ **Ejemplo:**

Escogidas dos muestras de 300 y 100 piezas fabricadas por dos máquinas, con el mismo proceso de fabricación, se encuentran 15 y 4 piezas defectuosas respectivamente.

a. ¿es diferente la calidad de fabricación de ambas máquinas?

b. ¿es la máquina B mejor que la A?

H_0 : $p_1=p_2$ y las dos máquinas producen la misma calidad.

H_1 : $p_1 > p_2$ y hay diferencia significativa entre las calidades de ambas máquinas.

$$P_1 = \frac{15}{300} = 0,05 \qquad P_2 = \frac{4}{100} = 0,04$$

La distribución diferencia tendrá los siguientes estadísticos

$$\mu_{P_1-P_2} = 0 \qquad p = \frac{300 \frac{15}{300} + 100 \frac{4}{100}}{300 + 100} = 0,0475$$

$$\sigma_{P_1-P_2} = \sqrt{0,0475 \times 0,9525 \times \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{100} \right)} = 0,0245$$

de donde:

$$z = \frac{0,05 - 0,04}{0,0245} = 0,40$$

En un ensayo unilateral al nivel de significación 0,01, se acepta la hipótesis nula al ser el z calculado inferior a z_c cuyo valor sabemos que es 2,33.

Conclusión: No hay diferencia significativa entre las producciones de ambas máquinas.

• **Comparar desviaciones típicas**

Hipótesis H_0 : $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$

Variación de s_1 y s_2 desconocida σ

Variable aleatoria: F de SNEDECOR con $\begin{Bmatrix} n_1 - 1 \\ n_2 - 1 \end{Bmatrix}$ grados de libertad

$$F = \frac{(n_2 - 1)n_1}{(n_1 - 1)n_2} \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

♦ **Ejemplo:**

De dos formulaciones de PVC (Plástico) se desea saber cual de las dos proporciona una mayor homogeneidad en el alargamiento del plástico una vez extraído. Para lo cual se realiza el siguiente ensayo:

Formulación "A"

- *Nº de ensayos realizados (tamaño de la muestra) $n_1=13$.*
- *Desviación típica de los alargamientos del plástico una vez extraído: $s_1=41,32\%$.*

Formulación "B"

- *Nº de ensayos realizados (tamaño de la muestra) $n_2=11$.*
- *Desviación típica de los alargamientos del plástico una vez extraído: $s_2=27,13\%$.*

¿puede el azar explicar estas diferencias?

Hacemos la "hipótesis nula" de que la homogeneidad del alargamiento obtenida a través de las dos formulaciones es la misma.

Utilizando la fórmula:

$$F = \frac{(n_2 - 1)}{(n_1 - 1)} \times \frac{n_1}{n_2} \times \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

Distribución "F" de Snedecor con $(n_1 - 1)$ grados de libertad para el numerador y $(n_2 - 1)$ grados de libertad para el denominador

Sustituyendo datos, queda:

$$F = \frac{10}{12} \times \frac{13}{11} \times \frac{41,32^2}{27,13^2} = 2,284$$

Mirando en la tabla para la distribución "F" de Snedecor con 12 grados de libertad en el numerador y 10 grados de libertad en el denominador, se obtiene un valor de 2,91 (95%) y de 4,71 (99%).

Conclusión.- A pesar de la aparente diferencia entre las dos desviaciones típicas se obtiene una probabilidad elevada de que dichas diferencias puedan ser debidas al azar, debiéndose aceptar, en principio, la hipótesis inicial.

Por tanto, no tenemos evidencia de que la formulación "B" mejore significativamente la homogeneidad del alargamiento.

NOTA: Debe tenerse en la cuenta que las muestras han sido muy reducidas, pudiendo ser ésta la causa de no encontrar unas diferencias evidentes. Es aconsejable repetir las pruebas aumentando el tamaño de la muestra.

9.7.1.7. Análisis de regresión.

9.7.1.7.1. Introducción.

Definimos un **análisis de regresión** como un conjunto de técnicas que se utilizan para estudiar la relación entre una variable y otra u otras x_1, \dots, x_n , y la predicción o pronóstico entre una variable, conocidos los resultados de otra.

Se denominará y como la variable dependiente y x como la variable independiente.

- Ejemplos:
- Se quiere estudiar la demanda media de cierto artículo (var y) en función del tiempo (var x).
 - Queremos estudiar el crecimiento de una planta en cm. (Var. Y) en relación con la cantidad de agua en riego (var x_1) y la cantidad de fertilizante (var x_n).

Antes de proceder al problema del ajuste, deben dibujarse los puntos representativos de los pares de valores, obteniéndose la denominada nube de puntos. El problema del ajuste consiste en la obtención de una curva que pase cerca de los puntos de la nube, y que se adapte lo mejor posible al conjunto de los mismos, por lo que deberá cumplir determinadas condiciones. Lo primero que deberá hacerse es elegir el tipo de curva que mejor se adapte a los datos disponibles.

La forma de la nube de puntos puede sugerir el ajuste de una recta, de una parábola de 2º grado, de una exponencial, de una hipérbola, etc.

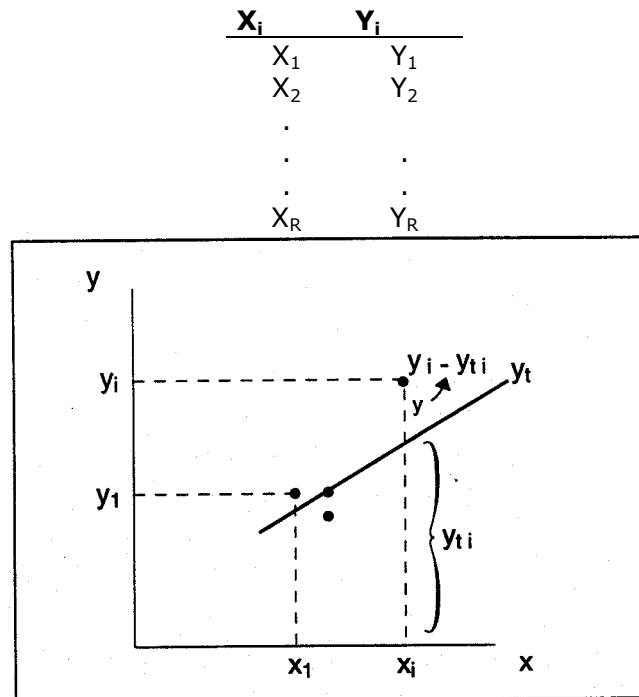
Mediante el ajuste se consigue:

- Llegar a una curva de ecuación conocida.
- Facilitar las descripciones y comparaciones, sustituyendo curvas complicadas e inexpresivas por otras más sencillas.
- Calcular, mediante relaciones de tipo matemático, magnitudes que no pueden calcularse mediante la observación directa, y que constituyen elementos característicos del fenómeno en estudio.
- Permitir las operaciones de interpolar y extrapolar.

Existen diversos métodos de ajuste pero nos limitaremos al método de los mínimos cuadrados.

9.7.1.7.2. Ajuste de una recta por el método de los mínimos cuadrados.

Supongamos conocidas las coordenadas de la nube de puntos, la cual representamos gráficamente en la siguiente figura.



Representación de la recta

La ecuación de la recta es:

$$y_{ti} = a + bx$$

Donde:

y_{ti} = ordenada teórica de la ecuación de la recta

y_i = ordenada observada, dada por la tabla

Para hallar la ordenada teórica de la recta, basta reemplazar x por x_i

$$y_{ti} = a + bx_i$$

Llamaremos desviación entre la ordenada teórica y la observada a la diferencia $y_{ti} - y_i$.

Si $y_{ti} > y_i$ la desviación será positiva

Si $y_{ti} < y_i$ la desviación será negativa

La **condición mínima cuadrática** consiste en encontrar los parámetros a y b de la ecuación de la recta de forma que la suma de los cuadrados de las desviaciones entre las ordenadas teóricas y las observadas sea mínima.

La condición mínimo cuadrática se expresará así:

$$\sum_{i=1}^n (y_{ti} - y_i)^2$$

que sustituyendo y_{ti} quedará:

$$\sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2$$

El cálculo de los parámetros a y b requiere resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que recibe el nombre de ecuaciones normales.

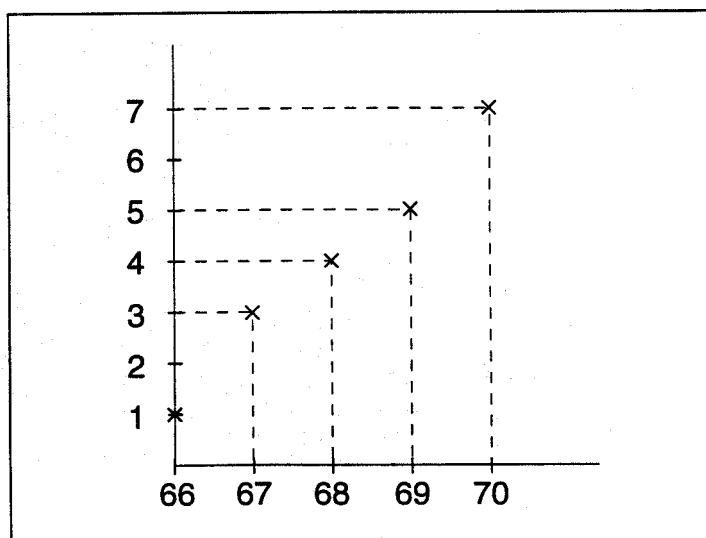
$$na + b \sum x_i = \sum y_i$$

$$a \sum x_i + b \sum x_i^2 = \sum x_i y_i$$

♦ **Ejemplo:**

De la siguiente serie cronológica ajustar una recta por el método de los mínimos cuadrados.

AÑOS	Y_i
1966	1
1967	3
1968	4
1969	5
1970	7



Nube de puntos

Elegimos un sistema de abscisas convencionales, al año 1966 le asignamos la abscisa $x_1=0$, al 1967 será $x_2=1$... para 1968 será $x_3=2$, para 1969 será $x_3=4$ y para 1970 será $x_4=5$.

Se tiene la siguiente tabla con los cálculos necesarios para el ajuste.

Años	y_i	x_i	$x_i y_i$	x_i^2
1966	1	0	0	0
1967	3	1	3	1
1968	4	2	8	4
1969	5	3	15	9
1970	7	4	28	16
	20	10	54	30

El sistema de ecuaciones normales es:

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

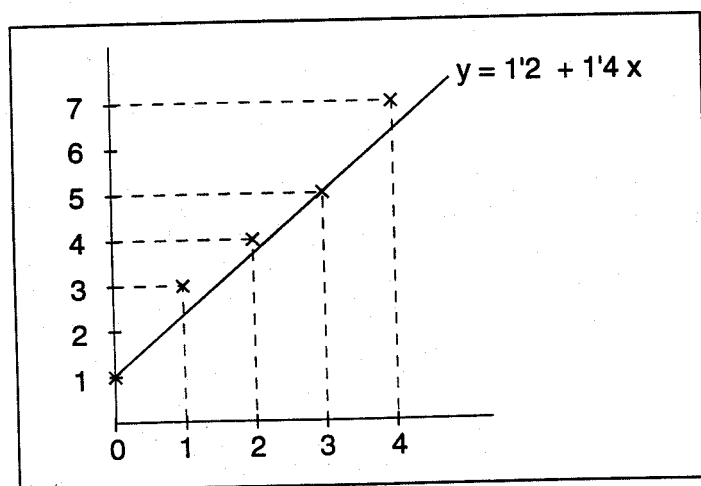
Para $n=5$

$$5a + 10b = 20 \quad b = 1,4$$

$$10a + 20b = 54 \quad a = 1,2$$

La ecuación de la recta queda:

$$y = 1,2 + 1,4 x$$



Ecuación de la recta sobre la nube de puntos

En la siguiente tabla aparecen las coordenadas teóricas, es decir, las ordenadas de la recta ajustada.

x_i	y_i	$y_{it} = 1,2 + 1,4 x_i$	
0	1	$1,2 + 1,4 \cdot 0 =$	1,2
1	3	$1,2 + 1,4 \cdot 1 =$	2,6
2	4	$1,2 + 1,4 \cdot 2 =$	4
3	5	$1,2 + 1,4 \cdot 3 =$	5,1
4	7	$1,2 + 1,4 \cdot 4 =$	6,8
	20		20

9.7.1.7.3. Ajuste por mínimos cuadrados. Método abreviado.

Con objeto de abreviar la resolución del sistema de ecuaciones se traslada el eje de ordenadas, eligiendo un nuevo origen de abscisas O_x . La nueva abscisa se designa por "u" con lo que la ecuación de transformación de abscisas será:

$$u = x - O_x$$

Para la abscisa convencional x_i obtendremos una abscisa en el nuevo sistema de ejes que designaremos por u_i .

$$u_i = x_i - O_x$$

El origen O_x se elige de forma tal que

$$\sum u_i = 0$$

a. Procedimiento abreviado para un número impar de años.

Consideramos una serie cronológica de la que tenemos información de un número impar de años.

Años	y_i	x_i	u_i	u_i^2	u_i^3	u_i^4	u_i^5
1965	2	0	-2	4	-8	16	-32
1966	3	1	-1	1	-1	1	-1
1967	5	2	0	0	0	0	0
1968	6	3	1	1	1	1	1
1969	4	4	2	4	8	16	32
	20		0	10	0	34	0

Hemos elegido un sistema de abscisas convencionales, así:

Al año 1965 le asignamos la abscisa $x_i = 0$

Al año 1966 le asignamos la abscisa $x_i = 1$

Si el origen de trabajo se elige en el año 1967 al que corresponde la abscisa convencional $x_i = 2$, hacemos:

$$O_x = 2$$

con lo que la ecuación de transformación de abscisas es:

$$u = x - O_x = x - 2$$

Para $x_i = 0$ tenemos $u_i = 0 - 2 = -2$

Para $x_i = 1$ tenemos $u_i = 1 - 2 = -1$ etc.

obsérvese que:

$$\sum u_i = 0, \quad \sum u_i^3 = 0 \quad y \quad \sum u_i^5 = 0$$

son siempre cero la suma de todas las potencias impares, pero la suma de las potencias pares es distinta de cero.

La ecuación de la recta en el nuevo sistema de coordenadas será:

$$y = a' + b' x$$

Las ecuaciones del ajuste serán:

$$n a' + b' \sum u_i = \sum y_i$$

$$a' \sum u_i + b' \sum u_i^2 = \sum u_i y_i$$

Al ser $\sum u_i = 0$ las ecuaciones normales se reducen a :

$$n a' = \sum y_i$$

$$b' \sum u_i^2 = \sum u_i y_i$$

que despejando obtenemos:

$$a' = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$b' = \frac{\sum u_i y_i}{\sum u_i^2}$$

Si se quiere volver al antiguo sistema de coordenadas, tendríamos:

$$y = a' + b' (x - O_x)$$

♦ **Ejemplo:**

Ajustar una recta por el método de mínimos cuadrados a la siguiente serie cronológica (utilícese el procedimiento abreviado).

Años	y_i	x_i	u_i	$u_i y_i$	u_i^2
1977	2	0	-2	-4	4
1978	3	1	-1	-3	1
1979	5	2	0	0	0
1980	6	3	1	6	1
1981	4	4	2	8	4
	<hr/> 20			<hr/> 7	<hr/> 10

$$a' = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

$$b' = \frac{\sum u_i y_i}{\sum u_i^2} = \frac{7}{10} = 0,7$$

La ecuación de la recta en el nuevo sistema de coordenadas es:

$$y = 4 + 0,7 u$$

Teniendo en cuenta la ecuación de transformación de abscisas:

$$u = x - 2 \text{ con } O_x = 2$$

La ecuación de la recta en el primitivo sistema de coordenadas es:

$$y = 4 + 0,7 (x-2) = 4 + 0,7 x - 1,4$$

$$y = 2,6 + 0,7x$$

b. Procedimiento abreviado para un número par de años.

Si el número de años fuera par, se elige la siguiente transformación de abscisas:

$$u = 2 (x - O_x)$$

siendo O_x la abscisa promedio de las dos centrales.

♦ **Ejemplo:**

Ajustar una recta a la siguiente serie cronológica:

Años	y_i
1966	1
1967	2
1968	3
1969	4
	10

dispondremos los cálculos de la siguiente forma:

Años	y_i	x_i	u_i	$u_i y_i$
1966	1	0	-3	-3
1967	2	1	-1	-2
1968	4	2	1	4
1969	3	3	3	9
	10		0	8

Elegimos como origen $O_x = \frac{1+2}{2}$ (media aritmética de las dos abscisas centrales) $O_x = 1,5$

Mediante el cambio de variable:

$$u = 2 (x - O_x)$$

Para el valor:

$$x_i = 0 \quad \text{tenemos} \quad u_i = 2 (0 - 1,5) = -3$$

$$x_i = 1 \quad \text{tenemos} \quad u_i = 2 (1 - 1,5) = -1$$

$$\text{Se consigue } \sum u_i = 0$$

Aplicando las formulas ya conocidas tenemos:

$$b' = \frac{\sum u_i y_i}{\sum u_i^2} = \frac{8}{20} = 0,4$$

$$a' = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{10}{4} = 2,5$$

La ecuación de la recta en el nuevo sistema de coordenadas es:

$$y = 2,5 + 0,4 u$$

Volviendo al primitivo sistema de coordenadas teniendo en cuenta que $u = 2 (x - 1,5)$

$$y = 2,5 + 0,4 \cdot 2 (x - 1,5) = 1,9 + 0,8 x$$

9.7.1.7.4. Medida de la precisión del ajuste. Bondad de ajuste.

Cuando se han ajustado varias funciones por el mismo o distintos procedimientos se presenta el problema de decidir cuál de ellos se adapta mejor a los datos observados. Para poder juzgar objetivamente se han ideado diversas medidas estadísticas.

Pero debe advertirse que no hay que dejarse influir demasiado por los resultados que ofrezcan estas medidas, pues algunas adaptaciones que parecen muy buenas tal vez no hayan eliminado las intervenciones casuísticas.

En los ajustes de rectas se suele utilizar como medida de la bondad de ajuste la denominada varianza residual, cuya fórmula es:

$$S_r^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{ub_{ti}})^2$$

Su raíz cuadrada es el error típico del ajuste o precisión del ajuste.

$$S_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ti})^2}{n}}$$

Sabiendo que:

y_i = ordenada observada

y_{ti} = ordenada teórica de la curva de ajuste

Esta medida sirve para en el caso de tener dos rectas de ajuste se extrapolará en aquella que su error típico sea menor.

- Formulas prácticas para calcular la varianza residual para la recta

$$S_r^2 = \frac{\sum y_i^2 - a \sum y_i - b \sum x_i y_i}{n}$$

♦ **Ejemplo:** (continuación del primer ejemplo)

$$S_r^2 = \frac{100 - 1,2 \cdot 20 - 1,4 \cdot 54}{5} = 0,08$$

9.7.1.7.5. Correlación.

La correlación estudia los problemas referentes a la variación conjunta de dos variables, su intensidad y su sentido (positivo o negativo).

a. Coeficiente de correlación de Pearson.

Tenemos:

- La varianza de los y_i explicada por la regresión se representa por S_{yk}^2 y es:

$$S_{yk}^2 = \frac{\sum_1^n (y_{ti} - \bar{y})^2}{n}$$

- La varianza residual, representada por S_r^2 y es:

$$S_r^2 = \frac{\sum_1^n (y_i - y_{ti})^2}{n}$$

- La varianza total, representada por S_Y^2 y es la suma de la varianza residual y la varianza de los y_i

$$S_Y^2 = S_r^2 + S_Y^2 = \sum_1^N (y_I - \bar{y})^2$$

El coeficiente de correlación será:

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_r^2}{S_Y^2}}$$

Para el caso de la ecuación de la recta de regresión se puede utilizar otra fórmula que resume mucho los cálculos, no será necesario calcular los valores estimados y_{ti} .

Por ser

$$S_r^2 = S_y^2 - \frac{S_{x^2y}}{S_{x^2}}$$

el coeficiente de correlación queda:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_Y}$$

donde:

$$S_{xy} = \text{Covarianza de } x \text{ e } y, \quad S_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

$$S_x^2 = \text{Varianza de } x, \quad S_x^2 = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}$$

$$S_y^2 = \text{Varianza de } y, \quad S_y^2 = \frac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n}$$

♦ **Ejemplo:** con los datos del ejemplo inicial.

$$\bar{x} = \frac{10}{5} = 2, \quad \bar{y} = \frac{20}{5} = 4$$

$$S_{xy} = \frac{14}{5}$$

Años	y_i	x_i	y_i^2	x_i^2	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1966	1	0	1	0	6
1967	3	1	9	1	1
1968	4	2	16	4	0
1969	5	3	25	9	1
1970	7	4	49	16	6
	20	10	100	30	14

$$S_x^2 = 30 - 5 \cdot 2^2 = \frac{10}{5}$$

$$S_y^2 = 100 - 5 \cdot 4^2 = \frac{20}{5}$$

$$r = \frac{\frac{14}{5}}{\sqrt{\frac{10}{5}} \sqrt{\frac{20}{5}}} = 0,9899$$

=> Correlación perfecta y directa

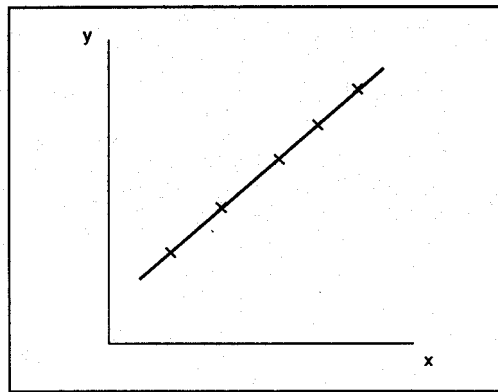
9.7.1.7.6. Interpretación del coeficiente de correlación.**a. Caso 1º. Extremos.**

Cuando $S_r^2 = 0$ todos los puntos están sobre la recta de regresión. Los valores observados coinciden con los teóricos, indica dependencia.

En este caso el coeficiente de correlación de Pearson varía entre $-1 \leq r \leq 1$

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_r^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{0}{S_y^2}} = \sqrt{1} = \pm 1$$

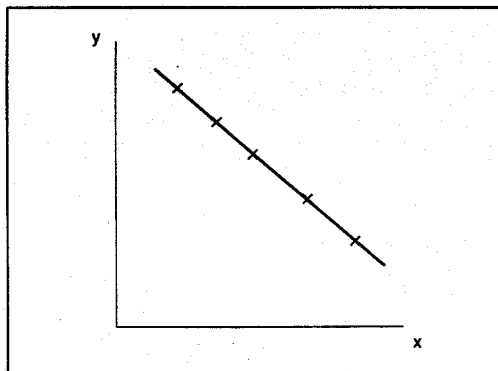
Gráficamente



Coeficiente de correlación $r=1$

Correlación perfecta y directa. A valores crecientes de x , le corresponde valores crecientes de y .

$r = 1$



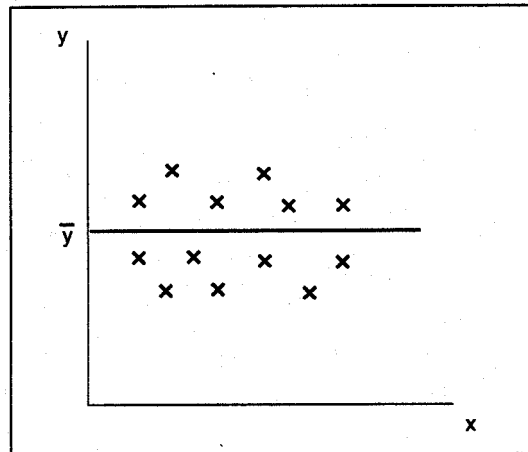
Coeficiente de correlación $r = -1$

Correlación perfecta e inversa. A valores crecientes de x le corresponden valores decrecientes de y .

$$r = -1$$

b. Caso 2º.

Cuando $S_{xy} = 0$ la recta de regresión de y sobre x es $y = \bar{y}$



Coeficiente de correlación $r=0$

A cualquier valor de x corresponde el mismo valor de y , lo que indica falta absoluta de dependencia entre las variables

$$r = \sqrt{1 - \frac{S_r^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - 1} = 0$$

En este caso

$r = 0$ = No existe dependencia.

c. Caso 3º.

Para valores intermedios entre ± 1 .

Cuanto más se acerque a 1 ó -1, mejor será la recta de regresión y mayor la dependencia. El signo nos da el tipo de relación de las variables:

r positiva, existe relación directa.

r negativa, existe relación inversa.

9.7.1.7.7. Coeficiente de determinación R^2 .

Es otra medida de ajuste. Nos da la proporción de variabilidad total explicada de la variable y por la variable x. Mide el grado de dependencia.

$$\text{Se define por: } R^2 = 1 - \frac{S_r^2}{S_y^2}$$

Propiedades

- a) R^2 varia entre $0 \leq R^2 \leq 1$. Cuanto más cercano a 1 mejor será el ajuste.
- b) No se puede aplicar cuando 2 variables no están relacionadas.
- c) Cuando: $R^2=1$ es porque $S_r^2 = 0$; dependencia total. Están todos los puntos de la distribución sobre la función teórica ajustada. Correlación perfecta.

Cuando: $R^2 = 0$ es porque $S_r^2 = S_y^2$; no hay dependencia, variables incorreladas.

♦ **Ejemplo:** datos del primer ejemplo.

$$R^2 = \frac{S_y^2}{S_x^2 S_y^2} \quad \text{por ser regresión lineal.}$$

$$R^2 = \frac{14^2}{10 \cdot 20} = 0,98 \quad \text{esto indica que el 98\% de la variable y viene explicada por la variable x.}$$

9.7.1.7.8. La predicción.

Los objetivos fundamentales de la teoría de regresión son tres:

- 1- Describir la dependencia casual entre las variables.
- 2- Tratar de expresar esta dependencia mediante una función matemática.
- 3- Predecir valores de la variable dependiente en función de valores de la variable independiente.

Para efectuar predicciones basta con utilizar la ecuación de la función teórica ajustada.

Así pues, si suponemos que la dependencia entre las variables es lineal, considerando la ecuación de la recta de regresión de y sobre x .

$$Y_{ti} = a + b x_i$$

para obtener predicciones de los valores de y para valores dados de x no tenemos más que sustituir estos valores de x en la ecuación anterior.

La predicción será más fiable cuanto más pequeños sean los residuos, o sea, cuanto menor sea la varianza residual, y por tato, cuanto más próximo a 1 esté el coeficiente de determinación.

♦ **Ejemplo:** del primer ejemplo

Queremos saber el valor de y para el año 1974. A este año le corresponde el valor $x_i = 5$ y sustituyendo en la ecuación:

$$Y_{ti} = 1,2 + 1,4x_i \quad \Rightarrow \quad y_{ti} = 1,2 + 1,4 \cdot 5 = 8,2 \quad \text{para el año 1974.}$$

9.7.2. Control estadístico de procesos.**9.7.2.1. Introducción.****9.7.2.2. Variación y sus causas.****9.7.2.2.1. Proceso estable y proceso capaz.****9.7.2.3. Gráficos de control.****9.7.2.3.1. Gráficos de control por variables.****10.1.3.1.1. Gráficos de variables \bar{X} , R.****10.1.3.1.2. Gráficos de medidas individuales X.****10.1.3.1.3. Gráficos \bar{x} / R con media móvil.****10.1.3.1.4. Gráficos (\bar{x}, S) .****10.1.3.1.5. Gráficos mediana y recorrido.****9.7.2.3.1.6. Gráficos \bar{X} objetivo, R.****9.7.2.3.2. Gráficos de control por atributos.****9.7.2.3.2.1. Gráficos para unidades defectuosas.****9.7.2.3.2.2. Gráficos para defectos.****9.7.2.4. Capacidad de procesos.****9.7.2.4.1. Definiciones.****9.7.2.4.2. Índices de capacidad.****9.7.2.4.3. Conclusiones sobre los estudios de capacidad.****9.7.2.4.4. Consideraciones sobre la dispersión de los procesos.****9.7.2.5. Precontrol.****9.7.2.5.2. Potencia del sistema.****9.7.2.5.1. Procedimiento de actuación.****9.7.2.6. Ejemplos.**

9.7.2. Control estadístico de procesos.

9.7.2.1. Introducción.

Es sabido que, en los procesos repetitivos, por muy bien regulados que se encuentren, no se obtienen productos iguales. Las diferencias, sean grandes (que se detectan fácilmente) o pequeñas (de más difícil detección), existen siempre.

Los sistemas de control basados en evitar la salida al mercado de productos defectuosos mediante verificación final del producto terminado antes de su venta, aunque logra que no lleguen al usuario dichos productos, no eliminan las diferencias a lo largo del proceso productivo. Esto da lugar a unos costes inherentes al proceso que, en un mercado tan competitivo como el actual, hace inevitables tales productos.

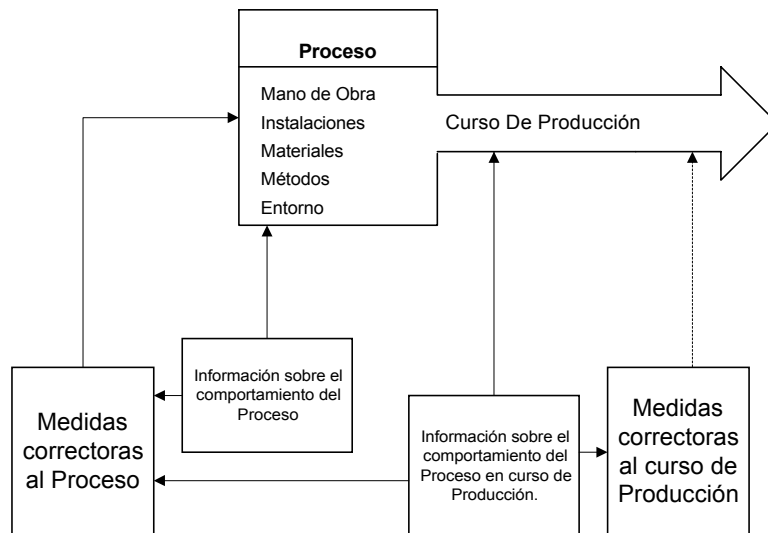
Es necesario, pues estudiar las causas que producen diferencias para poder actuar antes de que se produzcan. Ésta es la misión del **Control Estadístico de Procesos (CEP)**, detectar cualquier posible desajuste susceptible de originar una disminución del nivel de calidad exigido.

El Control Estadístico de Procesos (CEP, en inglés Statistical Process Control, SPC), es un instrumento de gestión que permite, mediante la comparación del funcionamiento del proceso con unos límites previamente establecidos estadísticamente, y la modificación de las condiciones del proceso, si es preciso, establecer y garantizar la consecución de las especificaciones deseadas. Permite conseguir, mantener y mejorar procesos estables y capaces.

Los elementos del CEP, son:

- a. El Proceso.** Es la combinación organizada de los elementos: mano de obra, instalaciones, materia prima, métodos de trabajo y entorno, para elaborar un objeto: producto o servicio.
- b. Información sobre el comportamiento del proceso.** Incluye el estudio de las variaciones de los parámetros mas significativos, que definen las condiciones de operación en el proceso.
- c. Información sobre el comportamiento del proceso en curso de producción.** Se obtiene a través de la medición y estudio de los parámetros más significativos y en tiempo real, en cada una de las operaciones de transformación o elaboración de los productos o servicios.
- d. Medidas correctoras al proceso.** Del análisis e interpretación de las informaciones, en caso de desajuste, surge la necesidad de adoptar medidas correctoras que modifiquen permanentemente el proceso. Son acciones de carácter preventivo de mejora del proceso. En general no son competencia del operario de la línea, sino responsabilidad de la Dirección.
- e. Medidas correctoras al curso de producción.** Cuando se observa que hay variación y el proceso entra en situación inestable, es necesario aportar decisiones de acciones correctoras inmediatas para eliminar las causas y restituir al proceso dentro de condiciones de variabilidad no asignable. Son competencia de los operarios de la línea.

En la siguiente figura se muestra la relación entre dichos componentes.



El CEP es un método sistemático para prevenir/predecir y minimizar las variaciones de los procesos y consiste en examinar su resultado final, controlando muestras de las unidades producidas tomadas a intervalos suficientemente breves, con objeto de asegurar la debida actuación sobre las causas que provocan el desajuste.

Los indicadores de desajuste de un proceso se obtienen a partir de la aplicación de conceptos estadísticos y gráficos, que permiten valorar los cambios en los valores medios y en la dispersión de los parámetros especificados como de consigna u objetivo.

Utilizadas adecuadamente, las técnicas de CEP nos proporcionarán las siguientes **ventajas**:

- Reducción de costes.
- Mejora de calidad y rendimiento.
- Reducción de la actividad de inspección innecesaria.
- Reducción de recuperaciones y chatarra.
- Puesta en evidencia de muchos problemas de diseño.
- Resolución sencilla de difíciles problemas relacionados con especificaciones y requerimientos.
- Aislamiento de las fuentes de variación de los procesos.

En la realidad existen dos aspectos distintos del CEP que por lo general suelen ser confundidos: el control de procesos y la capacidad de procesos.

9.7.2.2. Variación y sus causas.

Se denomina **variación** a las diferencias que resultan del efecto combinado de las influencias, internas y externas, que afectan a los factores (mano de obra, instalaciones, materiales, métodos y entorno) que intervienen en un proceso. El concepto de variación es también aplicable a procesos administrativos, de fabricación o de servicios.

Por ejemplo, las diferencias en el tiempo de tramitación de un pedido variarán según las personas encargadas de realizarlo, los medios disponibles y los sistemas empleados en cada momento. Las diferencias entre piezas moldeadas pueden ser debidas a la máquina, al material, al operario, al entorno o al método seguido.

Las causas que provocan estas variaciones corresponden a dos tipos:

a. Causas comunes.

Su naturaleza es de tipo aleatorio y son debidas a los numerosos motivos de variación fortuita, en general pequeños, que están presentes en cualquier proceso. Como resultado, el proceso tiene un comportamiento estable en el tiempo y las características de salida pueden predecirse.

Las causas comunes se caracterizan por:

- Constar de muchas causas de variación pequeña.
- Aparecer en muchos instantes del proceso.
- Ser estables.
- Ser previsibles.
- Permanecer en el proceso.

Ejemplos de causas comunes son: vibraciones en máquinas, pequeños cambios en la materia prima, holguras y desgaste de herramientas.

Si las causas comunes producen defectos, la solución es realizar cambios en el proceso, que disminuyan el efecto de las mismas. Estos cambios suelen ser competencia de los niveles superiores en la organización.

Nunca debe ajustarse puntualmente el proceso cuando la variación es producida por causas comunes. Así, si un operador trata de ajustar un proceso a partir de las causas comunes de variación, el resultado será un alejamiento cada vez mayor del valor nominal y una inestabilidad del mismo.

b. Causas especiales.

Su naturaleza no es aleatoria. Las causas especiales consisten en unos pocos motivos individuales que aparecen esporádicamente en el proceso, por lo que son imprevisibles y, además, pueden dar lugar a variaciones importantes. Dan como resultado un proceso inestable sobre el que no se puede predecir la homogeneidad de las características de salida.

Las causas especiales de variación, se caracterizan por:

- Constar de una o pocas causas importantes.
- Aparecer esporádicamente en el proceso.
- Ser inestables.
- Ser imprevisibles.
- Poder reaparecer.

Ejemplos de causas especiales son: error del operario, ajuste incorrecto y materia prima defectuosa.

Las causas especiales de variación son detectadas mediante técnicas estadísticas y su eliminación, mediante acciones de tipo local, sobre el elemento que la genera, suele ser responsabilidad del operador o del supervisor.

En cualquier proceso en funcionamiento, su variabilidad es debida a la suma de los efectos de ambas causas, comunes y especiales. **El objetivo principal del estudio de un proceso es poder separar las causas comunes de las especiales, eliminando estas últimas y logra que la variabilidad sea debida sólo a causas comunes.** En estas condiciones diremos que "el proceso está en estado de control".

La variabilidad debida a estas causas (las comunes) es perfectamente cuantificable, bastando con observar el proceso durante un periodo de tiempo tal que garantice que todas las causas comunes han actuado. A partir de este momento su variabilidad es predecible, puesto que a lo largo del tiempo su variabilidad tendrá un máximo y un mínimo que coincidirá con lo observado en el periodo inicial.

Las diferencias entre las causas comunes y las especiales se resumen en la siguiente tabla:

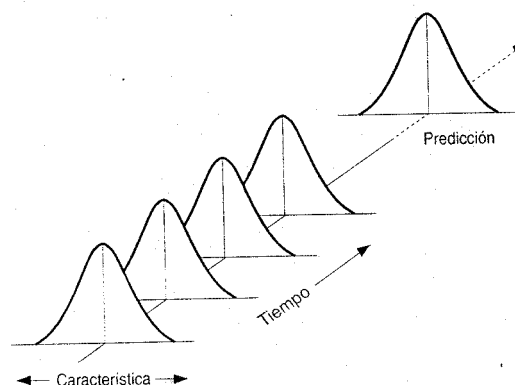
CAUSAS COMUNES	CAUSAS ESPECIALES
<ul style="list-style-type: none">- Muchas causas individuales.- Dan lugar a variaciones pequeñas.- Producen variabilidad constante y predecible.- No es económica su eliminación y de difícil reducción sus efectos.- Cuando sólo hay causas comunes, el funcionamiento es óptimo.- En estas condiciones, el proceso es estable, pudiendo utilizar técnicas de muestreo para hacer predicciones.	<ul style="list-style-type: none">- Una sola causa individual.- Dan lugar a variaciones importantes.- Producen variabilidad no constante e impredecible.- Sus efectos desaparecen al eliminar la causa.- El proceso no funciona de manera óptima cuando actúan.- Cuando actúan no se pueden hacer predicciones del funcionamiento del proceso.

9.7.2.2.1. Proceso estable y proceso capaz.

Las causas de variación y su intensidad hacen que un proceso sea estable o inestable. Y si éste es estable, determinan si es capaz o no capaz.

- **Proceso estable.**

Un *proceso estable* es el que resulta cuando sólo están presentes causas comunes de variación. La mejora de un proceso estable requiere cambios fundamentales en él.



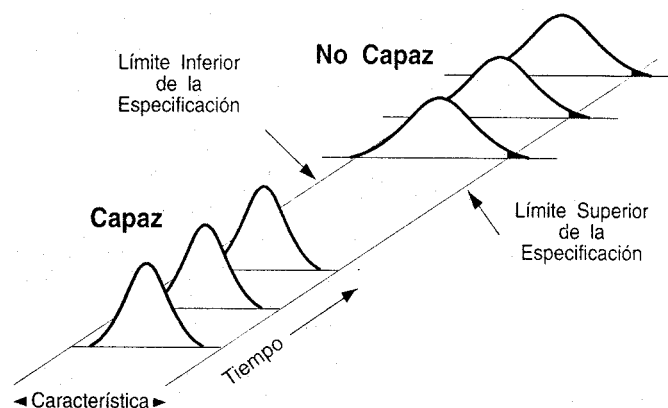
Proceso estable

Un proceso estable es consistente. El resultado del proceso no varía en el tiempo: la media no se desvía y la dispersión no varía significativamente. En un proceso estable se pueden predecir sus resultados.

Dentro de los procesos estables podemos hacer otra clasificación: proceso capaz o no capaz.

- **Proceso capaz y no capaz**

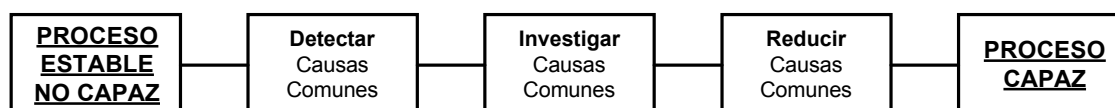
Decimos que el proceso es capaz respecto a una especificación de consigna determinada, si la distribución estadística de las medidas está dentro de los límites de la especificación.



Proceso capaz y proceso no capaz

Para que un proceso sea capaz primeramente debe ser estable. Un proceso capaz genera, consecuentemente, productos que cumplen con las especificaciones.

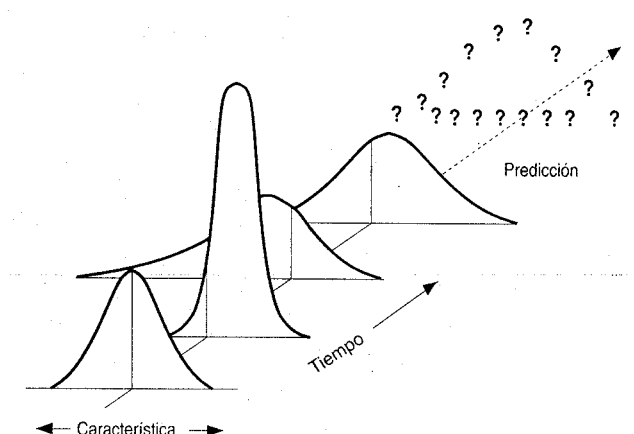
La secuencia genérica para conseguir un proceso capaz es la siguiente:



Una vez estabilizado el proceso y eliminadas las causas de variación, se debe realizar el estudio de capacidad y la reducción, si es preciso, de las causas no asignables de variación, para conseguir que el proceso sea capaz.

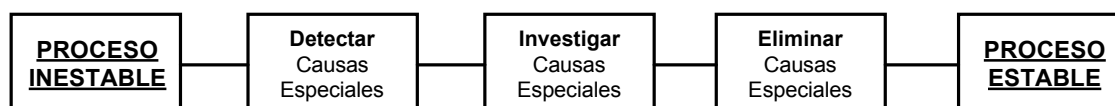
- **Proceso inestable.**

Un **proceso inestable** es aquél que presenta causas especiales de variación.



Proceso inestable

Se observan cambios en la media y en la dispersión de las observaciones. La mejora de un proceso inestable requiere la aplicación del control estadístico de proceso y seguir la secuencia genérica siguiente:



9.7.2.3. Gráficos de control.

Si representamos en el tiempo el resultado estadístico (media, dispersión) de las observaciones de un determinado parámetro que especifica un proceso y lo comparamos con unos límites de tolerancia previamente calculados en el entorno del valor de consigna especificado y que reflejen la capacidad del proceso, obtendremos un **gráfico de control**.

El fundamento estadístico para el cálculo de estos límites se basa en que cuando un proceso está bajo control (y por tanto la variabilidad está motivada tan sólo por causas comunes), las medidas observadas tienden a ajustarse a la **distribución normal**.

En consecuencia se admite en Control de Calidad que el entorno de variación alrededor del valor de consigna es: $(\bar{x} + 3\sigma, \bar{x} - 3\sigma)$ o intervalo de tolerancias naturales, que corresponde a una probabilidad del 0,9974 (99,74%) que las medidas que obtenga el proceso estén dentro de este entorno y del 0,0026 (0,26%) fuera de él. Estos límites se denominan también **límites de variación natural del proceso** y a la amplitud entre estos límites, **capacidad del proceso** (6σ). En algunos casos se incluyen en los gráficos de control los **límites de aviso**, cuyo intervalo es mas restrictivo.

Los problemas de calidad aparecen, normalmente, cuando un proceso se desvía de su trayectoria habitual. En este sentido el gráfico de control permite, por el conocimiento de los límites de control, saber cuando un proceso empieza a alterarse ofreciendo la posibilidad de corregirlo antes de que empiecen a producirse piezas defectuosas.

- **Requisitos del gráfico de control**

Los requisitos necesarios para la construcción de un Gráfico de Control son los siguientes:

- Definir el proceso y sus condiciones de funcionamiento de manera que estén claras las especificaciones del producto y de los elementos que le afectan, y además, los parámetros del mismo se hayan ajustado para obtener la misma variabilidad.
- Seleccionar una o varias características de calidad que van a ser controladas.
- Anotar los datos tomados de las sucesivas muestras de producto, conforme vaya realizándose la producción.
- Determinar los límites de control a partir de los datos.
- Dibujar los límites en el gráfico apropiado.
- Comenzar a dibujar en el gráfico los puntos representativos de las muestras de la producción siguientes, a las utilizadas para la determinación de los límites de control.
- Tomar las acciones correctoras adecuadas cuando los puntos representativos de las muestras caigan fuera de los límites de control.

- **Tipos de gráficos de control**

De forma general existen, en un proceso industrial, dos tipos de seguimiento de los procesos a los que corresponden sendos tipos de gráficos:

- **Gráficos de control de dimensiones o variables** (conocidos como gráficos \bar{X}/R y \bar{X}/S).
- **Gráficos de atributos**, en los que no se controlan las medidas sino la fracción o porcentaje defectuoso producido.

9.7.2.3.1. Gráficos de control por variables.

Este tipo de gráficos es utilizado cuando las características que pretendemos controlar son medibles y el instrumento de control utilizado permite establecer su valor.

La validez de este tipo de gráficos y por lo tanto de las estimaciones realizadas y las consecuencias extraídas a partir de ellos, consiste en suponer que la distribución de frecuencias que sigue la población constituida por los elementos producidos por el proceso es una **Distribución Normal** $N(\mu, \sigma)$.

En la práctica el método de control consistirá en la obtención a lo largo del proceso (en función del tiempo), de información acerca del producto que nos permita estimar los parámetros que definen la distribución:

- La **tendencia central** del proceso, μ .
- La **dispersión** del proceso, σ .

Una vez conocidos estos parámetros y puesto que la distribución la suponemos normal, podremos calcular a priori entre que valores oscilará la producción.

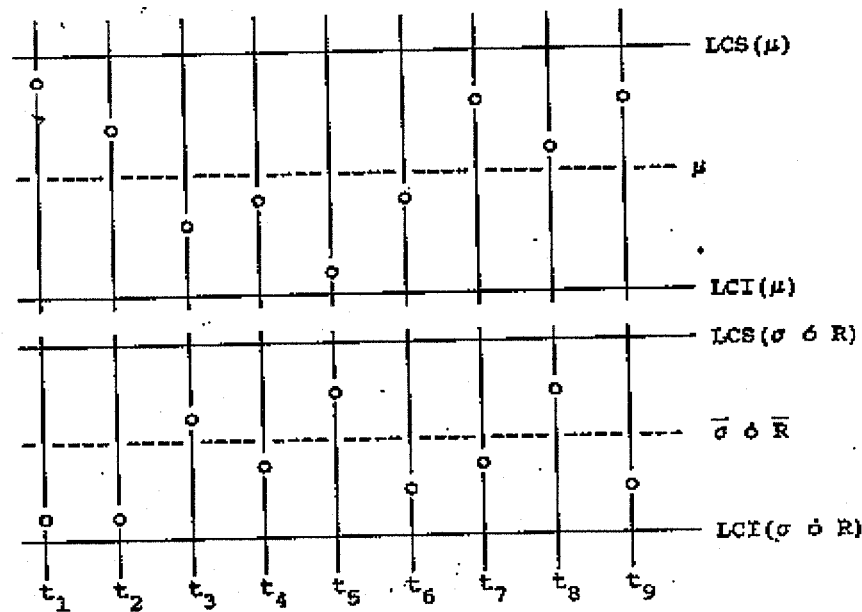
A continuación, el trabajo es simple: comparar lo fabricado en ciertos intervalos con los valores citados anteriormente.

Desde el punto de vista de la eficacia, la experiencia dice que el mayor aprovechamiento de la información se logra mediante la utilización conjunta de dos gráficos:

- Gráfico de tendencia central del proceso.
- Gráfico de variabilidad del proceso.

Estos dos gráficos se irán formando simultáneamente con los datos extraídos de la producción. En la siguiente figura se muestran estos dos tipos de gráficos, comparando cada

muestra con los valores centrales y los límites superiores e inferior de la tendencia central y de la dispersión.



Ahora bien, sabemos que la tendencia central y la variabilidad de una población pueden venir expresadas por distintas medidas: media, moda, mediana, desviación típica, varianza, recorrido, etc. Por lo tanto, los dos gráficos antes mencionados podrían construirse a partir de estas medidas.

Además, si al conjunto de los dos gráficos le damos una entidad única tenemos que gráficos (tendencia central, variabilidad) habrá tantos como posibles combinaciones de estas medidas.

No obstante, los más utilizados son los gráficos de **medias** y **recorridos** (\bar{X} / R).

9.7.2.3.1.1. Gráficos de variables \bar{X} , R.

En los gráficos \bar{X} / R la comparación de las características a medir se hace con el valor medio de una muestra de pequeño tamaño, estimando la variabilidad de este parámetro mediante los recorridos de las muestras.

La ventaja de utilizar la media de una característica en lugar de un valor individual es que los valores medios son mucho más sensibles ante variaciones del proceso que los valores individuales.

Consideremos un proceso en el que σ para los valores individuales de las piezas vale 5 mm., siendo la media del proceso 100 mm. La dispersión $\pm 3 \sigma$ que como sabemos agrupa más del 99% de los valores individuales oscila entre 85 mm. y 115 mm. Si en el proceso se presenta una anomalía que lleve la medida de 100 a 105 mm., moverá los límites hasta los valores 90 y 120 mm. Sin embargo la probabilidad de que un valor individual caiga fuera de los límites primitivos, se demuestra estadísticamente que es aproximadamente de 2%.

a. Construcción del gráfico

El gráfico está dividido en dos **partes**:

- La superior o gráfico \bar{X} en el que se representan los valores medios de la muestras extraídas (medidas de tendencia).
- La inferior o gráfico R en el que se representan los recorridos de las diferentes muestras, entendiendo, como ya es sabido, el recorrido como diferencia entre los valores máximo y mínimo de una muestra.

Los **pasos** para elaborar el gráfico son los siguientes:

1. Definir el tamaño de las muestras

El tamaño de la muestra o subgrupo debe ser constante. Las muestras de pequeño tamaño aumentan la sensibilidad del proceso de detección de anomalías, aumentando esta sensibilidad con el tamaño de la muestra. Sin embargo muestras excesivamente grandes darían lugar a dos problemas:

- Dejaría de ser válida la estimación de la variabilidad de la población (σ) partiendo del recorrido R de la muestra.
- Se encarecería el procedimiento.

Por los motivos anteriores se escoge un tamaño de muestra que esté comprendido entre 4 y 5 unidades producidas consecutivamente en un solo flujo de proceso (una sola herramienta, cabezal, troquel, etc), para que la variación dentro de cada muestra represente fundamentalmente causas comunes.

2. Definir la frecuencia del muestreo.

Las muestras deben cogerse con unos intervalos entre ellas que nos garanticen que éstas van a ser representativas de la población que pretendemos estudiar.

Por una parte, intervalos muy cortos en donde no ha habido oportunidad de cambios sobre el proceso, aparte de encarecer el proceso, no nos garantizan una mayor información sobre el mismo. Si por el contrario con una idea de economía, el intervalo entre tomas de muestras es muy dilatado, lo más probable es que nos pasen desapercibidas las causas especiales que están actuando sobre él.

Como cada proceso bajo estudio tiene unas características completamente diferentes de los demás, no existen reglas fijas referentes al intervalo de toma de muestra (cada 6 horas, dos veces por turno, para cada lote de fabricación, etc.).

Para establecer el intervalo de toma de muestra idóneo, debemos pues estudiar cada proceso, o tener en cuenta la experiencia adquirida en procesos similares. Los puntos básicos a tener en cuenta son:

- No establecer tomas de muestra en periodos que la experiencia nos garantice continuidad en el proceso.
- Establecer tomas de muestra siempre que exista posibilidad de cambio en el proceso, como por ejemplo:
 - Cambio de turnos.

- Relevo de operarios.
- Cambio de la materia prima.
- Cambio de herramienta.
- Parada y arranque de la maquina, etc.

No obstante, durante el estudio inicial del proceso la toma de muestras se debe hacer a intervalos más cortos que durante la fase de mantenimiento en control del mismo, para poder detectar cualquier posible inestabilidad.

3. Establecer el número de muestras a tomar

Desde el punto de vista estadístico 25 o más muestras que dan un número total de 100 o más unidades inspeccionadas, son suficientes para tener evidencia de la estabilidad del proceso y, si éste es estable, la tendencia central y la dispersión.

4. Registro de datos

En el impreso "Gráfico de control del proceso \bar{X}/R " se registran los siguientes datos:

- a) Identificación de la pieza.
 - Referencia.
 - Denominación.
- b) Identificación del proceso.
 - Operación.
 - Característica.
- c) Identificación de la muestra.
 - Tamaño.
 - Frecuencia.
 - Fecha.
 - Turno.
 - Hora.

5. Cálculo de la media (\bar{X}) y del recorrido (R) de cada muestra

Los parámetros estadísticos a registrar son la media y el recorrido de cada muestra. Los cálculos a realizar son:

$$\text{Media: } \bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \qquad \text{Recorrido: } R = X_{\max} - X_{\min}$$

donde X_1, X_2, \dots, X_n son los valores individuales dentro de cada muestra, n el tamaño de la muestra y X_{\max}, X_{\min} los valores individuales máximo y mínimo dentro de cada muestra.

La media total $(\bar{\bar{X}})$ y el recorrido medio (\bar{R}) se calculan mediante:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k} \qquad \bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

donde $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_k$ son las medias muestrales de los diferentes subgrupos; R_1, R_2, \dots, R_k son los recorridos de cada subgrupo y k es el número de muestras o subgrupos tomados.

6. Selección de las escalas de los gráficos.

Las escalas verticales de los dos gráficos tanto el de medias como el de recorridos no se encuentran pre-impresos y es necesario determinarlas para cada característica a controlar.

a. Gráfico (\bar{X}) .

La amplitud de la escala (Valor máximo - Valor mínimo) debe ser al menos dos veces la diferencia entre las medias máximas y mínima de la muestra.

El centro de la escala (para tolerancias bilaterales) se tomará en principio en el valor nominal de la característica a controlar (valor central del campo de tolerancias especificado).

b. Gráfico (R) .

La escala irá desde el valor mínimo 0 a un valor máximo igual o mayor al doble del recorrido máximo que se haya encontrado durante el periodo de puesta a punto.

Es recomendable que la escala del gráfico de recorridos sea doble que la correspondiente al gráfico de medias (p.e. si una división del gráfico de medias es 0,2 mm., en el de recorridos deberá ser de 0,4 mm.).

7. Marcado de los valores de las Medias (\bar{X}) y de los recorridos (R) en el gráfico de control.

Se marcan los puntos correspondientes a las medias y recorridos calculados para cada muestra. Se trazan líneas que unan dichos puntos para ayudar a visualizar el proceso.

8. Cálculo de los límites de control

El proceso básico para situar los límites de control en los gráficos de variables es similar al cálculo de los límites de $\pm 3 \sigma$ en las distribuciones de frecuencia.

La única diferencia estriba en que los límites de control para los gráficos de variables se establecen para medidas de tendencia central y dispersión con muestras de tamaño relativamente pequeño.

En este sentido hemos de distinguir tres tipos de límites bien diferenciados:

- **Límites de especificación.** Establecen la variación aceptable para las piezas individuales producidas. Estos límites son establecidos por el servicio de Ingeniería para cada característica importante o crítica de cada pieza. También se

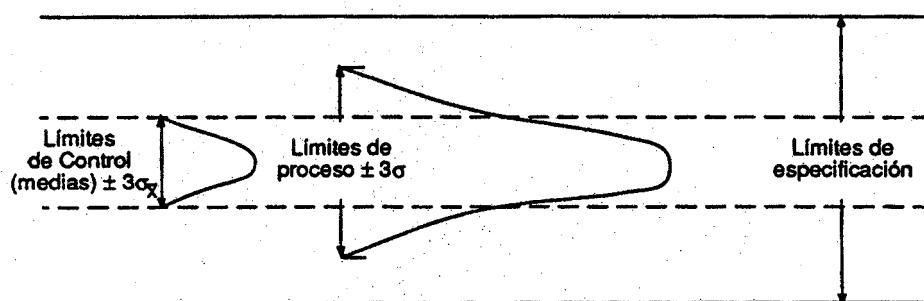
conocen como límites de tolerancia (superior o inferior) de la característica a considerar.

- **Límites del proceso.** Se derivan directamente de la fabricación producida y su valor es como se sabe $\pm 3 \sigma$ alrededor de la tendencia central del proceso. La comparación de estos límites con los de especificación ponen de manifiesto si el proceso es capaz o no de conseguir tolerancias. Si los límites del proceso entran dentro de los de especificación o tolerancias, el proceso es capaz no siéndolo en caso contrario. En el capítulo siguiente se desarrollará ampliamente el concepto y forma de calcular la capacidad de una máquina y de un proceso.
- **Límites de control del gráfico de variables (naturales).** Estos límites corresponden a los valores $\pm 3 \sigma_{\bar{x}}$ (3 x error típico) colocados a un lado y otro de la tendencia central o valor medio total de las distintas medias muestrales. Es decir, si se extraen sucesivas muestras de tamaño n consecutivamente de una producción, cada una de ellas tendrá una media \bar{x}_i . Si extraemos k muestras, la tendencia central vendrá dada por:

$$\bar{\bar{x}} (\text{x doble barra}) = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

Pues bien, si a un lado y otro de este valor $\bar{\bar{x}}$ colocamos la cantidad $3 \sigma_{\bar{x}}$ obtendremos los límites de control del gráfico de variables, siendo, como ya es conocido, σ la desviación típica de los valores individuales de la producción.

La figura muestra la relación entre los diferentes tipos de límites.



Así, el límite superior de control de las medias será:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{x}}$$

y como la desviación típica de las medias está relacionada con la desviación típica de los valores individuales (σ) del colectivo, mediante la fórmula:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se tiene que:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

A su vez, la relación entre la desviación típica y el recorrido medio es:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

donde d_2 es una constante tabulada, se obtiene:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{\sqrt{n}d_2} \bar{R}$$

Para facilitar el cálculo, y teniendo en cuenta que el factor que multiplica a \bar{R} es una constante, se le expresa como A_2 y su valor está tabulado para cada valor de n .

De forma análoga se obtienen los diferentes límites de control, tanto para la media como para el recorrido, resultando:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} & LIC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \\ LSC_R &= D_4 \bar{R} & LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned}$$

Los valores de D_2 , A_2 , D_3 y D_4 se recogen en la tabla 1 para valores de tamaño de muestra entre dos y diez.

9. Trazado de las líneas medias y de los límites de control en los gráficos

Se traza la media del proceso ($\bar{\bar{X}}$) y el recorrido medio (\bar{R}) como líneas horizontales con trazo discontinuo, y los límites de control LCS (X), LCI (X) y LCS (R) como líneas horizontales continuas.

Constantes estadísticas

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A₂	1,880	1,023	0,729	0,577	0,483	0,419	0,373	0,337	0,308
Ā₂	1,880	1,187	0,976	0,691	0,548	0,508	0,433	0,412	0,362
A₃	2,659	1,954	1,628	1,425	1,287	1,182	1,099	1,032	0,975
E₂	2,660	1,772	1,457	1,290	1,184	1,109	1,054	1,010	0,975
D₃	-	-	-	-	-	0,076	0,136	0,184	0,223
D₄	3,267	2,574	2,285	2,114	2,004	1,924	1,864	1,816	1,777
B₃	-	-	-	-	0,030	0,118	0,185	0,239	0,284
B₄	3,267	2,568	2,266	2,089	1,970	1,882	1,815	1,761	1,716
d₂	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078
C₄	0,797 9	0,886 2	0,921 3	0,940 0	0,951 5	0,959 4	0,965 0	0,969 3	0,972 7
K₁	3,257	2,046	1,630	1,413	1,278	1,185	1,119	-	-

b. Interpretación del gráfico y actuación sobre el proceso

El objetivo de la interpretación de los gráficos de control es determinar cualquier evidencia de que la tendencia central, (media del proceso) o la variabilidad (recorrido medio) del proceso o ambas simultáneamente no se mantienen a un nivel constante, por la actuación sobre el proceso de causas especiales.

En toda la exposición que sigue, se supone que no ha habido errores en los cálculos o trazado de líneas y que los sistemas y criterios de medición no han sufrido cambios.

1. Gráficos de recorridos.*a. Puntos fuera de los límites de control.*

Son señal de que la variabilidad del proceso ha aumentado. Es necesario detectar la causa especial que lo ha provocado y definir la acción correctora.

b. Tramos dentro de los límites de control.

- Siete puntos consecutivos a un mismo lado de la media por encima o por debajo. (Rachas).
- Siete puntos consecutivos en una línea constante creciente o decreciente. (Tendencias).

Si el tramo es **creciente** o por encima de la media es señal de que, aunque el proceso no está fuera de control estadístico, están actuando causas que hacen aumentar la variabilidad por lo que es necesario detectarlas y definir la acción correctora.

Si el tramo es **decreciente** o está por debajo de la media, es señal de que están actuando causas que hacen disminuir la variabilidad. Dado que esto nos interesa puesto que es una mejora del proceso, es necesario detectar estas causas e intentar repetirlas como parte normal del proceso.

2. Gráfico de medias.

a. Puntos fuera de los límites de control.

Son señal de que la tendencia central del proceso ha sufrido cambios. Es necesario detectar las causas que lo han producido y definir la acción correctora.

b. Tramos dentro de los límites de control.

- Siete puntos consecutivos a un mismo lado de la media del proceso por encima o por debajo.
- Siete puntos consecutivos en una línea constante creciente o decreciente.

Ambas situaciones son indicio de que aún no estando el proceso fuera de control, están actuando causas que modifican su estabilidad, por lo que es necesario identificarlas y corregirlas.

c. Nuevo cálculo de los límites de control

En el caso de que existan puntos fuera de los límites de control tanto en el gráfico de medias como en el de recorridos, para el siguiente periodo de toma de muestra es necesario volver a calcular los límites de control.

Para ello se prescinde de los datos correspondientes a los puntos que estaban fuera de los límites, calculando los nuevos valores de la media del proceso y del recorrido medio con los restantes datos. Con estos valores se calculan los nuevos límites de control.

Esta secuencia de identificación/corrección/nuevo cálculo se repite hasta que todos los puntos restantes quedan dentro de los límites de control.

d. Control continuo del proceso

Una vez finalizado el periodo de toma de muestras (25 muestras por lo general), se vuelven a calcular los límites de control. Estos nuevos límites de control serán los utilizados para el siguiente periodo de tomas de muestra.

Planta:		Depto:		Operación:		Especificación:		Nº de pieza:	
Máquina Nº:		Fecha:		Variable:		Tamaño/Frecuencia:		Denominación:	

<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> $\bar{X} =$ </div> <div> $LSC = \bar{X} + A_2 \bar{R} =$ </div> <div> $LIC = \bar{X} - A_2 \bar{R} =$ </div> </div>									
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> $LSC_R =$ </div> <div> $LIC = D_3 \bar{R} =$ </div> <div> $\bar{R} =$ </div> </div>									

MEDIAS									
Empty grid for MEDIAS									
RECORRIDOS									
Empty grid for RECORRIDOS									

Fecha:									
Hora									
1									
2									
3									
4									
5									
Suma									
Media									
P									

MEDIDAS A TOMAR				
Causas Especiales				
Existencia de algún punto fuera de los límites de control.				
Tramo de 7 puntos, por encima o por debajo de la línea central.				
Tramo de 7 intervalos hacia arriba o hacia abajo.				
Otros patrones no aleatorios.				
ACCIONES				

n	A ₂	D ₃	D ₄
2	1.88	-	3.27
3	1.02	-	2.57
4	0.73	-	2.28
5	0.58	-	2.11
6	0.48	-	2.00
7	0.42	0.80	1.92
8	0.37	0.14	1.86
9	0.34	0.18	1.82
10	0.31	0.22	1.78

9.7.2.3.1.2. Gráficos de medidas individuales X

Este gráfico es útil cuando, por el tipo de proceso, sólo puede obtenerse una medida por lote o partida. Esto ocurre cuando el tipo de medición es muy costoso (ensayos destructivos) y en procesos químicos donde el tiempo de análisis es muy alto y la variación, en un intervalo corto de tiempo, es muy pequeña.

La ventaja radica en que los valores del gráfico pueden ser comparados directamente con los de la especificación.

Los inconvenientes son entre otros:

- Menor sensibilidad a los cambios del proceso.
- La interpretación se complica cuando la distribución no es simétrica.
- Los recorridos móviles deben ser interpretados con cuidado, ya que dos recorridos móviles sucesivos nunca son independientes al tener una medición en común.

Para la construcción de un gráfico de control de valores individuales se siguen los mismos pasos que para los gráficos \bar{X} / R , excepto que:

- Se registran las medidas individuales en vez de las medidas muestrales.
- Se calcula el recorrido móvil entre medidas individuales. La primera lectura no tiene recorrido. En la segunda lectura, el recorrido móvil se calcula como diferencia entre la primera y segunda lectura. En la tercera lectura el recorrido móvil se calcula como la diferencia entre la segunda y tercera lectura y así sucesivamente.

El número de recorridos móviles será por tanto uno menos que el número de lecturas individuales.

- Se calcula y se marca la media del proceso y la media de los recorridos móviles.
- Se calculan los límites de control.

$$LSC_x = \bar{\bar{X}} + E_2 \bar{R}$$

$$LIC_x = \bar{\bar{X}} - E_2 \bar{R}$$

$$LSC_R = D_4 \bar{R}$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R}$$

donde $\bar{\bar{X}}$ es la medida de los valores individuales y \bar{R} es la media de los recorridos móviles; E_2, D_3 y D_4 son constantes cuyo valor varía según el agrupamiento realizado para el cálculo de los recorridos móviles, ya que si normalmente se calcula con grupos de dos lecturas, también se puede calcular con agrupamientos mayores.

Los valores de las constantes están indicados en la tabla 1.

Tanto la interpretación de los gráficos, como el mantenimiento y mejora del proceso, siguen lo expresado para los gráficos \bar{X} / R .

9.7.2.3.1.3. Gráficos \bar{X} / R con media móvil.

Estos gráficos se utilizan en aquellos casos en que tengamos procesos que utilicen elementos en los que se admite un cierto deterioro/desgaste/consumo/etc, y por lo tanto deben ser cambiados.

El gráfico de control se utiliza no sólo para identificar la actuación de causas especiales sobre el proceso sino también para determinar cuando deben introducirse los cambios de los antes mencionados elementos.

Por ejemplo, si estamos controlando las actuaciones de un baño electrolítico mediante medición y seguimiento de la concentración del producto que contiene el elemento que se está depositando, esta concentración va disminuyendo con el tiempo, con lo que cualquier representación gráfica de la concentración dará lugar a una pauta de puntos consecutivos descendentes que de acuerdo con lo que sabemos son índice de causas especiales; o en el supuesto de una operación de punzonado, el punzón se irá desgastando con lo que cualquier representación gráfica de la profundidad del punzonado tendrá también una pauta de puntos consecutivos descendentes.

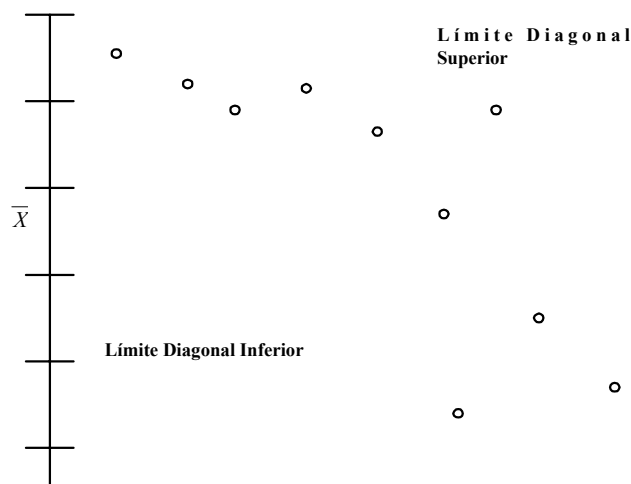
Los pasos para la construcción de un gráfico de control \bar{X} / R con media móvil son similares a los seguidos para los gráficos \bar{X} / R , con las siguientes diferencias:

- Los gráficos se recogen durante un ciclo completo, entendiendo como tal el periodo entre cambio de herramienta.
- Se separan aquellos que son representativos de la actuación de las causas especiales aparte de la tendencia creciente o decreciente esperada.

Para ello entre todos los puntos marcados en el gráfico de medias, se traza la "**línea de tendencia**". Se considera como línea de tendencia a la línea de mejor ajuste entre todos los puntos, haciéndose de un modo gráfico sin necesidad de otros cálculos materiales.

A continuación se trazan los límites diagonales como dos líneas paralelas a la línea de tendencia a una distancia en vertical de la misma "d" por encima y por debajo.

$$d = A_2 \bar{R}$$



Mediante la aplicación de criterios expuestos en el apartado de la Interpretación del gráfico y actuación sobre el proceso (puntos fuera de los límites diagonales, puntos consecutivos crecientes, decrecientes, etc.) se identifican las causas especiales que están actuando, definiendo la acción para eliminarlas.

A continuación se definen lo que se denominan los **límites de cambio del proceso**, que indicarán cuando se debe llevar a cabo el cambio.

Para ello se siguen los siguientes pasos:

1. Cálculo del "Movimiento de la media".

Para ello y después de asegurarnos que el proceso ha estado funcionando durante un número de ciclos de cambio de herramienta en condiciones normales de trabajo (sin puntos fuera de los límites diagonales ni ningún tipo de pauta que indique anomalía en el proceso), se calcula para cada uno de estos ciclos el movimiento de la media (M.M.) como:

$$MM = \bar{X} \text{ máximo observado} - \bar{X} \text{ mínimo observado}$$

Cálculo del movimiento promedio de la media (MPM).

Se denomina movimiento promedio de la media (MPM) al valor medio de los Movimientos de la Media en los distintos ciclos (en el caso de n ciclos).

$$MPM = (1/n)(MM \text{ 1º ciclo}) + [(MM \text{ 2º ciclo}) + \dots + (MM \text{ nº ciclo})]$$

3. Cálculo de los límites de cambio del proceso

- Para la media \bar{X} :

$$LSCP = \bar{\bar{X}} + (1/2) MPM + A_2 \bar{R}$$

$$LICP = \bar{\bar{X}} - (1/2) MPM - A_2 \bar{R}$$

Siendo $\bar{\bar{X}}$ y \bar{R} los mismos conceptos que en un gráfico \bar{X} / R .

- Para el recorrido R:

Igual que los de un gráfico (\bar{X} / R) convencional.

4. Una vez que el proceso está en marcha, su mantenimiento y mejora se lleva a cabo como sigue:

- Gráfico de medias.
 - a. Cuando el punto rebasa los límites de cambio del proceso, es necesario cambiar la herramienta, añadir producto al baño electrolítico, etc.
 - b. Basándose en los límites diagonales, se analizará el gráfico buscando causas especiales que pudiesen estar actuando sobre el proceso.
 - c. Se buscará la mejora del proceso reduciendo en lo que se pueda el movimiento promedio de la media.

- Gráfico de recorridos.
 - a. La actuación con el gráfico de recorridos es igual a la realizada con un gráfico de medias-recorridos convencional.

9.7.2.3.1.4. Gráficos (\bar{x}, S) .

Estos gráficos son similares a los \bar{X} / R con la diferencia de que la dispersión del proceso se mide por la desviación típica S del mismo en vez de por el recorrido R .

Estos gráficos son menos frecuentes que los \bar{X}, R por la mayor dificultad de cálculo de la desviación típica S que del recorrido R , siendo igual de eficientes para tamaños de muestra pequeños.

Los pasos para su construcción coincide con los seguidos para los gráficos \bar{X} / R , con las siguientes diferencias:

- Se registran las medidas individuales y la desviación típica en lugar del recorrido.

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

(Por lo general $n = 4$ o 5)

Desviación típica $s = \sqrt{s^2}$

- Se calculan los límites de control, como se indica.

Para \bar{X}

$$LCS = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{s}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{s}$$

Para S

$$LCS = B_4 \bar{s}$$

$$LCI = B_3 \bar{s}$$

en donde:

$$\bar{s} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{n}$$

La estimación de la desviación típica del proceso viene dada por:

$$\sigma_e = \bar{s} / c_4$$

Siendo A_1, B_3, B_4 y C_4 valores dependientes del tamaño de muestra.

Tanto la interpretación como el mantenimiento y mejora del proceso siguen lo expresado para los gráficos \bar{X} / R .

9.7.2.3.1.5. Gráficos mediana y recorrido.

Estos gráficos son similares a los \bar{X}/R con la diferencia de que la tendencia central del proceso se mide por la mediana de las muestras en vez de por la media de las mismas.

Estos gráficos son menos frecuentes que los \bar{X}/R por la menor exactitud en la estimación de la tendencia central del proceso a través de la mediana que la lograda con la media. Debido a esto los límites de control en estos gráficos son más amplios con lo que pueden existir causas especiales actuando sin ser denunciadas por el gráfico.

Los pasos para la construcción de un gráfico de control de medianas y recorridos son similares a los seguidos para los gráficos \bar{X}/R , con las siguientes diferencias:

- Se registran las medidas individuales y la mediana, en lugar de la media, utilizando, siempre que sea posible, un tamaño de muestra impar.
- Se calculan los límites de control, como se indica:

$$\begin{aligned} LSC_M &= \bar{M} + \tilde{A}_2 \bar{R} & LIC_M &= \bar{M} - \tilde{A}_2 \bar{R} \\ LSC_R &= D_4 \bar{R} & LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned}$$

donde: \bar{M} es la medida de las medianas, y \bar{R} es la mediana de los recorridos. \tilde{A}_2, D_3 y D_4 son constantes cuyo valor varía según el tamaño de muestra.

Los valores de estas constantes están reflejados en la tabla.

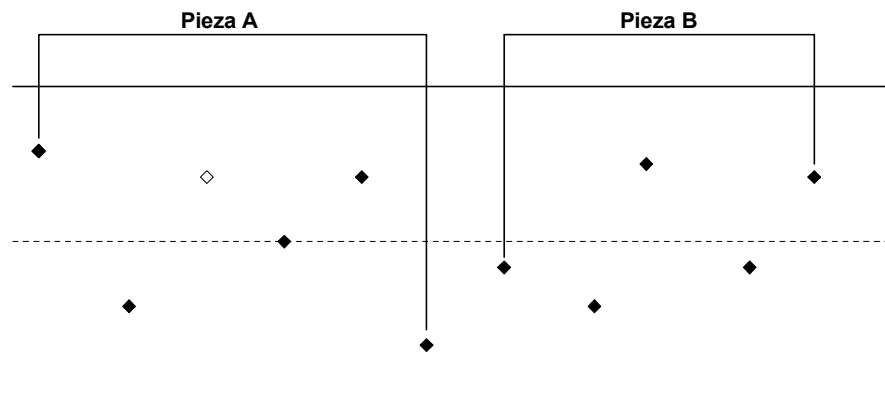
Tanto la interpretación de los gráficos como el mantenimiento y mejora del proceso, siguen lo expresado para los gráficos \bar{X}/R .

9.7.2.3.1.6. Gráficos \bar{X}_0 objetivo, R.

Los gráficos \bar{X}_0/R son un nuevo concepto del CEP para trabajar en condiciones de producciones en series muy cortas y sin embargo seguir manteniendo toda la potencia de los gráficos de control tradicionales. En ellos pueden perseguirse distintas piezas y distintas características en un mismo gráfico.

Consisten en una ligera variación de los gráficos tradicionales. El “truco” consiste en codificar las mediciones reales obtenidas. Esta codificación no es ni más ni menos que el asociar a cada medición el valor de su desviación respecto un objetivo que puede ser el valor nominal de la especificación o cualquier otro valor predefinido.

Estos valores codificados son los que se representan en el gráfico. La línea central del gráfico de objetivo, representa el valor objetivo para la pieza A. Cuando se elige otra pieza distinta, B, para la fabricación en el mismo proceso, codificaremos los nuevos datos y seguiremos representándoles en el gráfico a continuación de los representativos en dos piezas distintas por una línea discontinua.



Sin embargo, la utilización de estos gráficos está sometida a unas ciertas condiciones:

- Todas las características que se introduzcan en un mismo gráfico, han de tener un valor similar en lo que respecta a la dispersión. (Recorridos medios).
- El tamaño de la muestra ha de ser constante.
- Se deben recoger al menos diez muestras antes de calcular los límites de control.

Para la construcción de un gráfico de control \bar{X}_0 / R se siguen los mismos pasos que para los gráficos \bar{X} / R , excepto en que:

- Se registran las siguientes medidas:

a. Gráfico \bar{X}_0 .

En este gráfico se representa en cada punto de control el valor resultante de restar a la media de los valores reales obtenidos en la muestra, el valor objetivo.

$$\bar{x}_i = \sum X / n$$

$n = \text{tamaño de la muestra (constante)}$

$\bar{x}_{o_i} = \text{Valor objetivo}$

El valor codificado a representar será pues: $\bar{x}_{c_i} = \bar{x}_i - \bar{x}_{o_i}$

b. Gráfico R .

En este gráfico se representa la diferencia entre el valor mayor y el menor de los valores reales obtenidos en la muestra.

$$R_i = x_{\min.} - x_{\max.}$$

- Se calculan las líneas centrales y límites de control:

▪ Gráfico de medias.

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_{c1} + \bar{x}_{c2} + \bar{x}_{c3} + \dots + \bar{x}_{ck}}{k}$$

Los límites de control vienen dados por las expresiones:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

en donde A_2 es un valor función del tamaño de la muestra (Ver tabla 1), apartado

▪ Gráfico de recorridos.

La línea central es el denominado recorrido medio \bar{R} .

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k}{k}$$

Los límites de control vienen dados por las expresiones:

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

En donde D_3 y D_4 son dos valores función del tamaño de la muestra.

9.7.2.3.2. Gráficos de control por atributos.

Ya hemos visto como los gráficos de control por variables nos ayudan a estudiar las causas que producen inutilidades durante el proceso y a evitarlas.

Estos gráficos de control exigían que la característica escogida para controlar el proceso fuera mensurable. Sin embargo muchas veces es necesario controlar un proceso en que la característica escogida es no mensurable (una bombilla se enciende o bien, el color de un elemento es el especificado o no, etc.) o bien, siendo mensurable, por abaratar costos de la inspección, ésta se realiza mediante calibres o útiles que transforman las medidas con tolerancia de una pieza en aceptable o no aceptable (calibres pasa - no pasa).

Para estos casos se desarrollan los gráficos de control por atributos. No obstante, hay que saber cuantificar de una forma real dichos costos dado que la información que perdemos al utilizarlos en grande, a menos que sea totalmente imposible el obtener datos de tipo variable.

Una excepción a esta regla es cuando los datos históricos que disponemos sean de tipo atributo. En este caso utilizaremos los gráficos de atributos para analizarlos y decidir que características vamos a controlar en el futuro con gráficos de variables.

En general, los gráficos de control por atributos son utilizados para la mejora de proceso que producen un alto número de unidades defectuosas.

Aunque estos gráficos son capaces de distinguir entre causas comunes y especiales, tienen el inconveniente de no avisar si se van a producir cambios adversos en el proceso. Avisan cuando ya se han introducido.

Vamos a distinguir dos grandes grupos de gráficos de control por atributos según contremos unidades defectuosas defectos.

a. Para unidades defectuosas:

- Gráfico de proporción de unidades defectuosas (p)
- Gráfico de porcentaje de unidades defectuosas (100 p)
- Gráfico de número de unidades defectuosas (n p)

b. Para defectos:

- Gráfico de número de defectos por unidad (u)
- Gráfico de número de defectos por muestra(c)

Dentro de cada grupo, los gráficos p, 100p y u difieren de los gráficos n p y c en que los primeros son gráficos en los que el tamaño de la muestra no es constante, y por ello se estudian proporciones en función del tamaño de la muestra para que la base de comparación sea la misma. Cuando el tamaño de la muestra es constante no es necesario calcular proporciones siendo válidos los datos directos (gráficos n p y c).

A la hora de elegir uno de los gráficos anteriores, podemos utilizar el cuadro resumen siguiente:

TAMAÑO DE MUESTRA	CARACTERÍSTICA A CONTROLAR	
	ELEMENTOS DEFECTUOSOS	DEFECTOS
CONSTANTE	n p	c
VARIABLE	p ó 100 p	u

9.7.2.3.2.1. Gráficos para unidades defectuosas.

A. Gráficos “n p” (número de unidades defectuosas).

De acuerdo con el cuadro anterior, este tipo de gráfico se utiliza cuando queremos controlar la evolución a lo largo del tiempo de la producción de unidades defectuosas y nos es posible mantener un tamaño de muestra constante.

Es necesario hacer la aclaración de que si consideramos “defecto” a cualquier falta de conformidad de la unidad producida con los requerimientos establecidos, consideramos como unidad defectuosa a aquella que presenta una o más defectos.

Es más, este gráfico nos permitirá el controlar al mismo tiempo más de un tipo de defecto. Por ejemplo, en la verificación de una cadena de fabricación de bombillas, podemos establecer como posibles defectos los siguientes:

- No luce
- Falta estañado
- Unión casquillo / ampolla suelta

Consideramos unidad defectuosa a cualquiera que tenga un defecto de los tipos anteriores o una combinación cualquiera de los mismos.

El problema por lo tanto consistirá en coger muestras de tamaño n y separar las unidades de dicha muestra en defectuosas y no defectuosas. Cuando el proceso esté bajo control se va a cumplir que:

- La proporción de elementos defectuosos fabricados a la que denominaremos p, se va a mantener constante con el tiempo.
- La producción de una unidad defectuosa en un momento dado es independiente de que las unidades anteriores hayan sido defectuosas o no.

En las condiciones anteriores el número de unidades defectuosas en la muestra de tamaño n sigue una distribución binominal cuyos parámetros son:

$$\bar{x} = np$$

$$\sigma^2 = np(1 - p)$$

Para unas condiciones determinadas de los valores “n” y “p” (tamaño de muestra grande, y proporción de unidades defectuosas p no próxima ni a 1 ni a 0), que podemos generalizar como:

$$np > 5$$

La distribución binomial puede ser sustituida por una distribución normal de mismos parámetros que la binomial. El tipo de gráfico a utilizar es similar al de variables, como se ve en la figura.

▪ **Construcción del gráfico.**

– *Tamaño de muestra.*

Para que estos gráficos nos sirvan de ayuda, es necesario que en cada muestra escogida exista algún elemento defectuoso. Esto nos va a influir en el tamaño de muestra a elegir porque cuanto mayor sea el nivel de calidad serán necesarias muestras de mayor tamaño para que se cumpla lo anterior.

En general, se requieren tamaños de muestra muy grandes, del orden de 50 a 200. Ya hemos dicho que lo ideal es que se cumpla la desigualdad $np > 5$. Por lo tanto, para una proporción media de unidades defectuosas, podemos estimar el valor de n que cumpla la desigualdad anterior.

– *Intervalo de toma de muestra.*

Al igual que en los gráficos de control por variables, las muestras deben cogerse con unos intervalos entre ellas que nos garanticen que éstas van a ser representativas de la población que pretendemos estudiar.

Por una parte intervalos muy cortos en donde no ha existido oportunidad de actuar cambios sobre el proceso, no nos garantizan una mayor información sobre el mismo. Si por el contrario con una idea de economía, el intervalo entre tomas de muestras es muy dilatado, lo más probable es que nos pasen desapercibidas las causas especiales que están actuando sobre él.

En general, los puntos básicos a tener en cuenta son:

- No establecer tomas de muestra en periodos que la experiencia nos garantice continuidad en el proceso.
- Establecer tomas de muestra siempre que exista posibilidad de cambio en el proceso como por ejemplo:
 - Cambio de turnos.
 - Relevo de operarios.
 - Cambio de la materia prima.
 - Cambio de herramienta.
 - Parada y arranque de la maquina, etc.

No obstante, durante el estudio inicial del proceso la toma de muestras se debe hacer a intervalos mas cortos que durante la fase de mantenimiento o control del mismo, para poder detectar la posible inestabilidad.

– *Número de muestras por periodo.*

El periodo de recogida de muestras debe ser lo suficientemente largo como para recoger todas las posibles causas de variabilidad que actúan sobre el proceso, considerándose una prueba satisfactoria de estabilidad 20 tomas de muestras.

– *Registros de datos.*

Los resultados de las observaciones, que serán siempre el número de no conformidades en la muestra, se registran en un impreso que facilita la interpretación del gráfico.

En este impreso existe una parte para la construcción del gráfico y otra parte destinada al registro de datos.

Cada registro debe llevar anotado el momento de toma de la muestra con objeto de facilitar la investigación posterior. Además, el impreso debe llevar una zona donde se anoten los elementos no habituales que afecten al proceso.

– *Cálculo de la proporción de unidades no conformes p .*

Para cada muestra hay que registrar el número de unidades inspeccionadas n , y el número de unidades no conformes np , calculando a continuación la proporción de no conformes.

$$p = \frac{np}{n}$$

Alternativamente, también se pueden utilizar datos históricos para el cálculo de la proporción de no conformes.

– *Cálculo de la proporción media de no conformes \bar{p} .*

$$\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + \dots + np_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

donde np_1, np_2, \dots, np_k son el número de no conformidades observadas en cada muestra y n_1, n_2, \dots, n_k el número de unidades inspeccionadas en cada muestra.

– *Cálculo de los límites de control.*

Se asume que, si un proceso donde se están controlando variables discretas o atributos es estable, la proporción de no conformes se distribuye según la distribución binomial (similar a la normal y en forma de campana).

Si un proceso es estable con una proporción de no conformes p , el 99,73% de los puntos muestrales estarán comprendidos entre p y más/menos tres desviaciones típicas. De esta forma, por cálculos estadísticos que relacionan la desviación típica con los valores \bar{p} y n , se definen los límites de control superior e inferior:

$$LSCp = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n} \quad LICp = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

– *Trazado de las medias y de los límites de control.*

A continuación se traza, en el gráfico, la media de la proporción de no conformes p con una línea horizontal continua y los límites de control se identifican mediante líneas horizontales discontinuas.

GRAFICO DE CONTROL POR ATRIBUTOS

GRÁFICO DE CONTROL POR ATRIBUTOS									
Planta:	Depto:	Operación:	Especificación:	Nº de pieza:					
Máquina Nº:	Fecha:	Variable:	Tamaño/Frecuencia:	Denominación:					
<input type="checkbox"/> p	<input type="checkbox"/> np	<input type="checkbox"/> c	<input type="checkbox"/> u	<input type="checkbox"/> Media =					
				<input type="checkbox"/> LSC =					
				<input type="checkbox"/> LIC =					
<div> <div>Fecha:</div> <div> <div>Hora</div> <div> <div>Tipo de discrepancia</div> <div>1.</div> <div>2.</div> <div>3.</div> <div>4.</div> <div>5.</div> <div>6.</div> <div>7.</div> <div>8.</div> <div>Total discrepancias</div> <div>Proporción o %</div> <div>Tamaño de la muestra</div> </div> </div> </div>									

Figura 12

▪ **Análisis del gráfico.**

La interpretación de los gráficos de control por atributos sigue las mismas reglas que la de los gráficos de control por variables, en lo referente a:

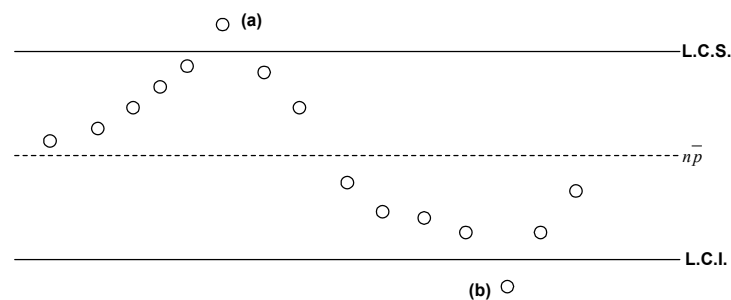
- * Los puntos fuera de control.
- * Los tramos o rachas.
- * Las pautas o series no fortuitas.

Las acciones a tomar, ante las señales emitidas por el gráfico de control, son las siguientes:

1. Puntos fuera de los límites de control.

Cuando es por encima del límite de control superior, (a) son señal de que el número medio de unidades defectuosas en el proceso ha aumentado. Es necesario detectar la causa especial que lo ha provocado y tomar acción correctora para evitar que se repita.

Sin embargo, cuando existiendo el límite de control inferior, los puntos se encuentran por debajo de este, (b) aun existiendo una causa especial actuando sobre el proceso, el efecto es beneficioso, (disminución del número medio de unidades defectuosas) por lo que es necesario detectar la causa que lo produce para intentar reproducirla.



2. Tramos dentro de los límites de control.

- Siete puntos consecutivos a un lado mismo lado de la media por encima o por debajo.
- Siete puntos consecutivos en una línea constantemente creciente o decreciente.

Si el tramo es creciente o por encima de la media es señal de que aunque el proceso no está fuera de control estadístico, están actuando causas que hacen aumentar el número medio de unidades defectuosas por lo que es necesario detectarlas y tomar acción correctora.

Si el tramo es decreciente o está por debajo de la media, es señal de que están actuando causas que hacen disminuir el número medio de unidades defectuosas. Dado que esto nos interesa puesto que es una mejora del proceso, es necesario detectar estas causas e intentar replicarlas como parte normal del proceso.

B. Gráficos "p" (proporción de unidades defectuosas)

Este gráfico es idéntico al gráfico n p con la diferencia de que es utilizado cuando por condiciones de producción o de cualquier otro tipo, el número de unidades de la muestra no puede ser constante. En este caso y para tener una base de comparación, el parámetro que se calcula y controla su evolución es en vez del número de unidades defectuosas n p, la proporción de unidades defectuosas en cada muestra p.

$$p = \frac{\text{Nº unidades defectuosas en la muestra}}{\text{Nº unidades inspeccionadas}}$$

Todo el desarrollo de los gráficos p es idéntico a los n p salvo en lo siguiente:

- El tamaño de la muestra no tiene por qué ser constante, aunque es de desear que las variaciones entre los distintos tamaños de muestra no sean superiores al 25-30%.
- En el gráfico de atributos se calculará para cada muestra el valor de p como cociente entre los valores piezas defectuosas y piezas inspeccionadas y se calculará la "Proporción media de unidades no conformes" como:

$$\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + np_3 + \dots + np_m}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + nm}$$

Siendo:

- $np_1, np_2, np_3, \dots, np_m$ el número de unidades defectuosas en las muestras 1, 2, 3, ..., m.
- $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$ el tamaño de las muestras 1, 2, 3, ..., m.
- Se calcularán los límites de control como:

$$LCS = \bar{p} + 3 \left[\bar{p} (1 - \bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

$$LCS = \bar{p} - 3 \left[\bar{p} (1 - \bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

Siendo $\bar{n} = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m) / m$ (tamaño medio de muestra).

C. Gráficos "100p" (Porcentaje de unidades defectuosas)

Este gráfico es idéntico al gráfico p con la diferencia de que la proporción de unidades defectuosas se expresa en tanto por ciento en lugar de tanto por uno. En este caso el parámetro que se calcula y controla la evolución, es el porcentaje de unidades defectuosas en cada muestra 100p.

$$100p = \frac{\text{Nº de unidades defectuosas en la muestra}}{\text{Nº unidades inspeccionadas}} \times 100$$

Todo el desarrollo de los gráficos 100p es idéntico a los p salvo en lo siguiente:

- En el gráfico de atributos se calculará para cada muestra el valor de 100p como cociente entre los valores de piezas defectuosas y piezas inspeccionadas multiplicándose el valor obtenido por 100.
- Se calculará el "porcentaje medio de unidades no conformes" como:

$$100\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + np_3 + \dots + np_m}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + nm} \times 100$$

Siendo:

- $n p_i$ el número de unidades defectuosas en la muestra i .
- n_i el tamaño de las muestras i .

– Se calcularán los límites de control como:

$$LCS = 100\bar{p} + 3 \left[100\bar{p} (100 - 100\bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

$$LCI = 100\bar{p} - 3 \left[100\bar{p} (100 - 100\bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

Siendo $\bar{n} = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m) / m$ (tamaño medio de muestra)

9.7.2.3.2.2. Gráficos para defectos.

Ya hemos visto como con los gráficos para unidades defectuosas, controlábamos los defectos en unidades o piezas, siendo la base de los gráficos las propias unidades defectuosas.

Pero a menudo en la industria, nos encontramos con defectos que no van asociados a unidades o piezas, sino que aparecen en una producción continua como por ejemplo telas, rollos de cable eléctrico, tuberías de plástico, etc., y en donde el parámetro a controlar es el número de defectos por unidad de longitud, área, etc.

En otros casos nos encontramos con productos cuyo control aún yendo asociado a unidades, son tan complejas y por lo tanto la probabilidad de aparecer un defecto es tan grande, que si utilizamos gráficos p , o np , el número de unidades defectuosas o su proporción serían tan próximas a la unidad, que la información que obtendríamos sería casi nula.

En estos casos utilizaremos gráficos de control por número de defectos.

El problema por lo tanto consistirá en coger muestras de tamaño n y contar el número de defectos encontrados en dicha muestra. Cuando el proceso esté bajo control se va a cumplir que:

- El número medio de defectos por unidad a la que denominaremos \bar{d} se va a mantener constante con el tiempo.
- La producción de un defecto en un momento dado es independiente de que se hayan producido defectos con anterioridad o no.

En las condiciones anteriores, el número de defectos en la muestra de tamaño n sigue una distribución de Poisson cuyos parámetros son:

$$\bar{x} = \bar{d}$$
$$\sigma^2 = \bar{d}$$

Para unas condiciones determinadas del valor "d", que podemos generalizar como:

$$\bar{d} > 5$$

La distribución de Poisson puede ser sustituida por una distribución normal con los mismo parámetros que la de Poisson.

A. Gráficos "c" (Número de defectos por muestra).

Cuando el tamaño de muestra es constante, el gráfico utilizado para controlar número de defectos es el gráfico "c", denominado "Gráfico de número de defectos por muestra".

Todo el desarrollo de este tipo de gráfico es idéntico al ya visto np , por lo que nos limitaremos a establecer los puntos que son diferentes:

- Se registran en la casilla total de defectos del gráfico por atributos el número de defectos encontrados en cada muestra que ha de ser de tamaño constante (número de unidades, metros cuadrados de tela, metros de tubería, etc.).

- Se calcula el número medio de defectos \bar{c} como:

$$\bar{c} = (c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m) / m$$

Siendo $c_1, c_2, c_3, \dots, c_m$. el número de defectos de las muestras 1, 2, 3, ...m.

- Se calculan los límites de control como:

$$LCS = \bar{c} + 3 [\bar{c}]^{1/2}$$

$$LCI = \bar{c} - 3 [\bar{c}]^{1/2}$$

B. Gráficos "u" (Número de defectos por unidad).

Cuando el tamaño de muestra no puede ser constante, el gráfico utilizado para controlar número de defectos es el gráfico "u", denominado "Gráfico de número de defectos por unidad".

Todo el desarrollo de este tipo de gráfico es idéntico al ya visto "p", por lo que nos limitaremos a establecer los puntos que son diferentes:

- Se registra en la casilla (C) total de defectos del gráfico por atributos el número de defectos encontrados en cada muestra, calculándose a continuación el valor del número de defectos por unidad u , realizando el cociente entre el valor de la casilla (C) y el de la casilla (A) piezas inspeccionadas, anotándose el resultado en la casilla (C/A).

- Se calcula el número medio de defectos por unidad \bar{u} como:

$$\bar{u} = \frac{(c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m)}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m}$$

Siendo:

- $c_1, c_2, c_3, \dots, c_m$. el Número de defectos de las muestras 1, 2, 3, m.
 - $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$ el tamaño de las muestras 1, 2, 3,m.
- Se calculan los límites de Control como:

$$LCS = \bar{u} + 3 [\bar{u} / \bar{n}]^{1/2}$$

$$LCI = \bar{u} - 3 [\bar{u} / \bar{n}]^{1/2}$$

9.7.2.4. Capacidad de procesos.

El que un proceso se encuentre en estado de control estadístico significa que sobre el mismo sólo actúan causas comunes y que por lo tanto su variabilidad está acotada y es predecible.

Sin embargo esto no significa necesariamente que el producto obtenido de dicho proceso se ajuste a las especificaciones técnicas a las que está sujeto, es decir, que el nivel de la variación debida a causas comunes puede ser aceptable o no.

Esta decisión no se toma con la utilización de los gráficos de control, sino que se hace utilizando los índices de capacidad del proceso, lo cual compete al segundo aspecto del Control Estadístico de Procesos, denominado **capacidad de procesos**.

Se denomina **capacidad de un proceso** a una medida del buen comportamiento del mismo una vez que todas las causas especiales de variación han sido eliminadas comparando la variabilidad o tolerancia natural del proceso con la máxima variabilidad permitida por las especificaciones de ingeniería. Si mediante esta comparación, se demuestra que los elementos a que da lugar el proceso caen en *un porcentaje mínimo determinado* dentro de la especificación, diremos que el proceso es **capaz**.

Si especificamos que un proceso es capaz será necesario informar al mismo tiempo qué porcentaje de elementos deben caer dentro de las especificaciones para que lo consideremos así. Por ejemplo, hay organizaciones que consideran que un proceso es capaz cuando el porcentaje de elementos que caen dentro de los límites especificados son iguales o superiores al 99.7%. Sin embargo hay otras que ese 0.3% de elementos fuera de especificación no lo consideran admisible y consideran al proceso capaz cuando el porcentaje mínimo de elementos dentro de especificación es de 99.994%.

Esta comparación podría hacerse de varias maneras distintas, sin embargo la metodología más extendida es la de los **“índices de capacidad”**, y por lo tanto es la que desarrollaremos. El estudio de la capacidad en este caso se realiza mediante el cálculo del índice de capacidad apropiado y su comparación con un valor mínimo especificado. Si el valor estimado del índice es mayor o igual que el valor mínimo especificado, diremos que el proceso es capaz y que no lo es en el resto de los casos.

9.7.2.4.1. Definiciones.**▪ Capacidad.**

Es un parámetro que relaciona el rendimiento real de una máquina o proceso con su rendimiento especificado para un producto y característica en particular.

▪ Límite de especificación superior (LSE).

Es el valor superior de la variabilidad admitida en una característica de un producto por los planos o especificaciones del mismo.

▪ Límite de especificación inferior (LSI).

Es el valor inferior de la variabilidad admitida en una característica de un producto por los planos o especificaciones.

▪ Índices de capacidad de proceso.

Son el medio utilizado para tener una indicación de la variabilidad de un proceso a largo plazo en relación con las tolerancias especificadas.

9.7.2.4.2. Índices de capacidad.

- **Control por variables.**

1. Índices de capacidad de proceso.

En el caso de variables en procesos en los que se considera la distribución normal, la capacidad de proceso se evalúa comparando la variabilidad del proceso con los límites de la especificación.

Una vez que se tienen calculados los límites de control, el siguiente paso es compararlos con las especificaciones. Esta comparación se realiza mediante el cálculo del **índice de capacidad de proceso (Cp)**. En este cálculo se pueden dar los siguientes casos:

- Existen los límites de especificación inferior (LIE) y superior (LSE).

$$Cp = \frac{LSE - LIE}{6 \bar{s}}$$

- Existe un límite superior o inferior de especificación y un valor nominal.

$$Cp = \frac{LSE - \text{Nominal}}{3 \bar{s}} \quad Cp = \frac{\text{Nominal} - LIE}{3 \bar{s}}$$

- Sólo existe el límite superior o inferior de especificación.

$$Cp = \frac{LSE - \bar{X}}{3 \bar{s}} \quad Cp = \frac{\bar{X} - LIE}{3 \bar{s}}$$

Un proceso con un índice de capacidad $Cp < 1$ no se considera aceptable. El criterio más ampliamente utilizado es considerar el proceso aceptable, sólo cuando $Cp \geq 1,5$.

Si $Cp \geq 1,5$ se deben tomar acciones apropiadas para reducir la variación inherente, ya que el proceso no producirá de forma consistente productos que cumplan con los requisitos.

2. Analizar el ajuste o tendencia central.

Esta comparación se hace mediante el cálculo del **índice de capacidad Cpk** y se calcula como el valor mínimo de las expresiones:

$$Cpk = \min \left[\frac{LSE - \bar{X}}{3\sigma}, \frac{\bar{X} - LIE}{3\sigma} \right]$$

El valor obtenido para que el proceso sea aceptable es que $Cpk \geq 1$.

3. Índices de capacidad de máquina.

Para aquellos procesos en que se considera la distribución normal la capacidad de máquina es una medida de las fluctuaciones que ella, por si sola, produce en la variabilidad del producto.

Una vez que se tienen calculados los límites de control el siguiente paso es compararlos con los especificados, calculando:

- El índice de capacidad C_m que analiza la dispersión inherente a la máquina:

$$C_m = \frac{LSE - LIE}{6 \bar{s}} , \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3\bar{s}}$$

El valor mínimo exigible a C_m es de 1'33.

- El índice de capacidad C_m que analiza el ajuste de la máquina o tendencia central y se define como:

$$C_{m_k} = \min \left[\frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3\bar{s}} , \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3\bar{s}} \right]$$

Ha de conseguirse un valor $\geq 1'33$.

• Control por atributos.

En el caso de atributos la capacidad de proceso se evalúa comparando la media del proceso con el criterio de aceptación. Para ello, se siguen los siguientes pasos:

1. Definir la media del proceso que se considera aceptable a efectos de la homogeneidad del proceso.
2. Cuando el proceso ya es estable, operar durante un periodo de tiempo determinado que permita obtener información de las posibles causas de variación que afectan al proceso.
3. Cuando se haya obtenido un mínimo de 2.000 datos individuales y sus grupos representados gráficamente y bajo control estadístico, utilizar estos datos para el cálculo de la media de proceso:

$$\bar{p} = \frac{\text{Numero total de no conformes}}{\text{Numero total de observaciones}}$$

4. Comparar el \bar{p} calculado con el criterio de aceptación:

- Si el \bar{p} calculado es menor que el valor definido en el criterio de aceptación, el proceso es capaz.
- Si el \bar{p} calculado es mayor que el valor definido en el criterio de aceptación, el proceso no es capaz. En este caso es necesario:
 - Implantar procedimientos que, al menos, mantengan el nivel actual de proporción de no conformes hasta que el proceso se pueda mejorar. Mientras tanto establecer el control de producto que permita detectar lotes cuya proporción de no conformidades sea superior al criterio de aceptación.
 - Estudiar el proceso, realizar las mejoras adecuadas y reevaluar la capacidad de proceso.

9.7.2.4.3. Conclusiones sobre los estudios de capacidad.

La diferencia básica entre los estudios de capacidad de máquina y proceso es el tiempo. En el estudio de capacidad de máquina, ésta se calcula utilizando R que mide la variación inherente a los subgrupos.

Cuando existen tendencias o sesgos en el gráfico \bar{X} , las variaciones inherentes a los grupos y la desviación típica calculada por el procedimiento convencional se aparta de la calculada a partir de R tanto más cuanto mayores sean las variaciones entre subgrupos.

Así pues, cuando estas diferencias son significativas se debe tomar una decisión sobre la viabilidad del proceso. Se puede conseguir un proceso capaz con frecuentes reajustes, cambios de herramientas, etc. Si esto se debe hacer tan frecuentemente que altere el ritmo de la producción, el proceso debe considerarse incapaz.

Por otra parte, todo lo que se ha expuesto corresponde a estudios realizados sobre datos distribuidos normalmente y trasladados al gráfico probabilístico normal.

En ciertas situaciones específicas de anormalidad en la máquina por problemas de desgaste u otras causas, los datos se agrupan según distribuciones unilaterales que tienen su tratamiento estadístico traducido al gráfico probabilístico que se muestra al final del anexo de gráficos.

9.7.2.4.4. Consideraciones sobre la dispersión de los procesos.

Se hace evidente, a la vista de los cálculos de capacidades de proceso, que la variabilidad en sentido de mayor dispersión de los mismos es intrínsecamente mala para todo tipo de proceso.

A mayor variabilidad, más coste. De ahí los esfuerzos que se están prodigando en industrias y servicios para reducir dicha variabilidad.

Existen dos razones fundamentales para intentar llevar esta variabilidad al mínimo. En primer lugar la satisfacción del cliente. Todo producto cuyos parámetros estén dentro de especificaciones producen una completa satisfacción en el cliente.

En la práctica no se puede llegar a esta situación de "variación nula" a lo largo de los límites de especificación. La figura 2.5. muestra la situación real en la que el grado de satisfacción real en la que el grado de satisfacción "ideal" se conseguiría en la situación "objetivo" y que se produce con una variabilidad parabólica hacia los límites de especificación. El profesor japonés Genichi Taguchi ha desarrollado una teoría difundida ya en USA y demás países desarrollados según la cual la falta de calidad, en términos monetarios, se mide según la función:

$$L \text{ (Pérdidas)} = K \sigma^2$$

que corresponde al modelo parabólico de que antes se habló. Estas pérdidas son las que cada industria transfiere a la sociedad como consecuencia de admitir variabilidad (σ^2) en sus procesos.

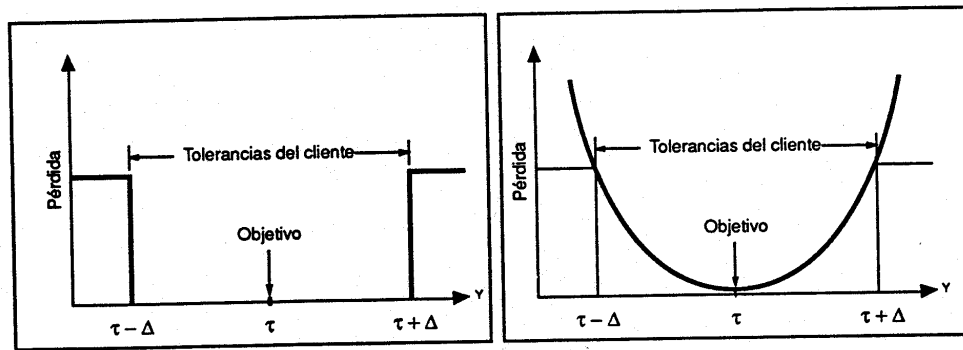
De aquí que el interés de todos los ejecutivos de las empresas, en el momento actual, se centre en la reducción de la variabilidad de cualquiera de sus procesos industriales, administrativos, financieras, etc.

En resumen la "variabilidad sobre el objetivo" es intrínsecamente mala y, al crecer, produce insatisfacción al cliente (aún sin desbordar las tolerancias) y pérdidas a la sociedad.

En segundo lugar la variación no estudiada o controlada dificulta el adecuado estudio de tolerancias y a medida que aquella crece lo hace el desperdicio y reprocesos en las industrias disminuyendo su competitividad.

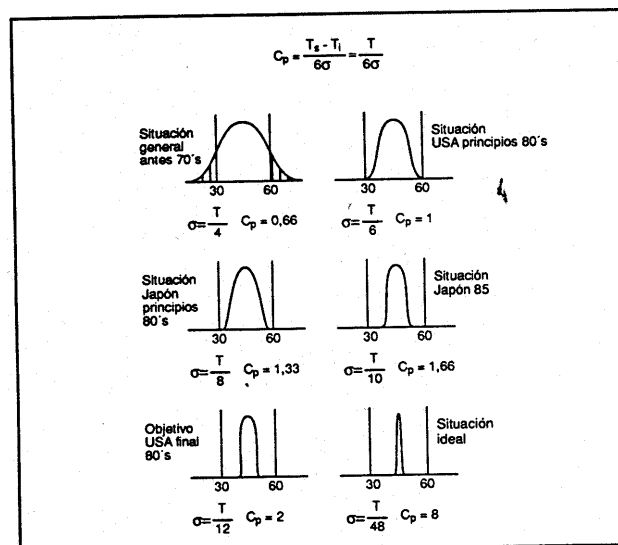
De ahí que el único método de "pleno éxito" para eliminar la defectuosidad inherente o transferida es diseñar productos y procesos de forma que los parámetros que los definen se aproximen lo más posible al objetivo de diseño. No hay otra forma de conseguir el auténtico "cero defectos" con lo que ello lleva aparejado de ahorro de tiempo, eliminación de desperdicios y, ante todo, plena satisfacción del cliente.

Las figuras muestran la evolución del índice Cp y Cpk a medida que los conceptos anteriormente citados se han puesto en evidencia y el avance tecnológico ha permitido, en el concepto de Calidad Total (aplicable a cualquier tipo de proceso o producto), alcanzar los valores que en dicha figura se expresan.

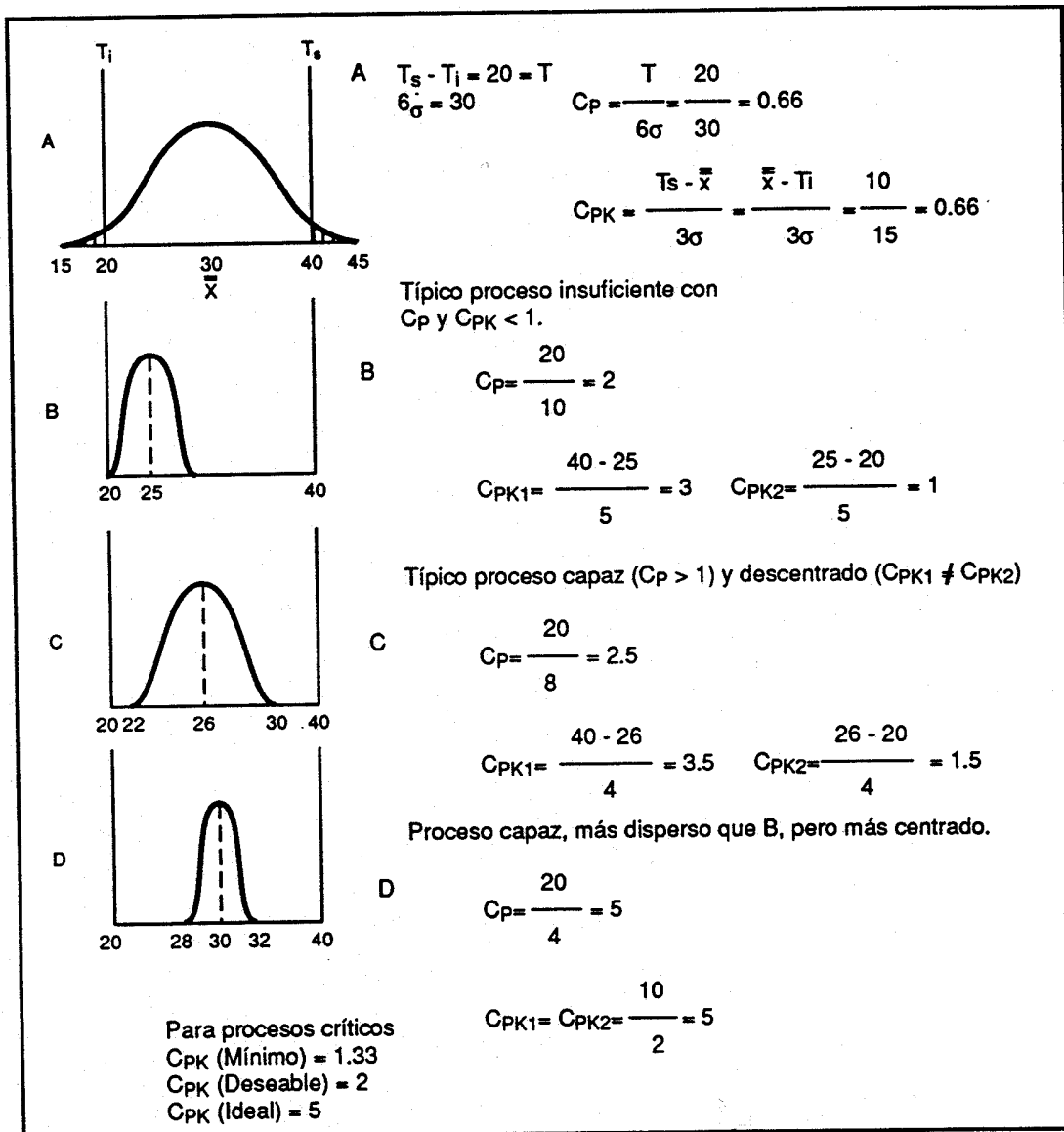


Para llegar a estas situaciones no ideales, sino plenamente conseguibles, han tenido que desarrollarse una serie de herramientas estadísticas sin las cuales no se hubieran podido medir ni la variabilidad, ni los factores e interrelaciones entre los mismos que inciden en aquella. Estas herramientas quedan englobadas en las metodologías de Diseño de Experimentos (D.O.E.) que podríamos agrupar en tres categorías:

- Diseño de Experimentos clásicos desarrollados por medio del análisis de varianza (ANOVA).
- Diseños de G.Taguchi, que sin ser matemáticamente ortodoxos, llegan a conclusiones ampliamente experimentadas, reduciendo drásticamente la compilación de los incluidos en el apartado a).



- Diseños de D. Shainin, metodología simple, lógica y ortodoxa que está teniendo un amplio campo de difusión en las empresas americanas.

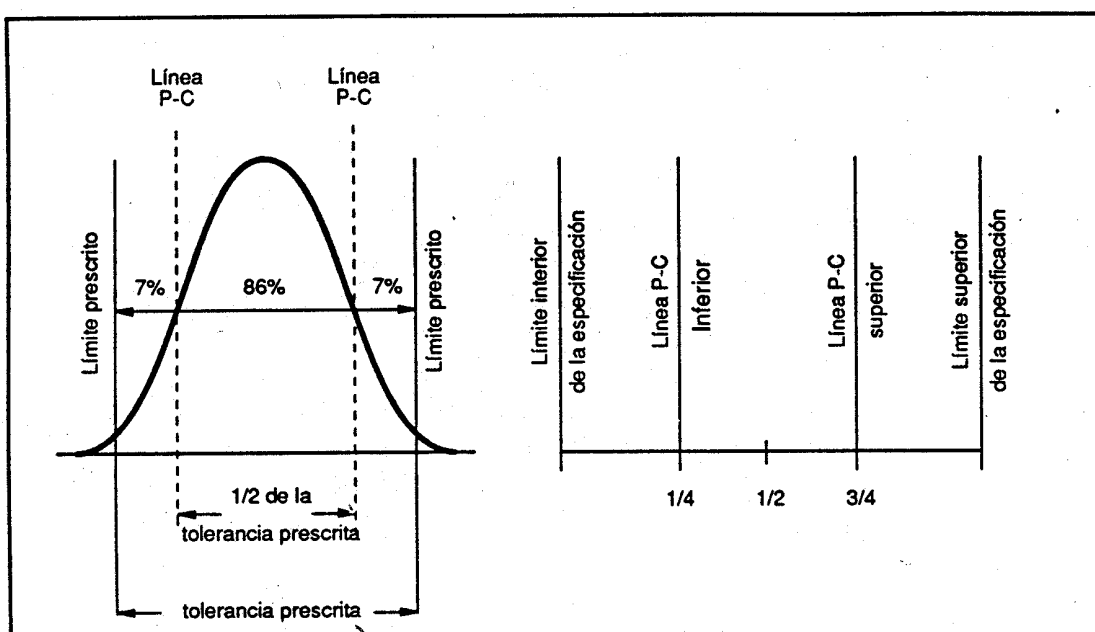


9.7.2.5. Precontrol.

El **precontrol** es un sistema desarrollado para completar o sustituir, en múltiples aplicaciones, a los gráficos de control. Entre sus ventajas puede citarse que es aplicable tanto a variables como a atributos.

El sistema se basa en el cumplimiento por parte de los procesos de producción de la distribución normal para detectar cambios respecto al valor central.

Se trata, como puede observarse en la figura, de dividir el campo de tolerancia en 4 partes iguales trazando las líneas de precontrol a las distancias de $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ respecto al límite inferior de especificación.



Por el cálculo de la áreas subtendidas por la distribución normal puede demostrarse fácilmente que el área subtendida por dicha distribución y los límites PC (precontrol) es el 86% del área total, lo que lleva a la conclusión de que las áreas de la distribución comprendidas entre dichos límites y las tolerancias representan un 7% en cada cola de dicha distribución.

Hablar de un 7% en cada cola de la distribución es equivalente, es decir, que 1 de cada 14 (aprox.) piezas, estará fuera de los límites PC. Por tanto la probabilidad de que dos piezas seguidas estén fuera de dichos límites es:

$$\frac{1}{14} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{196}$$

lo que significa que, aproximadamente, una vez en cada 200 piezas cabe esperar que haya dos piezas seguidas fuera de los límites PC.

Se trata pues de un fenómeno “raro” que presupone que un efecto anormal se ha producido en el proceso provocando su desplazamiento. Naturalmente el hecho comentado supone que las dos piezas han aparecido al mismo lado de la distribución.

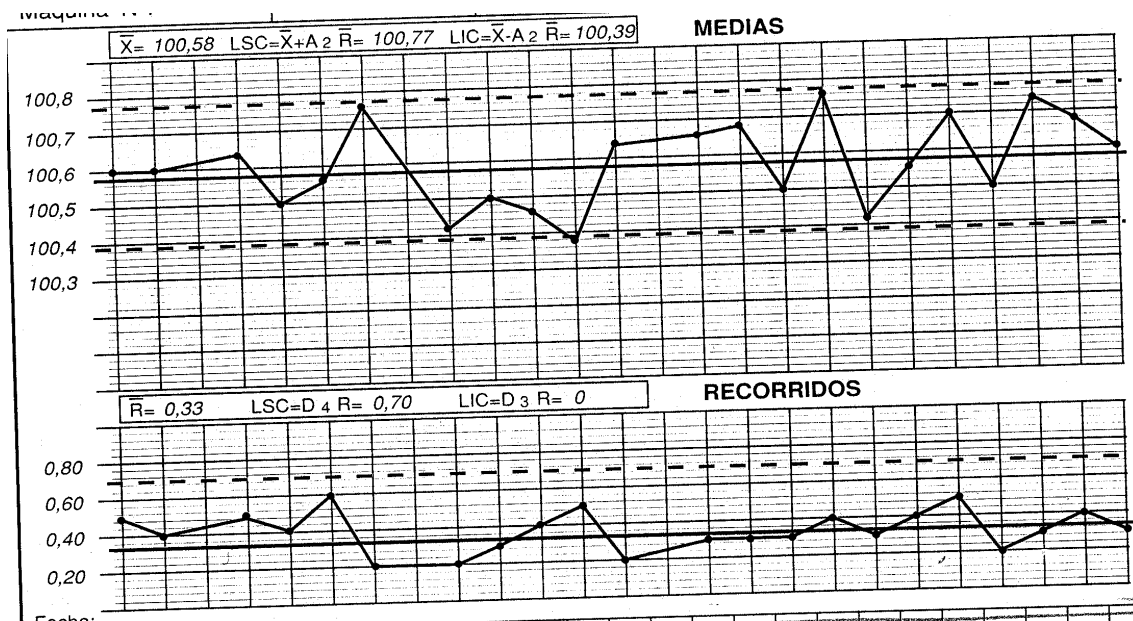
Caso de que las dos piezas seguidas desaparezcan en una y otra colas no habrá condición de desplazamiento pero sí de dispersión (aumento de σ) con el peligro que ello conlleva para la capacidad del proceso.

9.7.2.5.1. Procedimiento de actuación.

El procedimiento a seguir para implantar la técnica de precontrol es el siguiente:

- a. Localizar, como ya se ha expuesto, los límites PC en el campo de las tolerancias fijadas por ingeniería, con lo que se delimitan 3 zonas:
 - Zona “verde” entre los límites PC.
 - Zona “amarilla” entre dichos límites y los de tolerancia.
 - Zona “roja” fuera de los límites de tolerancia.
- b. Para determinar la capacidad del proceso, se toma una muestra de 5 piezas cuyas medidas deben estar comprendidas en la zona “verde”. En esa condición el proceso está en control. (Equivale a un $C_p=2$). La producción, por tanto, puede comenzar, pero siempre condicionada a la obtención de que los valores de cinco piezas seguidas, se encuentren en la zona “verde”.
- c. Una vez en marcha la producción, tomar una muestra de 2 unidades consecutivas pudiendo producirse las siguientes situaciones:
 1. Ambas unidades están en la zona “verde” y la producción continua.
 2. Una unidad se encuentra en zona verde y otra en una de las dos zonas amarillas. El proceso está, por el momento, en control y la producción sigue.
 3. Si ambas unidades caen en la zona amarilla al mismo lado de la línea PC (descentramiento) o en una y otra zona de dicha condición (aumento de la dispersión), el proceso debe pararse e investigarse las causas que han producido la variabilidad.
 4. Si al menos una de las piezas se encuentra en la zona “roja” (rechazo) es preciso detener la producción e investigar la causa del rechazo. Siempre que el proceso se detenga (puntos 3 y 4) para ponerlo en marcha de nuevo es necesario que cinco piezas consecutivas se encuentren en la zona verde, es decir, cumplir de nuevo al punto b.
 5. La frecuencia de muestreo se ha determinado, de forma experimental, como la sexta parte del tiempo transcurrido entre dos paradas consecutivas por las causas anteriormente indicadas.

$$LIC_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 0,40 = 0,00$$



Al representar los datos, se observa que existe un punto fuera de los límites de las medias y dos puntos fuera en el Gráfico de Recorridos, lo que indica la actuación especiales de variación.

Una vez identificadas y solucionadas las causas especiales que actúan en esos puntos se recalculan, siguiendo el mismo proceso anterior, y sin tener en consideración los puntos fuera de límites de ambos gráficos, los nuevos límites de control.

La media y el recorrido medio son:

$$\bar{X} = \frac{100,6 + 100,6 + 100,64 + \dots + 100,68 + 100,60}{22} = 100,58$$

$$\bar{R} = \frac{0,5 + 0,4 + 0,5 + \dots + 0,4 + 0,3}{22} = 0,33$$

Los nuevos límites de control son:

Para las medias, $LSC_{\bar{X}} = 100,58 + 0,58 \times 0,33 = 100,77$

$$LIC_{\bar{X}} = 100,58 - 0,58 \times 0,33 = 100,39$$

Para los recorridos, $LSC_R = 2,11 \times 0,33 = 0,70$

$$LIC_R = 0 \times 0,33 = 0,00$$

De esta forma se obtiene el gráfico de la figura en el que se han eliminado las causas que originaron los puntos fuera de los límites de control. En él se observa que el proceso está bajo control, con unos límites más estrechos que antes.

Ahora ya se puede calcular la capacidad de proceso. Los límites de especificación superior e inferior) establecidos para este proceso, son:

$$LSE = 101,5 \quad LIE = 100,0$$

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\bar{\sigma}}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,33}{2,33} = 0,14$$

$$C_p = \frac{101,5 - 100}{6 \times 0,14} = 1,79$$

Como $C_p > 1,5$, el proceso tiene la capacidad adecuada y puede producir consistentemente productos dentro de las especificaciones.

♦ **Ejemplo 2:**

Utilizando las 30 observaciones de la muestra X1, se pide, asumiendo que el proceso subyacente es estable:

- Calcular los límites de control de la gráfico R.
- Calcular los límites de control de la gráfico I.
- Determinar la desviación estándar del proceso.
- Dibujar los gráficos de control con los 30 subgrupos y determinar si el proceso es estable.

RESOLUCIÓN

Como paso previo, se realiza el cálculo de las medias móviles y de las medias generales:

SUBGRUPO	X1	Individuales	Rangos Móviles
1	65	65.00	
2	58	58.00	7
3	63	63.00	5
4	57	57.00	6
5	58	58.00	1
6	61	61.00	3
7	55	55.00	6
8	62	62.00	7
9	66	66.00	4
10	55	55.00	11
11	58	58.00	3
12	58	58.00	0
13	66	66.00	8
14	60	60.00	6
15	57	57.00	3
16	60	60.00	3
17	57	57.00	3
18	67	67.00	10
19	53	53.00	14
20	65	65.00	12
21	51	51.00	14
22	62	62.00	11
23	52	52.00	10
24	58	58.00	6
25	58	58.00	0
26	65	65.00	7
27	65	65.00	0
28	54	54.00	11
29	59	59.00	5
30	53	53.00	6

a. Calcular los límites de control de la gráfica R.

$$LC_R = \bar{R} = \frac{\sum Ri}{29} = 6.28$$

$$LCS_R = D_4 \bar{R} = 3.268 \times 6.28 = 20.51$$

$$LCS_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 6.28 = 0$$

b. Calcular los límites de control de la gráfica \bar{X} .

$$LC_1 = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{30} = 59.27$$

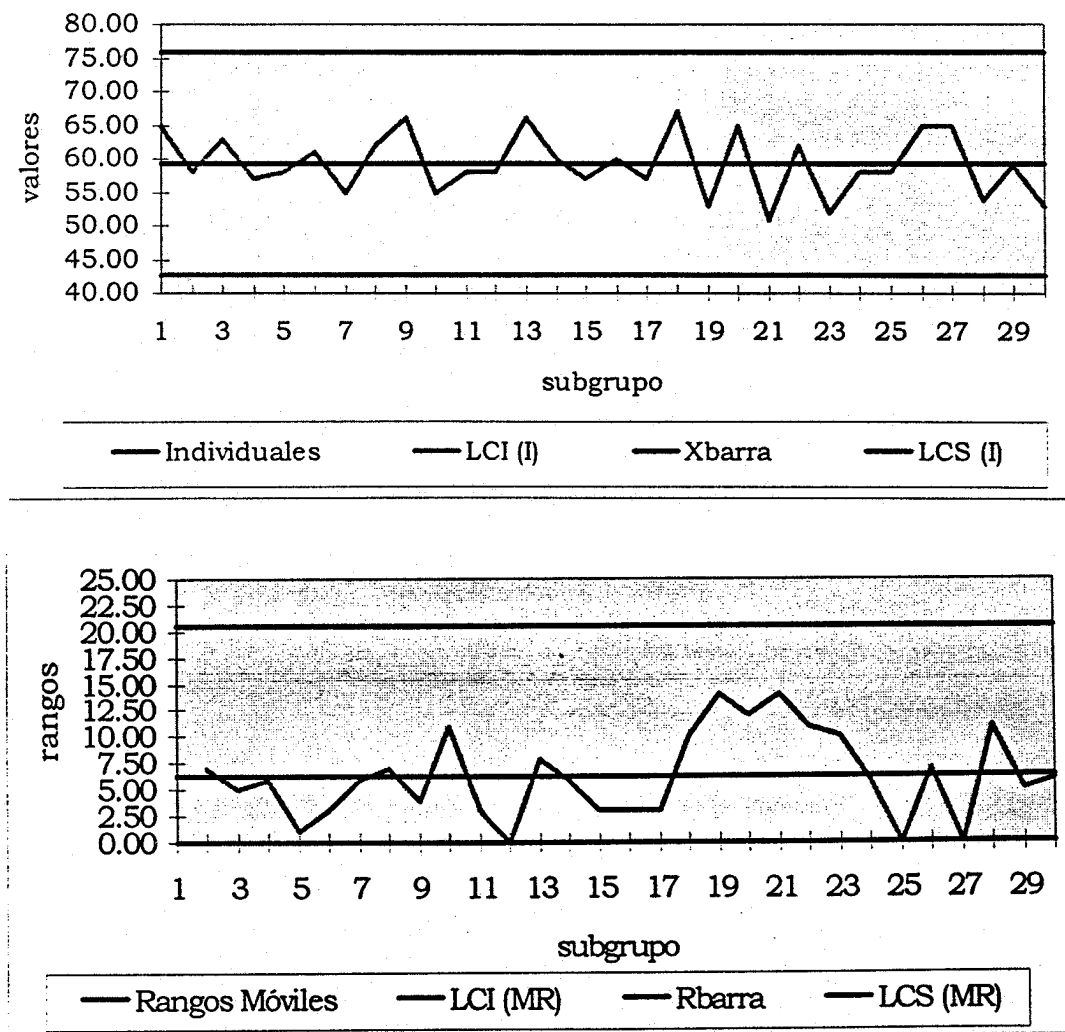
$$LCS_1 = \bar{X} + E_2 \bar{R} = 59.27 + 2.66 \times 6.28 = 75.96$$

$$LCI_1 = \bar{X} - E_2 \bar{R} = 59.27 - 2.66 \times 6.28 = 42.57$$

c. Determinar la desviación estándar del proceso.

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = 6.28 / 1.128 = 5.57 \quad \text{o} \quad \sigma = \frac{LCS_1 - \bar{X}}{3}$$

d. Dibujar los gráficos de control con los 30 subgrupos y determinar si el proceso es estable.



Como se cumplen todos los requisitos el proceso es estable.

♦ Ejemplo 3:

Utilizando las 16 observaciones siguientes, se pide, asumiendo que el proceso subyacente es estable:

a. Calcular los límites de control del gráfico p (nº defectos por muestra)

b. Dibujar los gráficos de control con los subgrupos.

RESOLUCIÓN

Como paso previo, se realiza el cálculo de la medias:

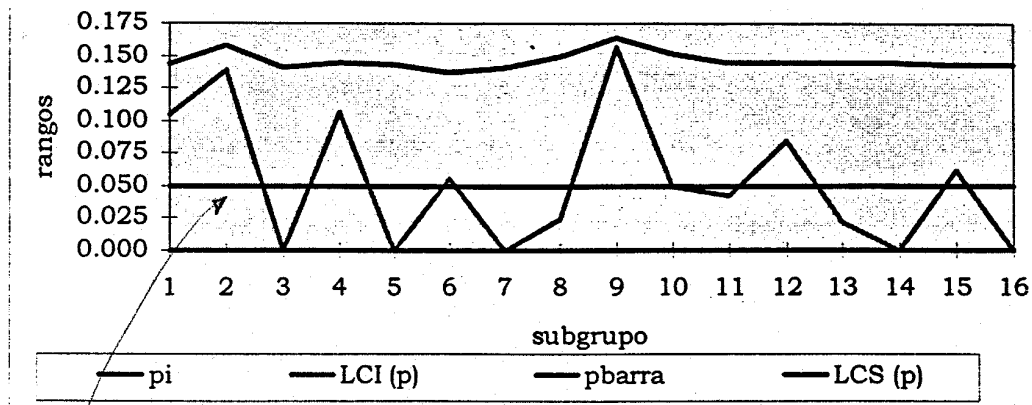
SUBGRUPO	n_i	\bar{x}_i
1	48	5
2	36	5
3	50	0
4	47	5
5	48	0
6	54	3
7	50	0
8	42	1
9	32	5
10	40	2
11	47	2
12	47	4
13	46	1
14	46	0
15	48	3
16	48	0

a. Calcular los límites de control del gráfico p.

SUBGRUPO	n_i	\bar{x}_i	p_i	LCI (p)	P_{max}	LCS (p)
1	48	5	0.104	0.000	0.049	0.143
2	36	5	0.139	0.000	0.049	0.158
3	50	0	0.000	0.000	0.049	0.141
4	47	5	0.106	0.000	0.049	0.144
5	48	0	0.000	0.000	0.049	0.143
6	54	3	0.056	0.000	0.049	0.138
7	50	0	0.000	0.000	0.049	0.141
8	42	1	0.024	0.000	0.049	0.150
9	32	5	0.156	0.000	0.049	0.164
10	40	2	0.050	0.000	0.049	0.152
11	47	2	0.043	0.000	0.049	0.144
12	47	4	0.085	0.000	0.049	0.144
13	46	1	0.022	0.000	0.049	0.145
14	46	0	0.000	0.000	0.049	0.145
15	48	3	0.063	0.000	0.049	0.143
16	48	0	0.000	0.000	0.049	0.143
SUMA	729	36	0.049			

b. Dibujar los gráficos de control con los 16 subgrupos.

GRÁFICO p



9.7.3. Planes de muestreo.

9.7.3.1. Elementos de los planes de muestreo.

9.7.3.2. Curvas características.

9.7.3.3. Tipos de muestreo.

9.7.3.4. Niveles de inspección.

9.7.3.5. Tipos de planes de muestreo.

9.7.3.5.1. Planes de muestreo por variables.

Para conocer si un lote formado por un determinado número de unidades cumple las especificaciones, existen dos posibilidades:

- Inspeccionar todas las unidades del lote.
- Inspeccionar sólo una **muestra representativa del lote** e inferir, estadísticamente, la homogeneidad de todo el lote.

La primera posibilidad, **inspección del 100%**, es la única que permite conocer el número exacto de unidades defectuosas que contiene el lote. Sin embargo, este tipo de inspección tiene limitaciones:

- Es un procedimiento costoso. Cada unidad debe ser inspeccionada individualmente. La propia manipulación produce daños, aumentando el número de unidades defectuosas.
- No es efectiva al 100%. En los casos donde el número de defectos del lote es bajo, la monotonía por la repetitividad del trabajo, unido a los errores propios de los inspectores, hacen que unidades defectuosas pasen como unidades buenas. De hecho se han realizado estudios que han revelado que incluso un 300% de inspección detecta el 97% de los defectos.

Si, por el contrario, el número de unidades defectuosas en el lote es alto, la falta de tiempo para la inspección, o la utilización no adecuada de los instrumentos de medida, hace que se acepten unidades defectuosas.

- No es aplicable la inspección del 100% si la inspección para conocer las características de la pieza exige realizar ensayos destructivos.

La segunda posibilidad, el **muestreo estadístico**, implica riesgos basados en que la homogeneidad del lote se infiere de los resultados de una muestra, pero presenta la ventaja de eliminar las limitaciones de la inspección 100% especialmente en lo relativo al coste de la inspección en el caso de ser necesarios los ensayos destructivos.

El principio de aplicación de los planes de muestreo, parte de la base de estructurar debidamente: **el tamaño de la muestra y el criterio de aceptación de acuerdo con los riesgos de inferencia estadística que queramos asumir.**

En general podemos afirmar que las técnicas de aceptación por muestreo son las más ampliamente utilizadas, en todo tipo de empresas, para determinar la calidad de un lote.

9.7.3.1. Elementos de los planes de muestreo.

Los planes de muestreo están estructurados con el objeto de garantizar la fiabilidad de los procedimientos de inspección, el buen manejo de los lotes, el correcto levantamiento de muestras y la aplicación de criterios de aceptación objetivos, siempre con la consideración de incurrir en costes asumibles.

a. Los datos del muestreo.

El muestreo queda caracterizado por: el **tamaño del lote (N)**, el **tamaño de la muestra (n)** y las **condiciones de selección o levantamiento**.

El **tamaño de la muestra (n)** requiere un compromiso. Debe ser lo suficientemente grande para que sea representativa de la homogeneidad del tamaño del lote (N) y lo suficientemente pequeña para minimizar los costes de inspección. Las tablas de muestreo que veremos más adelante tratan de resolver el compromiso entre economía y representatividad.

Cuanto menor sea el **tamaño del lote (N)** menor será la muestra, de tal modo que varía poco el porcentaje defectuoso del lote después de extraer la muestra del lote. La proporción en que aumenta el tamaño de la muestra es mucho menor que la proporción en que aumenta el tamaño del lote.

Respecto a las **condiciones de selección o levantamiento**, las unidades deben ser homogéneas de un tipo único, grado, clase, tamaño, composición, fabricadas bajo las mismas condiciones esenciales y al mismo tiempo.

Las tablas de muestreo indican también cómo hay que seleccionar la muestra, es decir, las condiciones de selección.

b. La inspección.

La inspección consiste en que una o varias unidades de producto son seleccionadas al azar entre las que salen del proceso de producción y son examinadas en una o varias de sus características respecto a las especificaciones exigidas.

El objeto de la inspección es determinar el número de defectos y el tipo de defectos observados.

Hay dos métodos de inspección para evaluar características de calidad que son:

– **Inspección por atributos.**

Es aquella en la cual bien la unidad de producto o bien sus características, son clasificadas simplemente como **defectivas o no defectivas**, o se toma en cuenta el número de defectos de la unidad de producto con relación a un requisito específico.

Un **defectivo** es una unidad de producto que tiene uno o más defectos. En la inspección de atributos, las unidades de productos se consideran sobre la base de "pasa o no pasa", "defectivo o no defectivo", "dentro o fuera de tolerancia", "correcto o incorrecto", "completo o incompleto".

La clasificación de los defectos de acuerdo a un orden de importancia o gravedad es:

- **Crítico**, es aquel que afecta a una característica crítica de la pieza o material, de tal manera que probablemente la pieza o el material no pueda satisfacer las necesidades para las que fue diseñado.
- **Mayor**, es el que, a diferencia del crítico, probablemente acabe en fallo, o reduzca materialmente la capacidad de uso de la unidad de producto para un propósito determinado.
- **Menor**, es una desviación de los estándares establecidos que no tiene gran incidencia en el uso efectivo de la unidad de producto.

– **Inspección por variables.**

Es aquella en que ciertas características de calidad de la unidad de producto se evalúan con respecto a una escala numérica continua, y se expresan como puntos concretos a lo largo de esa escala. La inspección de variables registra el grado de conformidad o no-conformidad de la unidad a los requisitos específicos, para las características de calidad indicadas.

c. Los índices de calidad del muestreo

Los índices de calidad, expresados generalmente en porcentaje de unidades defectuosas, expresan los niveles de calidad, objetivo a conseguir en la inspección (grado de conformidad con los requisitos establecidos) y tienen influencia en la determinación de la severidad de los criterios de aceptación o rechazo.

Cada uno de los índices utilizados sirve para un propósito diferente, siendo los más comunes:

– **El AQL ("Average Quality Limit" o Nivel de calidad aceptable).**

Es el porcentaje máximo de unidades defectuosas en un lote que, a efectos del muestreo, se puede considerar asumible como media del proceso, por lo que debe tener una probabilidad de aceptación alta.

En un plan de muestreo el riesgo del fabricante debe ser bajo de forma que la probabilidad de rechazar un lote, con un nivel de calidad mejor que el AQL sea también baja.

– **El LTPD ("Lot Tolerance Percent Defective" o Porcentaje de Unidades Defectuosas Toleradas).**

Es el porcentaje de unidades defectuosas toleradas en un lote que a efectos de muestreo se considera insatisfactorio, por lo que debe tener una probabilidad de aceptación baja.

El AQL y el LTPD están asociados a los planes de muestreo orientados a la protección de la calidad de los lotes objeto de la inspección. Es decir, están asociados al muestreo de series continuas de lotes para proporcionar un nivel alto de seguridad de que los lotes con nivel de calidad medio, igual o mejor que el AQL, van a ser aceptados.

d. La disposición del lote.

La disposición del lote es el conjunto de reglas especificadas en los planes de muestreo que establecen la decisión que se debe adoptar con los lotes una vez terminada la inspección de las muestras.

Las tablas determinan el **número de aceptación (Ac)** como el máximo de piezas defectuosas que se pueden tolerar para aceptar un lote y el **número de rechazo (Re)** como el mínimo de piezas defectuosas que pueden aparecer en una muestra para rechazar el lote inspeccionado. Por regla general el número de rechazo es igual al número de aceptación más uno.

e. La protección del plan de muestreo.

Se entiende como tal, el riesgo asociado a la actividad de inspección y que consiste en aceptar lotes malos y rechazar lotes buenos.

En las tablas de muestreo cada plan lleva asociados unos valores determinados para cada tipo de riesgo, que deben ser tenidos en cuenta a la hora de elegir un plan determinado.

Dependiendo de las características del lote y el objetivo a conseguir con el plan de muestreo se eligen los valores adecuados para los **riesgos del muestreo** que son:

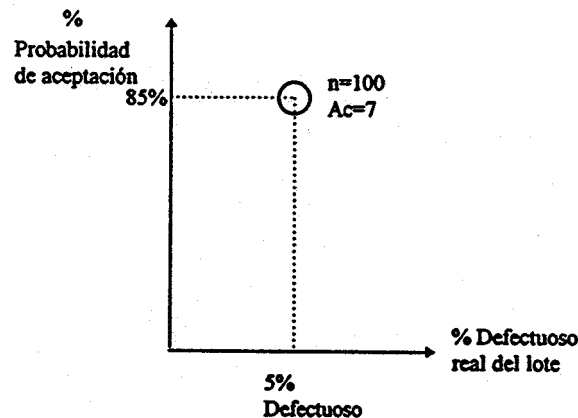
- **El riesgo α o el riesgo de rechazar un lote bueno.** También se llama “riesgo del fabricante”, ya que el principal afectado por el hecho de que un plan de muestreo, de acuerdo con los resultados observados en la muestra, rechace un lote cuya calidad es buena, es el fabricante del lote.

En términos probabilísticos, el riesgo α es la probabilidad de que, mediante un plan de muestreo determinado, no se acepte un lote con un nivel de calidad aceptable.

- **El riesgo β o el riesgo de aceptar un lote malo.** También se llama “riesgo del comprador”, ya que el principal afectado por el hecho de que un plan de muestreo, de acuerdo con los resultados observados en la muestra, acepte un lote cuya calidad es mala, es el comprador.

En términos probabilísticos el riesgo β es la probabilidad de que, mediante un plan de muestreo determinado, se acepte un lote con un nivel de calidad no aceptable.

La probabilidad de aceptación nos indica que, como término medio, de cada 100 veces que un lote se presente a inspección se aceptará P_a veces. Se puede representar gráficamente como sigue:



La probabilidad de aceptación tiene como máximo el 100%, que es el caso en que se aceptará siempre el lote. La probabilidad de aceptación, para un mismo plan de muestreo, varía, dependiendo del 1% de defectuosos, dando como resultado las curvas características.

9.7.3.2. Curvas características.

Para comprender y utilizar correctamente los planes de aceptación por muestreo es preciso conocer varios términos y símbolos, siendo la herramienta estadística más importante su curva característica.

La **curva característica** de un plan de muestreo nos indica la probabilidad de aceptar un lote en función del porcentaje defectuoso que realmente tiene el lote que se somete a inspección.

Cuando el lote se somete a inspección desconocemos el porcentaje de defectuosos que tiene el mismo, la curva característica nos indica la probabilidad que tenemos de aceptarlo suponiendo que tuviera un determinado porcentaje de defectuosos.

a. Construcción de la curva característica.

Cada plan tiene su curva particular y por tanto familiarizarse con los distintos tipos de curva es un requisito indispensable para calcular la protección que el plan proporciona.

Para representar la curva característica se determina, para cada porcentaje de unidades defectuosas teóricas en el lote, la probabilidad que al realizar un muestreo de n unidades aparezca un número de unidades defectuosas x igual o menor que el número de aceptación.

La curva característica comienza con una probabilidad de aceptación del 100% para un defectuoso nulo, que va disminuyendo a medida que crece el porcentaje defectuoso.

La probabilidad de aceptación se determina utilizando tres tipos de distribución de probabilidades: la hipergeométrica, la binomial y la de Poisson, siendo ésta última, por su facilidad de cálculo la más recomendable de utilizar, si se cumplen las hipótesis básicas:

- La proporción p es menor o igual a 0,1.
- El tamaño de la muestra n es mayor o igual a 30.

- El tamaño del lote es al menos 10 veces el tamaño de la muestra.

La **función de probabilidad** de encontrar x unidades defectuosas en una muestra de tamaño n y con una proporción de unidades defectuosas en el lote de p , en estas condiciones es:

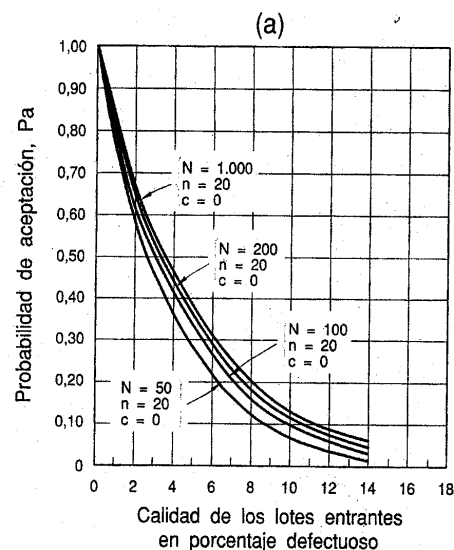
$$p\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{(np)^x e^{-np}}{x!}$$

Para mayor facilidad, la probabilidad de x o menos ocurrencias, en un suceso cuyo número de ocurrencias medio es np , se puede determinar directamente de las tablas de distribución de Poisson.

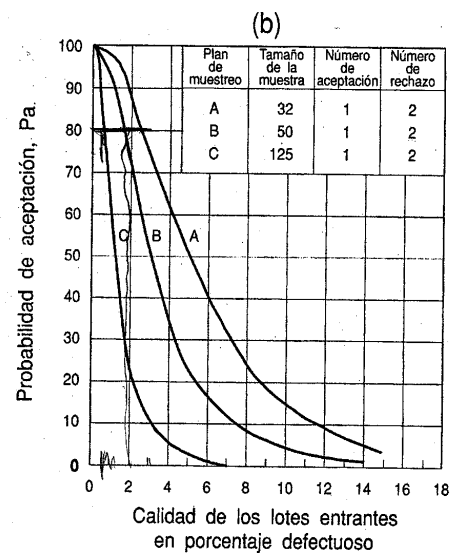
b. Forma de las curvas características.

Las figuras mostradas a continuación muestran el efecto de los diferentes parámetros del plan de muestreo en la forma de la curva característica:

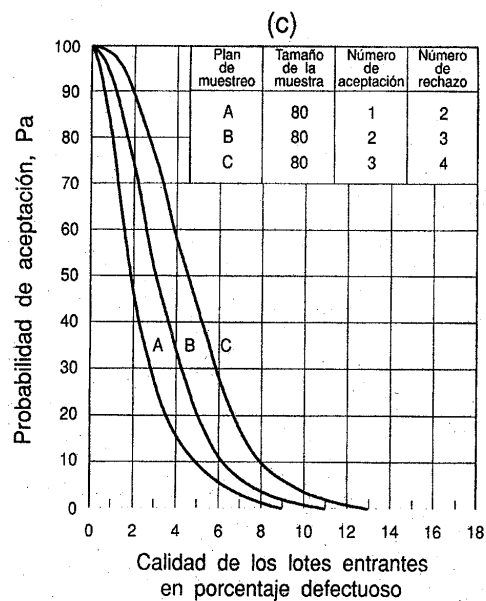
- Si el número de aceptación (c) es 0, la curva es exponencial (gráfica a). En esta figura podemos observar además la escasa variación en cuanto a protección suministrada por el plan para diferentes tamaños de lotes, por ello en muchas aplicaciones las curvas se determinan en función de n y c .



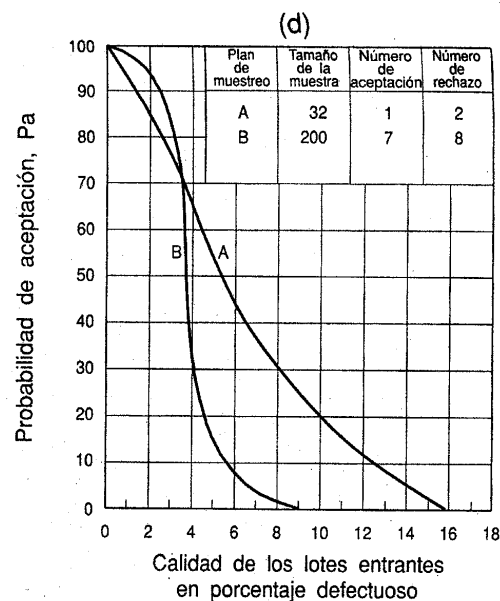
- Si aumenta el tamaño de la muestra (n), aumenta la pendiente de la curva (gráfico b). En la figura se observa que, fijados un AQL y α , a medida que el tamaño de la muestra decrece la protección contra la mala calidad de los lotes también lo hace y además de forma significativa.



- Si aumenta el número de aceptación (c), la curva se desplaza a la derecha (gráfico c). El efecto de cambiar la cifra de aceptación c manteniendo constante el tamaño de la muestra hace que a medida que c crece, la probabilidad de aceptar un lote, para un determinado porcentaje defectuoso crezca.



- Si el tamaño de la muestra se acerca al tamaño del lote, la curva se acerca a la curva característica perfecta (gráfico d).



La curva característica de un plan de muestreo lo identifica inequívocamente y ello es de gran ayuda en la elección de un plan de muestreo adecuado a los riesgos α y β que se desean asumir.

c. Análisis de las curvas características.

1. Dado que el plan de muestreo (n, c) referido a un tamaño de lote N , existe una sola curva característica que relaciona el % defectuoso de un lote con la probabilidad de aceptarlo al aplicar dicho plan de muestreo.
2. Dado un plan de muestreo (n, c) la curva característica puede considerarse la misma aunque el tamaño de lote varíe ligeramente.
3. El máximo valor de la probabilidad de aceptación P_a es 100 y corresponde a los lotes que tienen un % de defectuosos igual a 0 o próximos.
4. El mínimo valor de la probabilidad de aceptación P_a es 0 y se corresponde con % defectuosos grandes.
5. Cuanto mayor sea el % de defectuoso, menor será la posibilidad de aceptación P_a .
6. Una vez establecido un plan de muestreo y, por lo tanto, la curva característica, podemos conocer la probabilidad de aceptar un lote que tuviera un determinado % defectuoso.
7. La probabilidad de rechazo, nos indica el número de veces que, como término medio, rechazaremos un lote, con un determinado % defectuoso por cada 100 veces que se presente a inspección. La probabilidad de rechazo es complementaria al 100 de la probabilidad de aceptación.

d. Elección de la curva característica.

La elección del plan de muestreo debe hacerse de forma tal que se compaginen las necesidades del cliente y las posibilidades del proveedor.

e. Valores más representativos de la curva característica.

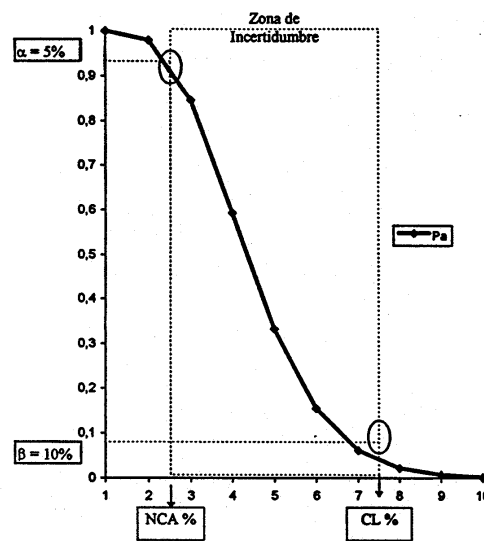
- **Nivel de Calidad Aceptable (AQL o NCA):** Es el máximo % defectuoso que admite el cliente como promedio de los % defectuosos de los lotes que se reciban de un proveedor.
- **Riesgo del proveedor (α):** es el riesgo de que el cliente rechace un lote que tuviera un % defectuoso igual al NCA.
- **Calidad límite (QL o CL):** Es el máximo % defectuoso que puede admitirse en un lote aislado. El cliente debe protegerse contra lotes aislados que tengan un % defectuoso excesivo, por las razones siguientes:
 - Se tendrán trastornos en las líneas de montaje.
 - Se producirán desperdicios o reparaciones, no deseadas.
 - La mezcla con otros lotes correctos dará lugar a una calidad media deficiente.
 - Costes de revisión al 100% y costes adicionales de inspección.
 - Riesgo de sacar producto defectuoso al mercado.

Por estos motivos deberá fijarse una Calidad Límite tal que difícilmente puedan aceptarse lotes con esta calidad.

- **Riesgo del cliente β :** Es la probabilidad o riesgo de que el cliente acepte un lote que tenga un % defectuoso igual a la Calidad Límite.
- **Zona de Incertidumbre:** Es la zona en la que a veces se aceptará y otras se rechazará el lote en función del % defectuoso. La amplitud de esa zona mide la potencia del plan de muestreo. A una zona amplia le corresponden muestras pequeñas y por tanto controles baratos, pero el nivel de riesgo es alto. A una zona estrecha corresponden muestras grandes, mayor coste y riesgos bajos. Lo ideal sería reducir al máximo esta zona.

Existirá un solo plan de pruebas y por tanto una única curva una vez fijados los requisitos:

- NCA (nivel de calidad límite).
- α (riesgo del fabricante).
- CL (calidad límite).
- β (riesgo del consumidor).

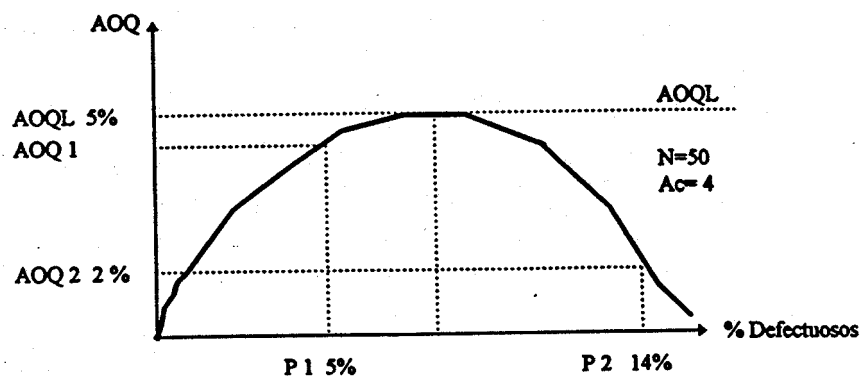


f. Seguimiento evolutivo de la calidad obtenida.

La Calidad Media de Salida (AOQ) y el límite de Calidad Media de Salida (AOQL) están asociados a los planes de muestreo asociados a la protección de la calidad media de las unidades procedentes de varios lotes inspeccionados.

Es decir, están asociados a proporcionar la seguridad de que la calidad media de todos los lotes no será peor que el AOQL, asumiendo que los lotes rechazados han sido inspeccionados al 100% y han sido sustituidas las unidades defectuosas por otras sin defecto.

A cada plan de muestreo le corresponde un valor determinado de AOQL. Podemos decir que el valor del AOQL es el máximo % defectuoso que existirá en nuestros almacenes después de haber sido inspeccionados los lotes a su recepción, separadas las unidades defectuosas de los lotes que se inspeccionan al 100% y repuestas por unidades correctas.



9.7.3.3. Tipos de muestreo.

- **Muestreo simple:** La aceptación o rechazo, de un lote, se basa en los resultados de un solo muestreo. Se emplea en:
 - Procesos que físicamente no permiten una posterior toma de muestra en caso de ser necesario.
 - Cuando los lotes tienen porcentajes de defectuosos próximos al AQL.

- Los costes de inspección son óptimos.

- **Muestreo doble:** Bajo ciertas circunstancias se toma una segunda muestra antes de decidir la aceptación del lote.

Es el muestreo más ampliamente usado, siendo las razones principales para ello:

- El tamaño requerido de la primera muestra es menor que la del muestreo simple, por tanto si el porcentaje de defectos es muy bajo o es muy alto nos evitaremos realizar el segundo muestreo.
- El coste y complejidad de utilización son menores que en el muestreo múltiple.

- **Muestreo múltiple:** La aceptación o rechazo, de un lote, se basa en los resultados de varias muestras tomadas del mismo lote. Se aplica en las ocasiones siguientes:

- Si los costes administrativos se pueden reducir mediante sistemas informáticos, el muestreo múltiple puede proporcionar costes de inspección más bajos que los anteriores.
- Si son aplicables los sistemas informáticos se simplifica la administración del muestreo.

La decisión de utilizar uno de los tres tipos de muestreo existentes debe ser tomada en función de las condiciones específicas de la aplicación.

9.7.3.4. Niveles de inspección.

El nivel de inspección es una característica de un plan de muestreo, elegida a priori, que relaciona el tamaño de la muestra con el tamaño del lote.

Los niveles de inspección reflejados en la mayoría de los planes de muestreo son: riguroso, normal y reducido.

Los planes de muestreo permiten variar el nivel de inspección dependiendo de los niveles de homogeneidad del lote. Así, al comenzar la inspección de un producto del cual no se tiene un histórico se aplica el nivel normal de inspección. Si al cabo de una serie de inspecciones se observa que los resultados son mejores que la calidad especificada, se puede reducir el nivel de inspección.

Los planes de muestreo reducidos no se ajustan a las curvas características de los muestreos normales correspondientes. Su uso se justifica en criterios pragmáticos y de coste y en que se asume que sistemáticamente se está por debajo de los niveles de unidades defectuosas toleradas. En el momento que se detecta un empeoramiento de la calidad hay que regresar a la aplicación del nivel normal. El tamaño de muestra es del orden del 40% del nivel normal.

Si por el contrario el nivel de calidad de los lotes a inspeccionar es inferior que el especificado se debe elegir un nivel riguroso. Este es similar al normal, pero se reduce el número de unidades defectuosas aceptables para cada tamaño de muestra.

9.7.3.5. Tipos de planes de muestreo.

La forma de planear un plan de muestreo es muy diferente según que las características a estudiar sean atributos, donde la evaluación se hace en términos de "aceptable o no aceptable", o variables, donde el producto se evalúa según una tabla de medida.

Por ello los planes de muestreo se dividen en dos tipos básicos:

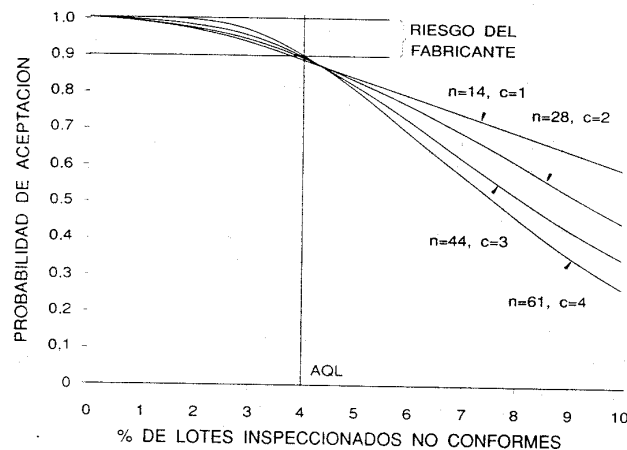
- a. Planes por variables:** En cada unidad la muestra se mide la característica observada. A continuación se calculan las variables estadísticas muestrales especificadas y se compara con el valor permitido definido en el plan, tomando la decisión de aceptar o rechazar el lote.
- b. Planes por atributos:** Cada unidad de la muestra se clasifica como buena o mala. A continuación se compara el número de unidades malas con el número de aceptación y se toma la decisión de aceptar o rechazar el lote.

La tabla que figura a continuación resume las características más importantes de forma comparativa:

Concepto	Atributos	Variables
Tipo de inspección	Cada unidad se clasifica como defectuosa o aceptable	Se miden magnitudes
Tamaño de muestra	Mayor que en muestreo por variables	Reducido
Hipótesis sobre la distribución	Binominal Poisson	Se supone distribución normal
Número de características	Cualquiera	Un plan de muestreo para cada característica a valorar
Tipo de información	Número de unidades defectuosas	Información sobre la media y la variabilidad

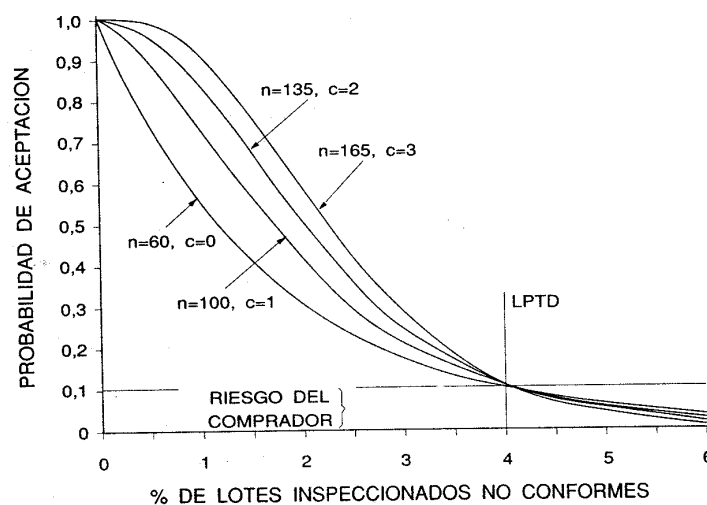
Otra forma de clasificar los planes de muestreo es en función del parámetro que tratan de asegurar como objetivo:

- a. Los Planes de AQL (Nivel de Calidad Aceptable):** El objetivo de los planes de muestreo basados en AQL es proporcionar una gran seguridad de que los lotes van a ser aceptados, con un porcentaje de unidades defectuosas menor que el AQL especificado. Se pretende que el riesgo del fabricante sea bajo, sin considerar el riesgo del comprador.

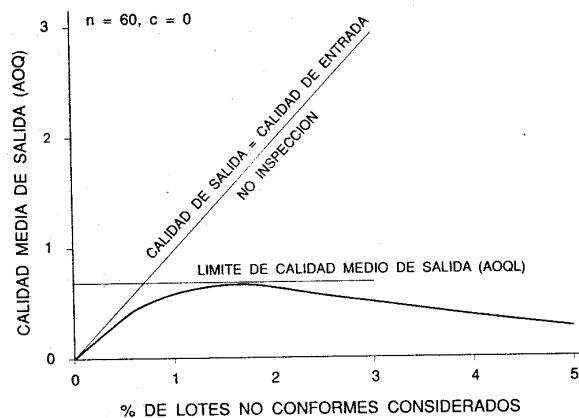


b. Los Planes de LPTD (Porcentaje de Unidades Defectuosas Toleradas): El objetivo de los planes de muestreo basados en el LTPD es proporcionar una gran seguridad de que se van a rechazar los lotes, cuyo porcentaje de unidades defectuosas es mayor que el LTPD especificado. Se pretende mantener un riesgo bajo de comprador sin considerar el riesgo del fabricante.

Las curvas características de estos planes proporcionan el mismo riesgo β para cada AQL.



c. Los Planes de AOQL (Límite de Calidad Media de Salida): El objetivo que persiguen estos planes es el de asegurar a los fabricantes que la calidad media de salida de los lotes (una vez inspeccionados los rechazados), no va a ser inferior a la especificada por el AOQL.



9.7.3.5.1. Planes de muestreo por variables.

Los planes de muestreo por variables se utilizan para tomar decisiones sobre un lote de material en el que las especificaciones se expresan en forma de mediciones continuas.

Cada unidad de la muestra es medida y su valor registrado. Se calcula un índice con estos valores, se compara con el valor de referencia y se toma la decisión de aceptar o rechazar el lote.

El tamaño de muestra es más pequeño que para los planes por atributos y además permiten cuantificar determinados aspectos y tomar decisiones adicionales a las de aceptación o rechazo.

Así los planes de muestreo por variables se utilizan para controlar:

- El número de unidades defectuosas.
- Los parámetros de proceso.

Dentro de este tipo de planes podemos destacar el siguiente:

- **Military Standard MIL-STD-414.**

Es un plan de muestreo basado en AQL. Se asume que las distribuciones de las mediciones individuales siguen la distribución normal.

Los criterios de aceptación se basan en la variabilidad y en la localización de la distribución de las medidas individuales con relación a los límites especificados, que son la desviación típica y la media.

Para la medida de la variabilidad pueden emplearse tres métodos:

- El método σ (cuando se conoce la desviación típica del proceso).
- El método S.

- El método R.

Las tablas MIL-STD-414 se clasifican en función de la medida de la variabilidad utilizada (σ , S o R), el tipo de especificación (límite sencillo o doble) y la forma (1 ó 2).

Para elegir un plan determinado, entre los contenidos en las tablas, se deben seguir los pasos siguientes:

1. Definir:

- El tamaño de lote.
 - El nivel de calidad aceptable (AQL)
 - El método a utilizar (σ , S o R).
 - El nivel de inspección: normal, reducido o riguroso.
 - La forma (1 ó 2).
2. A partir del tamaño de lote y el nivel de inspección buscar en las tablas el nivel de inspección (la letra de código de la tabla). Los niveles de calidad III, IV y V corresponden a inspección reducida, normal y rigurosa. Los niveles I y II son especiales y requieren un tamaño de muestra menor.
3. A partir de la letra de código, el AQL, y el tipo de muestreo buscar de las tablas de muestreo el tamaño de la muestra y la constante de aceptación K o M.
4. Tomar una muestra aleatoria de tamaño n, medir la característica a inspeccionar para cada unidad de la muestra y calcular el parámetro estadístico requerido.
5. Comparar el parámetro estadístico calculado con el de referencia y tomar la decisión de aceptar o rechazar.

9.7.3.5.2. Planes de muestreo por atributos.

- **Military Standard MIL-105-D.**

Estos planes están basados en el AQL, con una probabilidad de aceptación de lotes con un nivel de calidad igual o mayor que el AQL, de entre 88 y el 99%. Se aplican a la inspección de productos terminados, productos almacenados, semielaborados, componentes y materias primas, etc. Están preparados para su uso en series continuas de lotes. Para lotes aislados se tomará la precaución de consultar las curvas características.

Para elegir un plan determinado entre los diferentes contenidos en las tablas, hay que seguir los pasos siguientes:

1. Definir:

- El tamaño de lote.
- El nivel de calidad aceptable: 0,010; 0,015; 0,025; ...
- El tipo de muestreo: simple, doble o múltiple.
- El nivel de inspección: normal, reducido, riguroso, S1, S2, S3 ó S4.

2. Mediante el tamaño de lote y el nivel de inspección obtener la letra de código de las tablas.
3. Mediante la letra de código, el AQL y el tipo de muestreo, obtener el plan de muestreo de las tablas de muestreo disponibles: muestreo sencillo, doble o múltiple cada uno con niveles de inspección normal, reducido y riguroso.

El plan de muestreo elegido indica el tamaño de la muestra y los números de aceptación y de rechazo.

- **Tablas de Dodge Romig.**

Las tablas incluyen planes de muestreo simples y dobles y cada uno de ellos permite protección mediante el AOQL y el LTPD. Son por tanto, un conjunto de cuatro tablas diferentes.

En estas tablas se supone que todos los lotes rechazados son inspeccionados al 100% y llevan implícito el coste mínimo de muestreo para cada grado de protección deseado.

De hecho, las tablas requieren la determinación del porcentaje de unidades defectuosas en el lote antes de elegir el plan de muestreo más adecuado, de forma que permiten elegir planes que minimizan la inspección con relación a un nivel de calidad dado.

Las tablas AOQL se clasifican según el límite de calidad media de salida y disponen de valores comprendidos entre 0,1 y 10%. El énfasis está en la calidad de la media de salida a largo plazo, por lo que no se garantiza que no se puedan aceptar lotes individuales de mala calidad.

Las tablas LTPD se clasifican según el porcentaje defectuoso del lote y disponen de valores comprendidos entre el 0,5 y el 10% para el LTPD con un riesgo constante para el comprador β del 0,10. El énfasis está en garantizar que los lotes con una calidad peor que LTPD establecido se van a aceptar en raras ocasiones.

- **Planes secuenciales.**

En estos planes de muestreo al inspeccionar cada unidad de la muestra se debe tomar la decisión de aceptar el lote, rechazarlo o inspeccionar otra unidad.

Requieren la toma de decisiones sobre unidades individuales, lo que los diferencia de los planes de muestreo que requieren muestreos de múltiples unidades.

Las características que tienen son:

- Los resultados se analizan con mayor frecuencia.
- Tienen una banda de indecisión entre la zona de aceptación y la de rechazo.

El muestreo debe proseguirse hasta que los resultados de la muestrabilidad utilizada (s, S o R), impliquen el rechazo del lote al salir de la zona de indecisión e introducirse en la zona de aceptación o rechazo.

El límite de este plan está en 160 unidades, donde hay que tomar una decisión definitiva.

Muestreo acumulado	Nº aceptación acumulado	Nº rechazo acumulado
40	0	4
60	1	5
80	2	6
100	2	6
120	3	7
160	7	8

- **Planes de muestreo en continuo.**

Están diseñados para la inspección de procesos que proporcionan una producción en continuo en lugar de por lotes. Están tabulados según el AQL o el AOQL.

Implican que la decisión de aceptar o rechazar se tome sobre cada unidad inspeccionada, y utilizan periodos alternativos de inspección 100% y muestreo, dependiendo de la calidad observada en el producto.

Los requisitos de aplicación de estos planes son:

- Realizar la inspección sobre el producto móvil.
- Ser de fácil realización la inspección 100%.
- Inspeccionar características poco complejas.
- Tener un producto homogéneo.

Existen varios tipos de muestreo en continuo: CSP-1, CSP-2, CSP-3, CSP-A, CSP-M, CSP-T, CSP-F, CSP-V, CSP-R.

La sistemática de control consiste en iniciar la inspección 100% de las unidades producidas de forma consecutiva y continuarla hasta que se contabilicen "i" unidades sucesivas aceptables. En este punto se interrumpe la inspección y se sustituye por un muestreo donde se inspecciona una fracción de producto "f". El muestreo continúa hasta que se encuentra una unidad defectuosa en la muestra en cuyo caso se vuelve a la inspección 100% y se repite el ciclo. Los valores de "i" y de "f" se encuentran tabulados.

- **Planes de muestreo en cadena.**

Estos planes tienen la característica de que la aceptación o rechazo de un lote no sólo está relacionada con el resultado del muestreo de dicho lote, sino también con los resultados de los lotes precedentes.

Los requisitos para la aplicación de un plan efectivo de muestreo en cadena, son:

- Inspeccionar los lotes en el orden que se producen.
- La fracción de unidades defectuosas debe seguir la distribución binomial.
- El tamaño de muestra es fijo para cada lote.
- La calidad de los lotes se debe suponer homogénea.

El inconveniente de estos planes es la dificultad de detectar cambios pequeños en la homogeneidad del lote. Pero son capaces de detectar variaciones importantes con tamaños de muestra pequeños y frecuencia alta.

10. Ejemplo: El caso de la pequeña y mediana empresa.

- 10.1. La gestión de la producción en la PYME.
- 10.2. Preparación del trabajo.
- 10.3. Planificación, programación y control.
- 10.4. Control de existencias.
- 10.5. Los medios de organización de la PYME.

10.1. La gestión de la producción en la PYME.

En una gran parte de las pequeñas y medianas empresas, al empresario le preocupan fundamentalmente los problemas financieros y comerciales, el mercado, la competencia, la política de créditos, etc. El tiempo del empresario está dedicado principalmente a estos aspectos: los clientes, representantes, directores de bancos, etc.

Si bien es cierto que sin un mercado y una financiación no tiene objeto la producción, y que las ventas preceden cronológicamente a la producción, también es cierto que **si la producción funciona bien, simplifica en gran medida el resto de los problemas**, por lo tanto será necesario prestar una atención especial a la misma. Cuando los costes de producción son normales o bajos, los márgenes de beneficio son mayores, facilitando las ventas y reduciendo las necesidades financieras. Los pedidos servidos en plazo y con la calidad adecuada mejoran y facilitan la imagen comercial.

Organizar la producción significa economía, calidad y plazo, por lo que la pequeña y mediana empresa debe atender a este problema tanto más que la gran empresa, ya que, en realidad, los problemas existentes son los mismos, debiéndose afrontar estos problemas con los mismos medios, adaptados, en cada caso, a la naturaleza, características y dimensión de la empresa.

El empresario medio y pequeño, en general, considera que todos los sistemas y técnicas de organización, planificación, estadística, etc., pueden ser buenos, que muchas grandes empresas los aplican con buenos resultados, pero en estas empresas hay ingenieros, técnicos, especialistas, con dedicación a estos trabajos, mientras que la pequeña empresa no puede disponer de estos medios. En muchas empresas pequeñas el empresario es un hombre solo, que no puede dominar todas las técnicas ni hacer todas las cosas.

Otras veces se piensa que en una empresa pequeña la producción puede organizarse de forma intuitiva y en base únicamente a la experiencia anterior, y la programación y control pueden realizarse prácticamente de memoria y mediante instrucciones verbales, por lo que los sistemas de organización de la producción son superfluos. Este criterio es totalmente erróneo, y si actuando de esta manera se ha alcanzado cierto éxito inicial, a partir de un determinado nivel en su desarrollo, los problemas serán cada vez mayores, hasta llegar a la imposibilidad de su continuidad.

Otro caso es que los sistemas a aplicar han de ser mucho más sencillos que en las grandes empresas. Debido a la mayor simplicidad de los sistemas a implantar en la pequeña y mediana empresa, y a la mayor elasticidad que éstos presentan para cambiar y modificar, **existen más posibilidades de conseguir la implantación de los sistemas más idóneos**, ya que en estas empresas las respuestas a las acciones emprendidas se producen antes y de forma más evidente, por lo que si la implantación de un sistema resulta ineficaz, excesiva o precaria, se puede fácilmente rectificar, y así sucesivamente hasta lograr el más adecuado.

El empresario de una pequeña o mediana empresa no tiene por qué saber de todas las

técnicas ni tiene que hacer todas las cosas, pero sí tiene la necesidad, y es suficiente, de saber qué cosas hay que hacer en la empresa.

10.2. Preparación del trabajo.

Esta función existe siempre, aunque sea inconscientemente, ya que si no el trabajo no se realiza. Si no se realiza en forma sistematizada por un técnico en la materia, la realizará el jefe de fabricación, el encargado o, en muchos casos, el mismo operario, que en el momento de iniciar un trabajo lo realiza según su experiencia, más o menos conscientemente, de otros trabajos anteriores análogos.

La mayor parte de los trabajos se pueden hacer por distintos métodos; uno de ellos es el mejor y más económico según los medios de que se dispone.

Es muy difícil, por lo tanto, que los encargados y operarios que improvisan el método en el momento de realizar el trabajo, por muy especialistas que sean en sus correspondientes profesiones, si no disponen de unos conocimientos mínimos de «métodos», acierten con el procedimiento mejor y más económico.

Será necesario que los **mandos intermedios** adquieran la preparación suficiente en **métodos y tiempos** con el fin de que apliquen estas técnicas en la forma más racional y sencilla que el caso requiera, pero sobre todo que adquieran conciencia de su importancia y de su economía en tiempos y costes.

10.3. Planificación, programación y control.

Cuando esta función no se realiza en forma metódica, los costes y plazos de fabricación aumentan en forma muy importante, aunque en apariencia no se note, y, menos aún, se cifren.

La forma característica de realizar esta función en numerosas empresas pequeñas es a través de los **mandos intermedios**. El encargado al recibir el pedido estima la duración del trabajo y determina la fecha aproximada en que deberá comenzarse, con el fin de cumplir el plazo de entrega.

Mientras tanto, pedidos muy urgentes, o por presiones de la dirección, del comercial o de los clientes, determinados pedidos pasan a fabricación inmediata.

Cuando llega el momento de iniciar la fabricación del pedido programado pueden encontrarse con que no hay máquina u operarios disponibles, o no están dispuestos los materiales o útiles. Es necesario improvisar las soluciones, si es urgente, retirar otros trabajos que quedan retrasados, hacer horas extraordinarias, etc.

Por lo tanto, es imprescindible, sea cual fuere el tamaño de la empresa, una **planificación general**, cuya complejidad o sencillez dependerá del tamaño de la misma, **indicando con la suficiente aproximación el nivel de ocupación de cada una de las secciones, así como el orden de prioridad de las órdenes de trabajo y las cargas que representan estas órdenes para cada sección, para conocer la acumulación de cargas y los tiempos previstos por los distintos pedidos.**

Del ajuste entre capacidades disponibles en cada sección y las cargas de trabajo acumulado previsto se deducirán los **plazos de entrega**, para conocer en todo momento las posibilidades de cumplimentación de los plazos.

Los encargados o mandos intermedios vigilarán el cumplimiento de la programación, comprobando la marcha de los trabajos, corrigiendo las desviaciones para reajustar la programación y consultando con sus superiores las medidas a adoptar cuando ésta no pueda cumplirse.

10.4. Control de existencias.

Una adecuada gestión de existencias de materiales es de la mayor importancia para evitar demoras, tiempos improductivos y mayores costes, al no estar dispuestos los materiales en el momento de iniciar el trabajo, lo que trae como consecuencia máquinas y operarios parados, compras urgentes, etc.

Por otra parte, los stocks excesivos representan un inmovilizado de fondos, particularmente grave para las empresas pequeñas y medianas.

La función de aprovisionamiento (en su amplio sentido, es decir, el anteriormente indicado que englobaba las compras en sus distintas fases, elección del proveedor, gestión y conclusión del contrato, recepción de los pedidos, etc., con las funciones de gestión de stocks y almacenamiento), debe realizarse en la pequeña y mediana empresa siguiendo los mismos principios, técnicas y operativa de funcionamiento que en la gran empresa, siendo absolutamente necesario establecer, de la forma más racional y sencilla:

- El circuito de la gestión de compras.
- Índices de rotación de existencias.
- Determinación de mínimos de reposición y puntos de pedido.
- Valoración de las existencias.
- Clasificación de las existencias.
- Control de stocks.
- Documentación necesaria: fichas de existencias, albaranes, entradas y salidas, etc.

Existen numerosas técnicas matemáticas para la determinación de los puntos de decisión en la gestión de stocks y compras: el lote económico de compra, el lote económico de fabricación, stock de alarma, mínimo, etc., existiendo en los últimos años una extensa literatura sobre estos temas.

Para la pequeña y mediana empresa resulta difícil adoptar estos conceptos en sistemas de trabajo que puedan ponerse en práctica, por requerir personal especializado en el tratamiento de estas materias. En estos casos la intuición y la experiencia pueden sustituir a la rigurosidad técnica y matemática.

Será necesario establecer los sistemas, documentos y controles mínimos necesarios, aun cuando los parámetros no estén establecidos en forma estadística y matemática. Siempre será mejor tener un stock mínimo y máximo aproximados que no tener ninguno.

10.5. Los medios de organización de la PYME.

Entendemos que en ningún caso puede decirse que una empresa, cualquiera que sea su tamaño, no dispone de medios para organizar y racionalizar su producción, ya que **no siempre es necesario disponer de especialistas altamente cualificados y de la implantación de sistemas complejos.**

La organización de la empresa debe evolucionar paralelamente al desarrollo de la misma. En numerosos casos el proceso de evolución de las pequeñas y medianas empresas consiste en el

paso de una empresa de un nivel que pudiera denominarse artesanal, a un nivel de empresa industrial. Esta evolución trae como consecuencia un esfuerzo de adaptación de todas las funciones, así como de la estructura de la empresa, a un desarrollo armónico con su volumen en cada una de sus fases de su crecimiento.

La **función de organización** de la producción debe desarrollarse siempre por una unidad, de la dimensión adecuada en cada caso, que se incrementará en tamaño y complejidad de los sistemas aplicados, en forma coherente al incremento del volumen y complejidad de la función de producción.

Esta función **puede realizarse incluso por una sola persona**, ya sea un técnico o un operario cualificado al que se le proporcionará la formación necesaria en sistemas de organización, mediante la asistencia a cursos adecuados, pudiéndose ocupar de las funciones referentes a:

- Métodos de trabajo.
- Programación y control.
- Vigilancia de stocks.
- Documentos de control de costes.
- Normas de mantenimiento preventivo.
- Normas sencillas de control de calidad.

Al mismo tiempo remitirá **informes periódicos sobre la situación de los trabajos, relevando al director** (en muchas empresas pequeñas y medias, el propietario) **de intervenir en los acontecimientos del proceso productivo, haciéndolo** solamente en los casos en que las decisiones a tomar excedan de las competencias de los subordinados.

El desarrollo de la empresa, el volumen y complejidad de la producción, la probada eficacia de estas funciones, harán necesario el incremento armónico de estas actividades con la ayuda de los medios necesarios para efectuar:

- Planificaciones y programaciones.
- Determinación de cargas necesarias.
- Previsiones de medios y de costes.
- Costes standard y costes reales.
- Control de rendimientos y programas, etc.

El coste de los medios para realizar estas funciones de organización y de control, si el sistema está establecido racionalmente y con la dimensión y proporción adecuadas, siempre será inferior a los gastos originados por una insuficiente organización del proceso productivo.

En la pequeña y mediana empresa no se podrán utilizar sistemas y métodos altamente elaborados y complejos, como pudieran estarlo en las empresas grandes; pero los sistemas están basados en los mismos principios, y siempre será preferible la aplicación de los principios fundamentales de organización de la producción, aunque sea de forma simplificada, que la ausencia de aplicación de estos principios.