

# **CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS Y PLANES DE MUESTREO**

**DIRECCIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Por:

- LUIS ARENCIBIA SÁNCHEZ

**Índice.**

**1. Control estadístico de procesos.**

- 1.1. Introducción.
- 1.2. Variación y sus causas.
- 1.3. Gráficos de control.
- 1.4. Capacidad de procesos.
- 1.5. Precontrol.
- 1.6. Ejemplos.

**2. Planes de muestreo.**

- 2.1. Elementos de los planes de muestreo.
- 2.2. Curvas características.
- 2.3. Tipos de muestreo.
- 2.4. Niveles de inspección.
- 2.5. Tipos de planes de muestreo.

## **1. Control estadístico de procesos.**

### **1.1. Introducción.**

### **1.2. Variación y sus causas.**

1.2.1. Proceso estable y proceso capaz.

### **1.3. Gráficos de control.**

1.3.1. Gráficos de control por variables.

Gráficos de variables  $\bar{X}$ , R.  
Gráficos de medidas individuales X.  
Gráficos  $\bar{x}$  / R con media móvil.  
Gráficos  $(\bar{x}, S)$ .  
Gráficos mediana y recorrido.  
Gráficos  $\bar{X}$  objetivo, R.

1.3.2. Gráficos de control por atributos.

Gráficos para unidades defectuosas.  
Gráficos para defectos.

### **1.4. Capacidad de procesos.**

1.4.1. Definiciones.  
1.4.2. Índices de capacidad.  
1.4.3. Conclusiones sobre los estudios de capacidad.  
1.4.4. Consideraciones sobre la dispersión de los procesos.

### **1.5. Precontrol.**

1.5.2. Potencia del sistema.  
1.5.1. Procedimiento de actuación.

### **1.6. Ejemplos.**

## **1. Control estadístico de procesos.**

### **1.1. Introducción.**

Es sabido que, en los procesos repetitivos, por muy bien regulados que se encuentren, no se obtienen productos iguales. Las diferencias, sean grandes (que se detectan fácilmente) o pequeñas (de más difícil detección), existen siempre.

Los sistemas de control basados en evitar la salida al mercado de productos defectuosos mediante verificación final del producto terminado antes de su venta, aunque logra que no lleguen al usuario dichos productos, no eliminan las diferencias a lo largo del proceso productivo. Esto da lugar a unos costes inherentes al proceso que, en un mercado tan competitivo como el actual, hace inevitables tales productos.

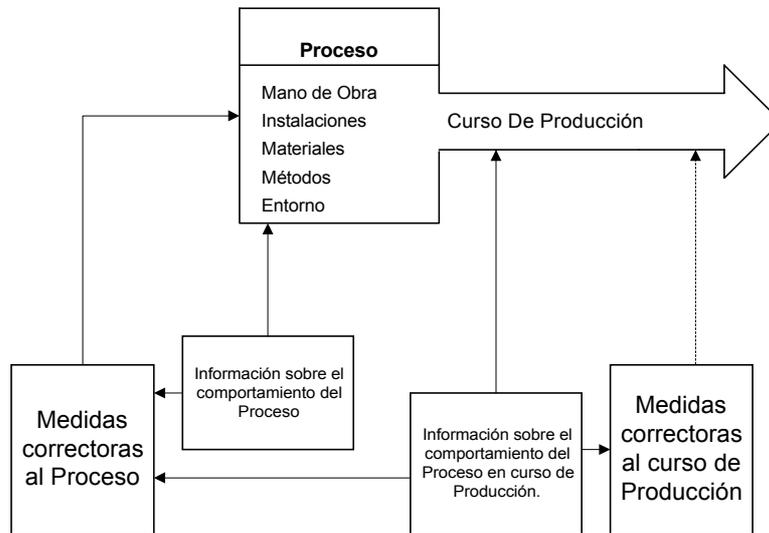
Es necesario, pues estudiar las causas que producen diferencias para poder actuar antes de que se produzcan. Ésta es la misión del **Control Estadístico de Procesos (CEP)**, detectar cualquier posible desajuste susceptible de originar una disminución del nivel de calidad exigido.

El Control Estadístico de Procesos (CEP, en inglés Statistical Process Control, SPC), es un instrumento de gestión que permite, mediante la comparación del funcionamiento del proceso con unos límites previamente establecidos estadísticamente, y la modificación de las condiciones del proceso, si es preciso, establecer y garantizar la consecución de las especificaciones deseadas. Permite conseguir, mantener y mejorar procesos estables y capaces.

Los elementos del CEP, son:

- a. El Proceso.** Es la combinación organizada de los elementos: mano de obra, instalaciones, materia prima, métodos de trabajo y entorno, para elaborar un objeto: producto o servicio.
- b. Información sobre el comportamiento del proceso.** Incluye el estudio de las variaciones de los parámetros mas significativos, que definen las condiciones de operación en el proceso.
- c. Información sobre el comportamiento del proceso en curso de producción.** Se obtiene a través de la medición y estudio de los parámetros más significativos y en tiempo real, en cada una de las operaciones de transformación o elaboración de los productos o servicios.
- d. Medidas correctoras al proceso.** Del análisis e interpretación de las informaciones, en caso de desajuste, surge la necesidad de adoptar medidas correctoras que modifiquen permanentemente el proceso. Son acciones de carácter preventivo de mejora del proceso. En general no son competencia del operario de la línea, sino responsabilidad de la Dirección.
- e. Medidas correctoras al curso de producción.** Cuando se observa que hay variación y el proceso entra en situación inestable, es necesario aportar decisiones de acciones correctoras inmediatas para eliminar las causas y restituir al proceso dentro de condiciones de variabilidad no asignable. Son competencia de los operarios de la línea.

En la siguiente figura se muestra la relación entre dichos componentes.



El CEP es un método sistemático para prevenir/predecir y minimizar las variaciones de los procesos y consiste en examinar su resultado final, controlando muestras de las unidades producidas tomadas a intervalos suficientemente breves, con objeto de asegurar la debida actuación sobre las causas que provocan el desajuste.

Los indicadores de desajuste de un proceso se obtienen a partir de la aplicación de conceptos estadísticos y gráficos, que permiten valorar los cambios en los valores medios y en la dispersión de los parámetros especificados como de consigna u objetivo.

Utilizadas adecuadamente, las técnicas de CEP nos proporcionarán las siguientes **ventajas:**

- Reducción de costes.
- Mejora de calidad y rendimiento.
- Reducción de la actividad de inspección innecesaria.
- Reducción de recuperaciones y chatarra.
- Puesta en evidencia de muchos problemas de diseño.
- Resolución sencilla de difíciles problemas relacionados con especificaciones y requerimientos.
- Aislamiento de las fuentes de variación de los procesos.

En la realidad existen dos aspectos distintos del CEP que por lo general suelen ser confundidos: el control de procesos y la capacidad de procesos.

## **1.2. Variación y sus causas.**

Se denomina **variación** a las diferencias que resultan del efecto combinado de las influencias, internas y externas, que afectan a los factores (mano de obra, instalaciones, materiales, métodos y entorno) que intervienen en un proceso. El concepto de variación es también aplicable a procesos administrativos, de fabricación o de servicios.

Por ejemplo, las diferencias en el tiempo de tramitación de un pedido variarán según las personas encargadas de realizarlo, los medios disponibles y los sistemas empleados en cada momento. Las diferencias entre piezas moldeadas pueden ser debidas a la máquina, al material, al operario, al entorno o al método seguido.

Las causas que provocan estas variaciones corresponden a dos tipos:

### **a. Causas comunes.**

Su naturaleza es de tipo aleatorio y son debidas a los numerosos motivos de variación fortuita, en general pequeños, que están presentes en cualquier proceso. Como resultado, el proceso tiene un comportamiento estable en el tiempo y las características de salida pueden predecirse.

Las causas comunes se caracterizan por:

- Constar de muchas causas de variación pequeña.
- Aparecer en muchos instantes del proceso.
- Ser estables.
- Ser previsibles.
- Permanecer en el proceso.

Ejemplos de causas comunes son: vibraciones en máquinas, pequeños cambios en la materia prima, holguras y desgaste de herramientas.

Si las causas comunes producen defectos, la solución es realizar cambios en el proceso, que disminuyan el efecto de las mismas. Estos cambios suelen ser competencia de los niveles superiores en la organización.

Nunca debe ajustarse puntualmente el proceso cuando la variación es producida por causas comunes. Así, si un operador trata de ajustar un proceso a partir de las causas comunes de variación, el resultado será un alejamiento cada vez mayor del valor nominal y una inestabilidad del mismo.

### **b. Causas especiales.**

Su naturaleza no es aleatoria. Las causas especiales consisten en unos pocos motivos individuales que aparecen esporádicamente en el proceso, por lo que son imprevisibles y, además, pueden dar lugar a variaciones importantes. Dan como resultado un proceso inestable sobre el que no se puede predecir la homogeneidad de las características de salida.

Las causas especiales de variación, se caracterizan por:

- Constar de una o pocas causas importantes.
- Aparecer esporádicamente en el proceso.
- Ser inestables.
- Ser imprevisibles.
- Poder reaparecer.

Ejemplos de causas especiales son: error del operario, ajuste incorrecto y materia prima defectuosa.

Las causas especiales de variación son detectadas mediante técnicas estadísticas y su eliminación, mediante acciones de tipo local, sobre el elemento que la genera, suele ser responsabilidad del operador o del supervisor.

En cualquier proceso en funcionamiento, su variabilidad es debida a la suma de los efectos de ambas causas, comunes y especiales. **El objetivo principal del estudio de un proceso es poder separar las causas comunes de las especiales, eliminando estas últimas y logra que la variabilidad sea debida sólo a causas comunes.** En estas condiciones diremos que "el proceso está en estado de control".

La variabilidad debida a estas causas (las comunes) es perfectamente cuantificable, bastando con observar el proceso durante un periodo de tiempo tal que garantice que todas las causas comunes han actuado. A partir de este momento su variabilidad es predecible, puesto que a lo largo del tiempo su variabilidad tendrá un máximo y un mínimo que coincidirá con lo observado en el periodo inicial.

Las diferencias entre las causas comunes y las especiales se resumen en la siguiente tabla:

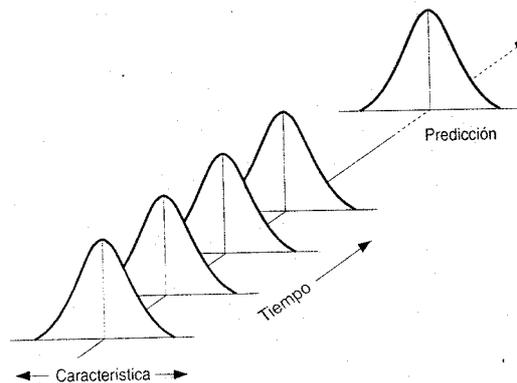
<b>CAUSAS COMUNES</b>	<b>CAUSAS ESPECIALES</b>
- Muchas causas individuales.	- Una sola causa individual.
- Dan lugar a variaciones pequeñas.	- Dan lugar a variaciones importantes.
- Producen variabilidad constante y predecible.	- Producen variabilidad no constante e impredecible.
- No es económica su eliminación y de difícil reducción sus efectos.	- Sus efectos desaparecen al eliminar la causa.
- Cuando sólo hay causas comunes, el funcionamiento es óptimo.	- El proceso no funciona de manera óptima cuando actúan.
- En estas condiciones, el proceso es estable, pudiendo utilizar técnicas de muestreo para hacer predicciones.	- Cuando actúan no se pueden hacer predicciones del funcionamiento del proceso.

**1.2.1. Proceso estable y proceso capaz.**

Las causas de variación y su intensidad hacen que un proceso sea estable o inestable. Y si éste es estable, determinan si es capaz o no capaz.

- **Proceso estable.**

**Un proceso estable es el que resulta cuando sólo están presentes causas comunes de variación. La mejora de un proceso estable requiere cambios fundamentales en él.**



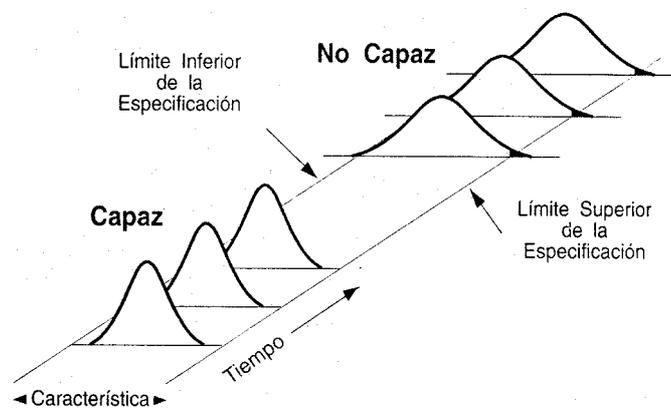
Proceso estable

**Un proceso estable es consistente.** El resultado del proceso no varía en el tiempo: la media no se desvía y la dispersión no varía significativamente. En un proceso estable se pueden predecir sus resultados.

Dentro de los procesos estables podemos hacer otra clasificación: proceso capaz o no capaz.

- **Proceso capaz y no capaz**

Decimos que el proceso es capaz respecto a una especificación de consigna determinada, si la distribución estadística de las medidas está dentro de los límites de la especificación.



Proceso capaz y proceso no capaz

**Para que un proceso sea capaz primeramente debe ser estable.** Un

proceso capaz genera, consecuentemente, productos que cumplen con las especificaciones.

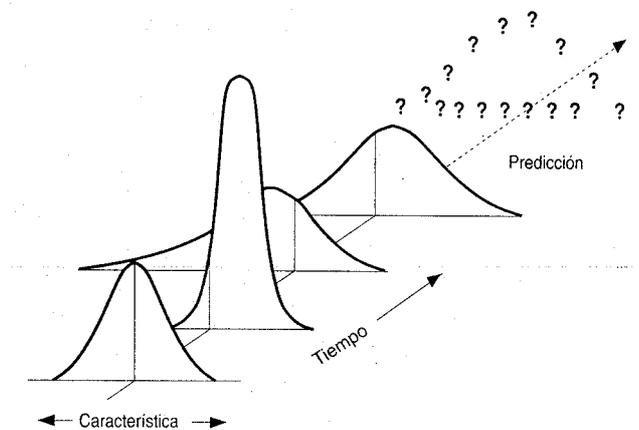
La secuencia genérica para conseguir un proceso capaz es la siguiente:



Una vez estabilizado el proceso y eliminadas las causas de variación, se debe realizar el estudio de capacidad y la reducción, si es preciso, de las causas no asignables de variación, para conseguir que el proceso sea capaz.

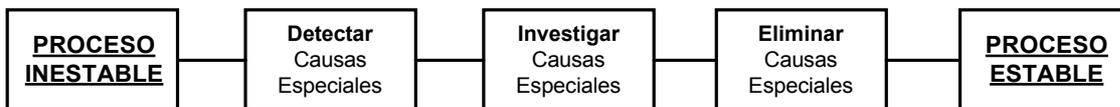
- **Proceso inestable.**

Un **proceso inestable** es aquél que presenta causas especiales de variación.



Proceso inestable

Se observan cambios en la media y en la dispersión de las observaciones. La mejora de un proceso inestable requiere la aplicación del control estadístico de proceso y seguir la secuencia genérica siguiente:



### 1.3. Gráficos de control.

Si representamos en el tiempo el resultado estadístico (media, dispersión) de las observaciones de un determinado parámetro que especifica un proceso y lo comparamos con unos límites de tolerancia previamente calculados en el entorno del valor de consigna especificado y que reflejen la capacidad del proceso, obtendremos un **gráfico de control**.

El fundamento estadístico para el cálculo de estos límites se basa en que cuando un proceso está bajo control (y por tanto la variabilidad está motivada tan sólo por causas comunes), las medidas observadas tienden a ajustarse a la **distribución normal**.

En consecuencia se admite en Control de Calidad que el entorno de variación alrededor del valor de consigna es:  $(x + 3\sigma, x - 3\sigma)$  o intervalo de tolerancias naturales, que corresponde a una probabilidad del 0,9974 (99,74%) que las medidas que obtenga el proceso estén dentro de este entorno y del 0,0026 (0,26%) fuera de él. Estos límites se denominan también **límites de variación natural del proceso** y a la amplitud entre estos límites, **capacidad del proceso** ( $6\sigma$ ). En algunos casos se incluyen en los gráficos de control los **límites de aviso**, cuyo intervalo es más restrictivo.

Los problemas de calidad aparecen, normalmente, cuando un proceso se desvía de su trayectoria habitual. En este sentido el gráfico de control permite, por el conocimiento de los límites de control, saber cuando un proceso empieza a alterarse ofreciendo la posibilidad de corregirlo antes de que empiecen a producirse piezas defectuosas.

- **Requisitos del gráfico de control**

Los requisitos necesarios para la construcción de un Gráfico de Control son los siguientes:

- Definir el proceso y sus condiciones de funcionamiento de manera que estén claras las especificaciones del producto y de los elementos que le afectan, y además, los parámetros del mismo se hayan ajustado para obtener la misma variabilidad.
- Seleccionar una o varias características de calidad que van a ser controladas.
- Anotar los datos tomados de las sucesivas muestras de producto, conforme vaya realizándose la producción.
- Determinar los límites de control a partir de los datos.
- Dibujar los límites en el gráfico apropiado.
- Comenzar a dibujar en el gráfico los puntos representativos de las muestras de la producción siguientes, a las utilizadas para la determinación de los límites de control.
- Tomar las acciones correctoras adecuadas cuando los puntos representativos de las muestras caigan fuera de los límites de control.

- **Tipos de gráficos de control**

De forma general existen, en un proceso industrial, dos tipos de seguimiento de los procesos a los que corresponden sendos tipos de gráficos:

- **Gráficos de control de dimensiones o variables** (conocidos como gráficos  $\bar{X}/R$  y  $\bar{X}/S$ ).
- **Gráficos de atributos**, en los que no se controlan las medidas sino la fracción o porcentaje defectuoso producido.

**1.3.1. Gráficos de control por variables.**

Este tipo de gráficos es utilizado cuando las características que pretendemos controlar son medibles y el instrumento de control utilizado permite establecer su valor.

La validez de este tipo de gráficos y por lo tanto de las estimaciones realizadas y las consecuencias extraídas a partir de ellos, consiste en suponer que la distribución de frecuencias que sigue la población constituida por los elementos producidos por el proceso es una **Distribución Normal**  $N(\mu, \sigma)$ .

En la práctica el método de control consistirá en la obtención a lo largo del proceso (en función del tiempo), de información acerca del producto que nos permita estimar los parámetros que definen la distribución:

- La **tendencia central** del proceso,  $\mu$ .
- La **dispersión** del proceso,  $\sigma$ .

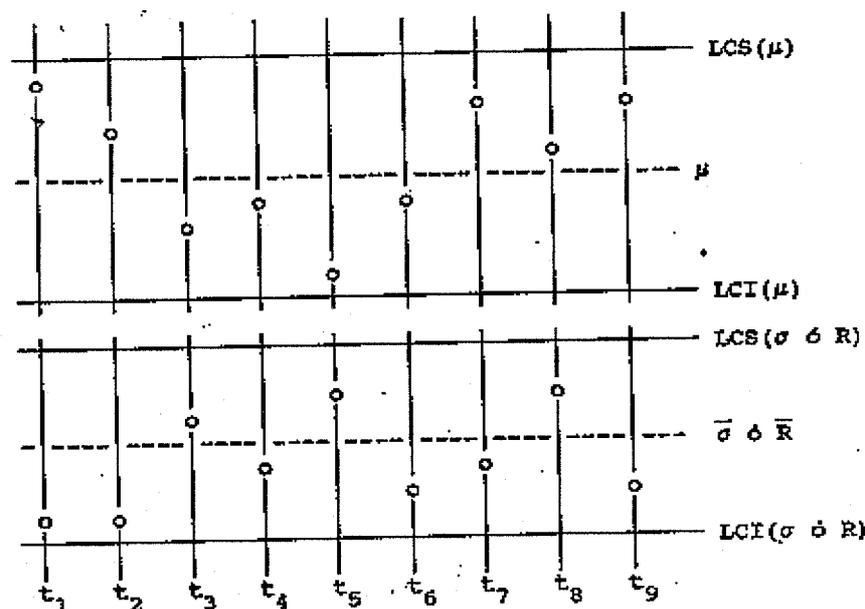
Una vez conocidos estos parámetros y puesto que la distribución la suponemos normal, podremos calcular a priori entre que valores oscilará la producción.

A continuación, el trabajo es simple: comparar lo fabricado en ciertos intervalos con los valores citados anteriormente.

Desde el punto de vista de la eficacia, la experiencia dice que el mayor aprovechamiento de la información se logra mediante la utilización conjunta de dos gráficos:

- Gráfico de tendencia central del proceso.
- Gráfico de variabilidad del proceso.

Estos dos gráficos se irán formando simultáneamente con los datos extraídos de la producción. En la siguiente figura se muestran estos dos tipos de gráficos, comparando cada muestra con los valores centrales y los límites superiores e inferior de la tendencia central y de la dispersión.



Ahora bien, sabemos que la tendencia central y la variabilidad de una población pueden venir expresadas por distintas medidas: media, moda, mediana, desviación típica, varianza, recorrido, etc. Por lo tanto, los dos gráficos antes mencionados podrían construirse a partir de estas medidas.

Además, si al conjunto de los dos gráficos le damos una entidad única tenemos que gráficos (tendencia central, variabilidad) habrá tantos como posibles combinaciones de estas medidas.

No obstante, los más utilizados son los gráficos de **medias** y **recorridos** ( $\bar{X} / R$ ).

### **1.3.1.1. Gráficos de variables $\bar{X}$ , R.**

En los gráficos  $\bar{X} / R$  la comparación de las características a medir se hace con el valor medio de una muestra de pequeño tamaño, estimando la variabilidad de este parámetro mediante los recorridos de las muestras.

La ventaja de utilizar la media de una característica en lugar de un valor individual es que los valores medios son mucho más sensibles ante variaciones del proceso que los valores individuales.

Consideremos un proceso en el que  $\sigma$  para los valores individuales de las piezas vale 5 mm., siendo la media del proceso 100 mm. La dispersión  $\pm 3 \sigma$  que como sabemos agrupa más del 99% de los valores individuales oscila entre 85 mm. y 115 mm. Si en el proceso se presenta una anomalía que lleve la medida de 100 a 105 mm., moverá los límites hasta los valores 90 y 120 mm. Sin embargo la probabilidad de que un valor individual caiga fuera de los límites primitivos, se demuestra estadísticamente que es aproximadamente de 2%.

#### **a. Construcción del gráfico**

El gráfico está dividido en dos **partes**:

- La superior o gráfico  $\bar{X}$  en el que se representan los valores medios de las muestras extraídas (medidas de tendencia).
- La inferior o gráfico R en el que se representan los recorridos de las diferentes muestras, entendiendo, como ya es sabido, el recorrido como diferencia entre los valores máximo y mínimo de una muestra.

Los **pasos** para elaborar el gráfico son los siguientes:

#### **1. Definir el tamaño de las muestras**

El tamaño de la muestra o subgrupo debe ser constante. Las muestras de pequeño tamaño aumentan la sensibilidad del proceso de detección de anomalías, aumentando esta sensibilidad con el tamaño de la muestra. Sin embargo muestras excesivamente grandes darían lugar a dos problemas:

- Dejaría de ser válida la estimación de la variabilidad de la población ( $\sigma$ ) partiendo del recorrido R de la muestra.
- Se encarecería el procedimiento.

Por los motivos anteriores se escoge un tamaño de muestra que esté comprendido entre 4 y 5 unidades producidas consecutivamente en un solo flujo de proceso (una

sola herramienta, cabezal, troquel, etc), para que la variación dentro de cada muestra represente fundamentalmente causas comunes.

## **2. Definir la frecuencia del muestreo.**

Las muestras deben cogerse con unos intervalos entre ellas que nos garanticen que éstas van a ser representativas de la población que pretendemos estudiar.

Por una parte, intervalos muy cortos en donde no ha habido oportunidad de cambios sobre el proceso, aparte de encarecer el proceso, no nos garantizan una mayor información sobre el mismo. Si por el contrario con una idea de economía, el intervalo entre tomas de muestras es muy dilatado, lo más probable es que nos pasen desapercibidas las causas especiales que están actuando sobre él.

Como cada proceso bajo estudio tiene unas características completamente diferentes de los demás, no existen reglas fijas referentes al intervalo de toma de muestra (cada 6 horas, dos veces por turno, para cada lote de fabricación, etc.).

Para establecer el intervalo de toma de muestra idóneo, debemos pues estudiar cada proceso, o tener en cuenta la experiencia adquirida en procesos similares. Los puntos básicos a tener en cuenta son:

- No establecer tomas de muestra en periodos que la experiencia nos garantice continuidad en el proceso.
- Establecer tomas de muestra siempre que exista posibilidad de cambio en el proceso, como por ejemplo:
  - . Cambio de turnos.
  - . Relevos de operarios.
  - . Cambio de la materia prima.
  - . Cambio de herramienta.
  - . Parada y arranque de la máquina, etc.

No obstante, durante el estudio inicial del proceso la toma de muestras se debe hacer a intervalos más cortos que durante la fase de mantenimiento en control del mismo, para poder detectar cualquier posible inestabilidad.

## **3. Establecer el número de muestras a tomar**

Desde el punto de vista estadístico 25 o más muestras que dan un número total de 100 o más unidades inspeccionadas, son suficientes para tener evidencia de la estabilidad del proceso y, si éste es estable, la tendencia central y la dispersión.

## **4. Registro de datos**

En el impreso "Gráfico de control del proceso  $\bar{X}/R$ " se registran los siguientes datos:

- a) Identificación de la pieza.
  - Referencia.
  - Denominación.
- b) Identificación del proceso.
  - Operación.
  - Característica.

- c) Identificación de la muestra.
- Tamaño.
  - Frecuencia.
  - Fecha.
  - Turno.
  - Hora.

### **5. Cálculo de la media ( $\bar{X}$ ) y del recorrido ( $R$ ) de cada muestra**

Los parámetros estadísticos a registrar son la media y el recorrido de cada muestra. Los cálculos a realizar son:

$$\text{Media: } \bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \qquad \text{Recorrido: } R = X_{\max} - X_{\min}$$

donde  $X_1, X_2 \dots X_n$  son los valores individuales dentro de cada muestra,  $n$  el tamaño de la muestra y  $X_{\max}, X_{\min}$  los valores individuales máximo y mínimo dentro de cada muestra.

La media total ( $\bar{\bar{X}}$ ) y el recorrido medio ( $\bar{R}$ ) se calculan mediante:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k} \qquad \bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

donde  $\bar{X}_1, \bar{X}_2 \dots \bar{X}_k$  son las medias muestrales de los diferentes subgrupos;  $R_1, R_2 \dots R_k$  son los recorridos de cada subgrupo y  $k$  es el número de muestras o subgrupos tomados.

### **6. Selección de las escalas de los gráficos.**

Las escalas verticales de los dos gráficos tanto el de medias como el de recorridos no se encuentran pre-impresos y es necesario determinarlas para cada característica a controlar.

#### **a. Gráfico ( $\bar{X}$ ).**

La amplitud de la escala (Valor máximo - Valor mínimo) debe ser al menos dos veces la diferencia entre las medias máximas y mínima de la muestra.

El centro de la escala (para tolerancias bilaterales) se tomará en principio en el valor nominal de la característica a controlar (valor central del campo de tolerancias especificado).

#### **b. Gráfico ( $R$ ).**

La escala irá desde el valor mínimo 0 a un valor máximo igual o mayor al doble del recorrido máximo que se haya encontrado durante el periodo de puesta a punto.

Es recomendable que la escala del gráfico de recorridos sea doble que la correspondiente al gráfico de medias (p.e. si una división del gráfico de medias es 0,2 mm., en el de recorridos deberá ser de 0,4 mm.).

### **7. Marcado de los valores de las Medias ( $\bar{X}$ ) y de los recorridos ( $R$ ) en el gráfico de control.**

Se marcan los puntos correspondientes a las medias y recorridos calculados para cada muestra. Se trazan líneas que unan dichos puntos para ayudar a visualizar el proceso.

### **8. Cálculo de los límites de control**

El proceso básico para situar los límites de control en los gráficos de variables es similar al cálculo de los límites de  $\pm 3 \sigma$  en las distribuciones de frecuencia.

La única diferencia estriba en que los límites de control para los gráficos de variables se establecen para medidas de tendencia central y dispersión con muestras de tamaño relativamente pequeño.

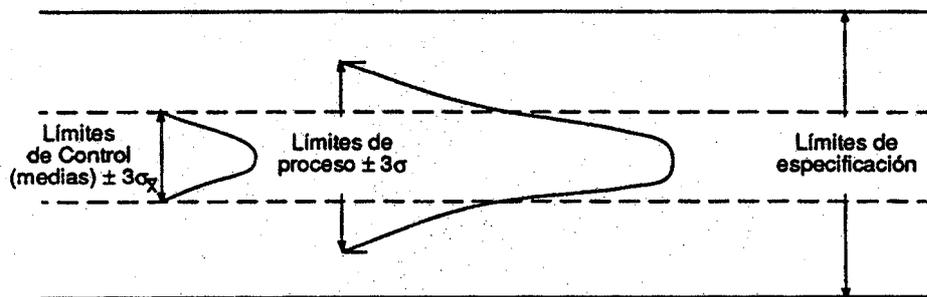
En este sentido hemos de distinguir tres tipos de límites bien diferenciados:

- **Límites de especificación.** Establecen la variación aceptable para las piezas individuales producidas. Estos límites son establecidos por el servicio de Ingeniería para cada característica importante o crítica de cada pieza. También se conocen como límites de tolerancia (superior o inferior) de la característica a considerar.
- **Límites del proceso.** Se derivan directamente de la fabricación producida y su valor es como se sabe  $\pm 3 \sigma$  alrededor de la tendencia central del proceso. La comparación de estos límites con los de especificación ponen de manifiesto si el proceso es capaz o no de conseguir tolerancias. Si los límites del proceso entran dentro de los de especificación o tolerancias, el proceso es capaz no siéndolo en caso contrario. En el capítulo siguiente se desarrollará ampliamente el concepto y forma de calcular la capacidad de una máquina y de un proceso.
- **Límites de control del gráfico de variables (naturales).** Estos límites corresponden a los valores  $\pm 3 \sigma_{\bar{x}}$  (3 x error típico) colocados a un lado y otro de la tendencia central o valor medio total de las distintas medias muestrales. Es decir, si se extraen sucesivas muestras de tamaño  $n$  consecutivamente de una producción, cada una de ellas tendrá una media  $\bar{x}_i$ . Si extraemos  $k$  muestras, la tendencia central vendrá dada por:

$$\bar{\bar{x}} (\bar{x} \text{ doble barra}) = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_k}{k}$$

Pues bien, si a un lado y otro de este valor  $\bar{\bar{x}}$  colocamos la cantidad  $3 \sigma_{\bar{x}}$  obtendremos los límites de control del gráfico de variables, siendo, como ya es conocido,  $\sigma$  la desviación típica de los valores individuales de la producción.

La figura muestra la relación entre los diferentes tipos de límites.



Así, el límite superior de control de las medias será:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{x}}$$

y como la desviación típica de las medias está relacionada con la desviación típica de los valores individuales ( $\sigma$ ) del colectivo, mediante la fórmula:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

se tiene que:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

A su vez, la relación entre la desviación típica y el recorrido medio es:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

donde  $d_2$  es una constante tabulada, se obtiene:

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{\sqrt{n}d_2} \bar{R}$$

Para facilitar el cálculo, y teniendo en cuenta que el factor que multiplica a  $\bar{R}$  es una constante, se le expresa como  $A_2$  y su valor está tabulado para cada valor de  $n$ .

De forma análoga se obtienen los diferentes límites de control, tanto para la media como para el recorrido, resultando:

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} & LIC_{\bar{x}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \\ LSC_R &= D_4 \bar{R} & LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned}$$

Los valores de  $D_2$ ,  $A_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$  se recogen en la tabla 1 para valores de tamaño de muestra entre dos y diez.

**9. Trazado de las líneas medias y de los límites de control en los gráficos**

Se traza la media del proceso  $(\bar{X})$  y el recorrido medio (R) como líneas horizontales con trazo discontinuo, y los límites de control LCS (X), LCI (X) y LCS (R) como líneas horizontales continuas.

**Constantes estadísticas**

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>A<sub>2</sub></b>	1,880	1,023	0,729	0,577	0,483	0,419	0,373	0,337	0,308
<b>Ā<sub>2</sub></b>	1,880	1,187	0,976	0,691	0,548	0,508	0,433	0,412	0,362
<b>A<sub>3</sub></b>	2,659	1,954	1,628	1,425	1,287	1,182	1,099	1,032	0,975
<b>E<sub>2</sub></b>	2,660	1,772	1,457	1,290	1,184	1,109	1,054	1,010	0,975
<b>D<sub>3</sub></b>	-	-	-	-	-	0,076	0,136	0,184	0,223
<b>D<sub>4</sub></b>	3,267	2,574	2,285	2,114	2,004	1,924	1,864	1,816	1,777
<b>B<sub>3</sub></b>	-	-	-	-	0,030	0,118	0,185	0,239	0,284
<b>B<sub>4</sub></b>	3,267	2,568	2,266	2,089	1,970	1,882	1,815	1,761	1,716
<b>d<sub>2</sub></b>	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078
<b>C<sub>4</sub></b>	0,797 9	0,886 2	0,921 3	0,940 0	0,951 5	0,959 4	0,965 0	0,969 3	0,972 7
<b>K<sub>1</sub></b>	3,257	2,046	1,630	1,413	1,278	1,185	1,119	-	-

**b. Interpretación del gráfico y actuación sobre el proceso**

El objetivo de la interpretación de los gráficos de control es determinar cualquier evidencia de que la tendencia central, (media del proceso) o la variabilidad (recorrido medio) del proceso o ambas simultáneamente no se mantienen a un nivel constante, por la actuación sobre el proceso de causas especiales.

En toda la exposición que sigue, se supone que no ha habido errores en los cálculos o trazado de líneas y que los sistemas y criterios de medición no han sufrido cambios.

**1. Gráficos de recorridos.**

*a. Puntos fuera de los límites de control.*

Son señal de que la variabilidad del proceso ha aumentado. Es necesario detectar la causa especial que lo ha provocado y definir la acción correctora.

*b. Tramos dentro de los límites de control.*

- Siete puntos consecutivos a un mismo lado de la media por encima o por debajo. (Rachas).
- Siete puntos consecutivos en una línea constante creciente o decreciente. (Tendencias).

Si el tramo es **creciente** o por encima de la media es señal de que, aunque el proceso no está fuera de control estadístico, están actuando causas que hacen

aumentar la variabilidad por lo que es necesario detectarlas y definir la acción correctora.

Si el tramo es **decreciente** o está por debajo de la media, es señal de que están actuando causas que hacen disminuir la variabilidad. Dado que esto nos interesa puesto que es una mejora del proceso, es necesario detectar estas causas e intentar repetir las como parte normal del proceso.

## **2. Gráfico de medias.**

### *a. Puntos fuera de los límites de control.*

Son señal de que la tendencia central del proceso ha sufrido cambios. Es necesario detectar las causas que lo han producido y definir la acción correctora.

### *b. Tramos dentro de los límites de control.*

- Siete puntos consecutivos a un mismo lado de la media del proceso por encima o por debajo.
- Siete puntos consecutivos en una línea constante creciente o decreciente.

Ambas situaciones son indicio de que aún no estando el proceso fuera de control, están actuando causas que modifican su estabilidad, por lo que es necesario identificarlas y corregirlas.

### **c. Nuevo cálculo de los límites de control**

En el caso de que existan puntos fuera de los límites de control tanto en el gráfico de medias como en el de recorridos, para el siguiente periodo de toma de muestra es necesario volver a calcular los límites de control.

Para ello se prescinde de los datos correspondientes a los puntos que estaban fuera de los límites, calculando los nuevos valores de la media del proceso y del recorrido medio con los restantes datos. Con estos valores se calculan los nuevos límites de control.

Esta secuencia de identificación/corrección/nuevo cálculo se repite hasta que todos los puntos restantes quedan dentro de los límites de control.

**d. Control continuo del proceso**

Una vez finalizado el periodo de toma de muestras (25 muestras por lo general), se vuelven a calcular los límites de control. Estos nuevos límites de control serán los utilizados para el siguiente periodo de tomas de muestra.

**GRAFICO DE CONTROL POR VARIABLES**

Planta:	Depto:	Operación:	Especificación:	Nº de pieza:
Máquina Nº:	Fecha:	Variante:	Tamaño/Frecuencia:	Denominación:
$LSC = \bar{X} + A_2 \bar{R} =$		$LIC = \bar{X} - A_2 \bar{R} =$		
<b>LSC <math>\bar{X}</math></b>	<b>MEDIAS</b>			
$\bar{X}$				
<b>LIC <math>\bar{X}</math></b>	<b>RECORRIDOS</b>			
<b>LSC R</b>	$LSC = D_4 \bar{R} =$			
$\bar{R}$	$LIC = D_3 \bar{R} =$			
Fecha:				
Hora				
1				
2				
3				
4				
5				
Suma				
Media				
R				

n	A <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>						
2	1,88	-	3,27						
3	1,02	-	2,57						
4	0,73	-	2,28						
5	0,58	-	2,11						
6	0,48	-	2,00						
7	0,42	0,80	1,92						
8	0,37	0,14	1,86						
9	0,34	0,18	1,82						
10	0,31	0,22	1,78						

**MEDIDAS A TOMAR**

**Causas Especiales**

Existencia de algún punto fuera de los límites de control.

Tramo de 7 puntos, por encima o por debajo de la línea central.

Tramo de 7 intervalos hacia arriba o hacia abajo.

Otros patrones no aleatorios.

**ACCIONES**

### 1.3.1.2. Gráficos de medidas individuales X

Este gráfico es útil cuando, por el tipo de proceso, sólo puede obtenerse una medida por lote o partida. Esto ocurre cuando el tipo de medición es muy costoso (ensayos destructivos) y en procesos químicos donde el tiempo de análisis es muy alto y la variación, en un intervalo corto de tiempo, es muy pequeña.

La ventaja radica en que los valores del gráfico pueden ser comparados directamente con los de la especificación.

Los inconvenientes son entre otros:

- Menor sensibilidad a los cambios del proceso.
- La interpretación se complica cuando la distribución no es simétrica.
- Los recorridos móviles deben ser interpretados con cuidado, ya que dos recorridos móviles sucesivos nunca son independientes al tener una medición en común.

Para la construcción de un gráfico de control de valores individuales se siguen los mismos pasos que para los gráficos  $\bar{X} / R$ , excepto que:

- Se registran las medidas individuales en vez de las medidas muestrales.
- Se calcula el recorrido móvil entre medidas individuales. La primera lectura no tiene recorrido. En la segunda lectura, el recorrido móvil se calcula como diferencia entre la primera y segunda lectura. En la tercera lectura el recorrido móvil se calcula como la diferencia entre la segunda y tercera lectura y así sucesivamente.

El número de recorridos móviles será por tanto uno menos que el número de lecturas individuales.

- Se calcula y se marca la media del proceso y la media de los recorridos móviles.
- Se calculan los límites de control.

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + E_2 \bar{R}$$

$$LIC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - E_2 \bar{R}$$

$$LSC_R = D_4 \bar{R}$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R}$$

donde  $\bar{X}$  es la medida de los valores individuales y  $\bar{R}$  es la media de los recorridos móviles;  $E_2, D_3$  y  $D_4$  son constantes cuyo valor varía según el agrupamiento realizado para el cálculo de los recorridos móviles, ya que si normalmente se calcula con grupos de dos lecturas, también se puede calcular con agrupamientos mayores.

Los valores de las constantes están indicados en la tabla 1.

Tanto la interpretación de los gráficos, como el mantenimiento y mejora del proceso, siguen lo expresado para los gráficos  $\bar{X} / R$ .

**1.3.1.3. Gráficos  $\bar{x} / R$  con media móvil.**

Estos gráficos se utilizan en aquellos casos en que tengamos procesos que utilicen elementos en los que se admite un cierto deterioro/desgaste/consumo/etc, y por lo tanto deben ser cambiados.

El gráfico de control se utiliza no sólo para identificar la actuación de causas especiales sobre el proceso sino también para determinar cuando deben introducirse los cambios de los antes mencionados elementos.

Por ejemplo, si estamos controlando las actuaciones de un baño electrolítico mediante medición y seguimiento de la concentración del producto que contiene el elemento que se está depositando, esta concentración va disminuyendo con el tiempo, con lo que cualquier representación gráfica de la concentración dará lugar a una pauta de puntos consecutivos descendentes que de acuerdo con lo que sabemos son índice de causas especiales; o en el supuesto de una operación de punzonado, el punzón se irá desgastando con lo que cualquier representación gráfica de la profundidad del punzonado tendrá también una pauta de puntos consecutivos descendentes.

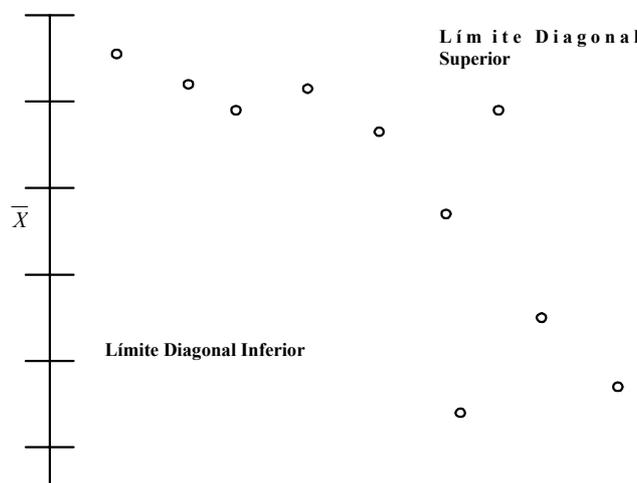
Los pasos para la construcción de un gráfico de control  $\bar{X} / R$  con media móvil son similares a los seguidos para los gráficos  $\bar{X} / R$ , con las siguientes diferencias:

- Los gráficos se recogen durante un ciclo completo, entendiéndose como tal el periodo entre cambio de herramienta.
- Se separan aquellos que son representativos de la actuación de las causas especiales aparte de la tendencia creciente o decreciente esperada.

Para ello entre todos los puntos marcados en el gráfico de medias, se traza la "**línea de tendencia**". Se considera como línea de tendencia a la línea de mejor ajuste entre todos los puntos, haciéndose de un modo gráfico sin necesidad de otros cálculos materiales.

A continuación se trazan los límites diagonales como dos líneas paralelas a la línea de tendencia a una distancia en vertical de la misma "d" por encima y por debajo.

$$d = A_2 \bar{R}$$



Mediante la aplicación de criterios expuestos en el apartado de la Interpretación del gráfico y actuación sobre el proceso (puntos fuera de los límites diagonales, puntos consecutivos crecientes, decrecientes, etc.) se identifican las causas especiales que están actuando, definiendo la acción para eliminarlas.

A continuación se definen lo que se denominan los **límites de cambio del proceso**, que indicarán cuando se debe llevar a cabo el cambio.

Para ello se siguen los siguientes pasos:

1. Cálculo del "Movimiento de la media".

Para ello y después de asegurarnos que el proceso ha estado funcionando durante un número de ciclos de cambio de herramienta en condiciones normales de trabajo (sin puntos fuera de los límites diagonales ni ningún tipo de pauta que indique anormalidad en el proceso), se calcula para cada uno de estos ciclos el movimiento de la media (M.M.) como:

$$MM = \bar{X} \text{ máximo observado} - \bar{X} \text{ mínimo observado}$$

Cálculo del movimiento promedio de la media (MPM).

Se denomina movimiento promedio de la media (MPM) al valor medio de los Movimientos de la Media en los distintos ciclos (en el caso de n ciclos).

$$MPM = (1/n)(MM \text{ 1º ciclo}) + [(MM \text{ 2º ciclo}) + \dots + (MM \text{ nº ciclo})]$$

3. Cálculo de los límites de cambio del proceso

- Para la media  $\bar{X}$ :

$$LSCP = \bar{\bar{X}} + (1/2) MPM + A_2 \bar{R}$$

$$LICP = \bar{\bar{X}} - (1/2) MPM - A_2 \bar{R}$$

Siendo  $\bar{\bar{X}}$  y  $\bar{R}$  los mismos conceptos que en un gráfico  $\bar{X} / R$ .

- Para el recorrido R:

Iguales que los de un gráfico  $(\bar{X} / R)$  convencional.

4. Una vez que el proceso esta en marcha, su mantenimiento y mejora se lleva a cabo como sigue:

- Gráfico de medias.
  - a. Cuando el punto rebase los límites de cambio del proceso, es necesario cambiar la herramienta, añadir producto al baño electrolítico, etc.
  - b. Basándose en los límites diagonales, se analizará el gráfico buscando causas especiales que pudiesen estar actuando sobre el proceso.
  - c. Se buscará la mejora del proceso reduciendo en lo que se pueda el movimiento promedio de la media.
- Gráfico de recorridos.

- a. La actuación con el gráfico de recorridos es igual a la realizada con un gráfico de medias-recorridos convencional.

**1.3.1.4. Gráficos  $(\bar{x}, S)$ .**

Estos gráficos son similares a los  $\bar{X}/R$  con la diferencia de que la dispersión del proceso se mide por la desviación típica S del mismo en vez de por el recorrido R.

Estos gráficos son menos frecuentes que los  $\bar{X}, R$  por la mayor dificultad de cálculo de la desviación típica S que del recorrido R, siendo igual de eficientes para tamaños de muestra pequeños.

Los pasos para su construcción coincide con los seguidos para los gráficos  $\bar{X}/R$ , con las siguientes diferencias:

- Se registran las medidas individuales y la desviación típica en lugar del recorrido.

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

(Por lo general n= 4 o 5)

Desviación típica  $s = \sqrt{s^2}$

- Se calculan los límites de control, como se indica.

Para  $\bar{X}$

$$LCS = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{s}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{s}$$

Para S

$$LCS = B_4 \bar{s}$$

$$LCI = B_3 \bar{s}$$

en donde: 
$$\bar{s} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n}{n}$$

La estimación de la desviación típica del proceso viene dada por:

$$\sigma_e = \bar{s} / c_4$$

Siendo  $A_1, B_3, B_4$  y  $C_4$  valores dependientes del tamaño de muestra.

Tanto la interpretación como el mantenimiento y mejora del proceso siguen lo expresado para los gráficos  $\bar{X}/R$ .

### 1.3.1.5. Gráficos mediana y recorrido.

Estos gráficos son similares a los  $\bar{X}/R$  con la diferencia de que la tendencia central del proceso se mide por la mediana de las muestras en vez de por la media de las mismas.

Estos gráficos son menos frecuentes que los  $\bar{X}/R$  por la menor exactitud en la estimación de la tendencia central del proceso a través de la mediana que la lograda con la media. Debido a esto los límites de control en estos gráficos son más amplios con lo que pueden existir causas especiales actuando sin ser denunciadas por el gráfico.

Los pasos para la construcción de un gráfico de control de medianas y recorridos son similares a los seguidos para los gráficos  $\bar{X}/R$ , con las siguientes diferencias:

- Se registran las medidas individuales y la mediana, en lugar de la media, utilizando, siempre que sea posible, un tamaño de muestra impar.
- Se calculan los límites de control, como se indica:

$$\begin{aligned}LSC_M &= \bar{M} + \tilde{A}_2 \bar{R} & LIC_M &= \bar{M} - \tilde{A}_2 \bar{R} \\LSC_R &= D_4 \bar{R} & LIC_R &= D_3 \bar{R}\end{aligned}$$

donde:  $\bar{M}$  es la medida de las medianas, y  $\bar{R}$  es la mediana de los recorridos.  $\tilde{A}_2, D_3$  y  $D_4$  son constantes cuyo valor varía según el tamaño de muestra.

Los valores de estas constantes están reflejados en la tabla.

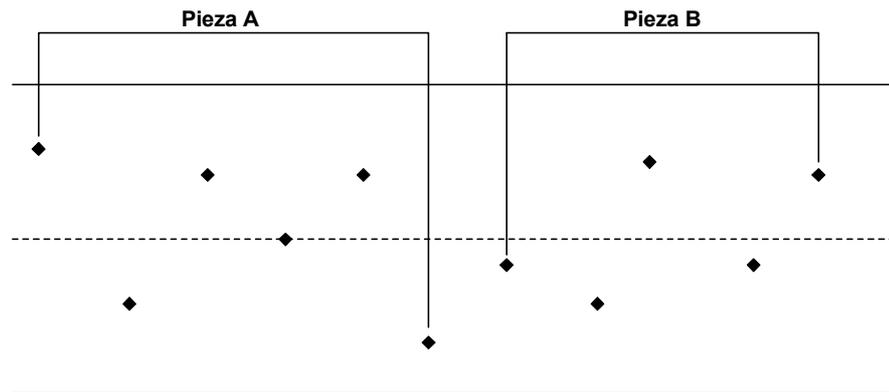
Tanto la interpretación de los gráficos como el mantenimiento y mejora del proceso, siguen lo expresado para los gráficos  $\bar{X}/R$ .

### 1.3.1.6. Gráficos $\bar{X}_0$ objetivo, R.

Los gráficos  $\bar{X}_0/R$  son un nuevo concepto del CEP para trabajar en condiciones de producciones en series muy cortas y sin embargo seguir manteniendo toda la potencia de los gráficos de control tradicionales. En ellos pueden perseguirse distintas piezas y distintas características en un mismo gráfico.

Consisten en una ligera variación de los gráficos tradicionales. El “truco” consiste en codificar las mediciones reales obtenidas. Esta codificación no es ni más ni menos que el asociar a cada medición el valor de su desviación respecto un objetivo que puede ser el valor nominal de la especificación o cualquier otro valor predefinido.

Estos valores codificados son los que se representan en el gráfico. La línea central del gráfico de objetivo, representa el valor objetivo para la pieza A. Cuando se elige otra pieza distinta, B, para la fabricación en el mismo proceso, codificaremos los nuevos datos y seguiremos representándoles en el gráfico a continuación de los representativos en dos piezas distintas por una línea discontinua.



Sin embargo, la utilización de estos gráficos está sometida a unas ciertas condiciones:

- Todas las características que se introduzcan en un mismo gráfico, han de tener un valor similar en lo que respecta a la dispersión. (Recorridos medios).
- El tamaño de la muestra ha de ser constante.
- Se deben recoger al menos diez muestras antes de calcular los límites de control.

Para la construcción de un gráfico de control  $\bar{X}_0 / R$  se siguen los mismos pasos que para los gráficos  $\bar{X} / R$ , excepto en que:

- Se registran las siguientes medidas:

**a. Gráfico  $\bar{X}_0$ .**

En este gráfico se representa en cada punto de control el valor resultante de restar a la media de los valores reales obtenidos en la muestra, el valor objetivo.

$$\bar{x}_i = \sum X / n$$

$$= \bar{x}_{o_i} = \text{Valor objetivo}$$

$n = \text{tamaño de la muestra (constante)}$

El valor codificado a representar será pues:  $\bar{x}_{c_i} = \bar{x}_i - \bar{x}_{o_i}$

**b. Gráfico R.**

En este gráfico se representa la diferencia entre el valor mayor y el menor de los valores reales obtenidos en la muestra.

$$R_i = x_{\text{min.}} - x_{\text{max.}}$$

- Se calculan las líneas centrales y límites de control:

- Gráfico de medias.

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_{c1} + \bar{x}_{c2} + \bar{x}_{c3} + \dots + \bar{x}_{ck}}{k}$$

Los límites de control vienen dados por las expresiones:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

en donde  $A_2$  es un valor función del tamaño de la muestra (Ver tabla 1), apartado

▪ Gráfico de recorridos.

La línea central es el denominado recorrido medio  $\bar{R}$ .

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k}{k}$$

Los límites de control vienen dados por las expresiones:

$$LCS = D_4 \bar{R}$$

$$LCI = D_3 \bar{R}$$

En donde  $D_3$  y  $D_4$  son dos valores función del tamaño de la muestra.

### 1.3.2. Gráficos de control por atributos.

Ya hemos visto como los gráficos de control por variables nos ayudan a estudiar las causas que producen inutilidades durante el proceso y a evitarlas.

Estos gráficos de control exigían que la característica escogida para controlar el proceso fuera mensurable. Sin embargo muchas veces es necesario controlar un proceso en que la característica escogida es no mensurable (una bombilla se enciende o bien, el color de un elemento es el especificado o no, etc.) o bien, siendo mensurable, por abaratar costos de la inspección, ésta se realiza mediante calibres o útiles que transforman las medidas con tolerancia de una pieza en aceptable o no aceptable (calibres pasa - no pasa).

Para estos casos se desarrollan los gráficos de control por atributos. No obstante, hay que saber cuantificar de una forma real dichos costos dado que la información que perdemos al utilizarlos en grande, a menos que sea totalmente imposible el obtener datos de tipo variable.

Una excepción a esta regla es cuando los datos históricos que disponemos sean de tipo atributo. En este caso utilizaremos los gráficos de atributos para analizarlos y decidir que características vamos a controlar en el futuro con gráficos de variables.

En general, los gráficos de control por atributos son utilizados para la mejora de proceso que producen un alto número de unidades defectuosas.

Aunque estos gráficos son capaces de distinguir entre causas comunes y especiales, tienen el inconveniente de no avisar si se van a producir cambios adversos en el proceso. Avisan cuando ya se han introducido.

Vamos a distinguir dos grandes grupos de gráficos de control por atributos según contremos unidades defectuosas defectos.

a. Para unidades defectuosas:

- Gráfico de proporción de unidades defectuosas (p)
- Gráfico de porcentaje de unidades defectuosas (100 p)
- Gráfico de número de unidades defectuosas (n p)

b. Para defectos:

- Gráfico de número de defectos por unidad (u)
- Gráfico de número de defectos por muestra(c)

Dentro de cada grupo, los gráficos p, 100p y u difieren de los gráficos n p y c en que los primeros son gráficos en los que el tamaño de la muestra no es constante, y por ello se estudian proporciones en función del tamaño de la muestra para que la base de comparación sea la misma. Cuando el tamaño de la muestra es constante no es necesario calcular proporciones siendo válidos los datos directos (gráficos n p y c).

A la hora de elegir uno de los gráficos anteriores, podemos utilizar el cuadro resumen siguiente:

TAMAÑO DE MUESTRA	CARACTERÍSTICA A CONTROLAR	
	ELEMENTOS DEFECTUOSOS	DEFECTOS
CONSTANTE	n p	c
VARIABLE	p ó 100 p	u

### 1.3.2.1. Gráficos para unidades defectuosas.

#### A. Gráficos "n p" (número de unidades defectuosas).

De acuerdo con el cuadro anterior, este tipo de gráfico se utiliza cuando queremos controlar la evolución a lo largo del tiempo de la producción de unidades defectuosas y nos es posible mantener un tamaño de muestra constante.

Es necesario hacer la aclaración de que si consideramos "defecto" a cualquier falta de conformidad de la unidad producida con los requerimientos establecidos, consideramos como unidad defectuosa a aquella que presenta una o más defectos.

Es más, este gráfico nos permitirá el controlar al mismo tiempo más de un tipo de defecto. Por ejemplo, en la verificación de una cadena de fabricación de bombillas, podemos establecer como posibles defectos los siguientes:

- a. No luce
- b. Falta estañado
- c. Unión casquillo / ampolla suelta

Consideramos unidad defectuosa a cualquiera que tenga un defecto de los tipos anteriores o una combinación cualquiera de los mismos.

El problema por lo tanto consistirá en coger muestras de tamaño n y separar las unidades de dicha muestra en defectuosas y no defectuosas. Cuando el proceso esté bajo control se va a cumplir que:

- La proporción de elementos defectuosos fabricados a la que denominaremos p, se va a mantener constante con el tiempo.
- La producción de una unidad defectuosa en un momento dado es independiente de que las unidades anteriores hayan sido defectuosas o no.

En las condiciones anteriores el número de unidades defectuosas en la muestra de tamaño n sigue una distribución binomial cuyos parámetros son:

$$\bar{x} = np$$
$$\sigma^2 = np(1 - p)$$

Para unas condiciones determinadas de los valores "n" y "p" (tamaño de muestra grande, y proporción de unidades defectuosas p no próxima ni a 1 ni a 0), que podemos generalizar como:

$$np > 5$$

La distribución binomial puede ser sustituida por una distribución normal de mismos parámetros que la binomial. El tipo de gráfico a utilizar es similar al de variables, como se ve en la figura.

▪ **Construcción del gráfico.**

– *Tamaño de muestra.*

Para que estos gráficos nos sirvan de ayuda, es necesario que en cada muestra escogida exista algún elemento defectuoso. Esto nos va a influir en el tamaño de muestra a elegir porque cuanto mayor sea el nivel de calidad serán necesarias muestras de mayor tamaño para que se cumpla lo anterior.

En general, se requieren tamaños de muestra muy grandes, del orden de 50 a 200. Ya hemos dicho que lo ideal es que se cumpla la desigualdad  $n/p > 5$ . Por lo tanto, para una proporción media de unidades defectuosas, podemos estimar el valor de  $n$  que cumpla la desigualdad anterior.

– *Intervalo de toma de muestra.*

Al igual que en los gráficos de control por variables, las muestras deben cogerse con unos intervalos entre ellas que nos garanticen que éstas van a ser representativas de la población que pretendemos estudiar.

Por una parte intervalos muy cortos en donde no ha existido oportunidad de actuar cambios sobre el proceso, no nos garantizan una mayor información sobre el mismo. Si por el contrario con una idea de economía, el intervalo entre tomas de muestras es muy dilatado, lo más probable es que nos pasen desapercibidas las causas especiales que están actuando sobre él.

En general, los puntos básicos a tener en cuenta son:

- No establecer tomas de muestra en periodos que la experiencia nos garantice continuidad en el proceso.
- Establecer tomas de muestra siempre que exista posibilidad de cambio en el proceso como por ejemplo:
  - Cambio de turnos.
  - Relevo de operarios.
  - Cambio de la materia prima.
  - Cambio de herramienta.
  - Parada y arranque de la maquina, etc.

No obstante, durante el estudio inicial del proceso la toma de muestras se debe hacer a intervalos mas cortos que durante la fase de mantenimiento o control del mismo, para poder detectar la posible inestabilidad.

– *Número de muestras por periodo.*

El periodo de recogida de muestras debe ser lo suficientemente largo como para recoger todas las posibles causas de variabilidad que actúan sobre el proceso, considerándose una prueba satisfactoria de estabilidad 20 tomas de muestras.

– *Registros de datos.*

Los resultados de las observaciones, que serán siempre el número de no conformidades en la muestra, se registran en un impreso que facilita la interpretación del gráfico.

En este impreso existe una parte para la construcción del gráfico y otra parte destinada al registro de datos.

Cada registro debe llevar anotado el momento de toma de la muestra con objeto de facilitar la investigación posterior. Además, el impreso debe llevar una zona donde se anoten los elementos no habituales que afecten al proceso.

– *Cálculo de la proporción de unidades no conformes  $p$ .*

Para cada muestra hay que registrar el número de unidades inspeccionadas  $n$ , y el número de unidades no conformes  $np$ , calculando a continuación la proporción de no conformes.

$$p = \frac{np}{n}$$

Alternativamente, también se pueden utilizar datos históricos para el cálculo de la proporción de no conformes.

– *Cálculo de la proporción media de no conformes  $\bar{p}$ .*

$$\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + \dots + np_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

donde  $np_1, np_2, \dots, np_k$  son el número de no conformidades observadas en cada muestra y  $n_1, n_2, \dots, n_k$  el número de unidades inspeccionadas en cada muestra.

– *Cálculo de los límites de control.*

Se asume que, si un proceso donde se están controlando variables discretas o atributos es estable, la proporción de no conformes se distribuye según la distribución binomial (similar a la normal y en forma de campana).

Si un proceso es estable con una proporción de no conformes  $p$ , el 99,73% de los puntos muestrales estarán comprendidos entre  $p$  y más/menos tres desviaciones típicas. De esta forma, por cálculos estadísticos que relacionan la desviación típica con los valores  $\bar{p}$  y  $n$ , se definen los límites de control superior e inferior:

$$LSCp = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n} \quad LICp = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

– *Trazado de las medias y de los límites de control.*

A continuación se traza, en el gráfico, la media de la proporción de no conformes  $p$  con una línea horizontal continua y los límites de control se identifican mediante líneas horizontales discontinuas.

**GRAFICO DE CONTROL POR ATRIBUTOS**

Planta:	Depto:	Operación:	Especificación:	Nº de pieza:
Máquina Nº:	Fecha:	Variable:	Tamaño/Frecuencia:	Denominación:
$p$ <input type="checkbox"/>	$np$ <input type="checkbox"/>	$c$ <input type="checkbox"/>	$u$ <input type="checkbox"/>	$LSC =$
				$LIC =$
			Media =	

Fecha:	
Hora	
Tipo de discrepancia	
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
Total discrepancias	
Proporción o %	
Tamaño de la muestra	

Figura 12

▪ **Análisis del gráfico.**

La interpretación de los gráficos de control por atributos sigue las mismas reglas que la de los gráficos de control por variables, en lo referente a:

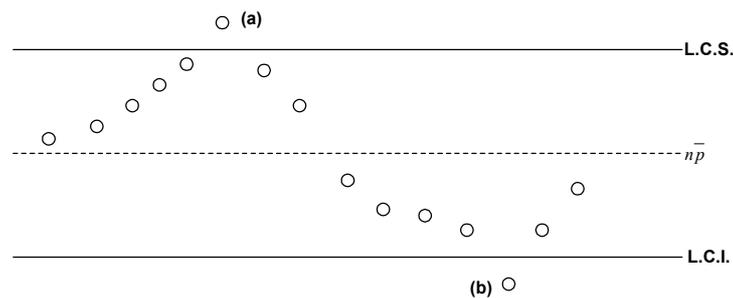
- Los puntos fuera de control.
- Los tramos o rachas.
- Las pautas o series no fortuitas.

Las acciones a tomar, ante las señales emitidas por el gráfico de control, son las siguientes:

*1. Puntos fuera de los límites de control.*

Cuando es por encima del límite de control superior, (a) son señal de que el número medio de unidades defectuosas en el proceso ha aumentado. Es necesario detectar la causa especial que lo ha provocado y tomar acción correctora para evitar que se repita.

Sin embargo, cuando existiendo el límite de control inferior, los puntos se encuentran por debajo de este, (b) aun existiendo una causa especial actuando sobre el proceso, el efecto es beneficioso, (disminución del número medio de unidades defectuosas) por lo que es necesario detectar la causa que lo produce para intentar reproducirla.



*2. Tramos dentro de los límites de control.*

- Siete puntos consecutivos a un lado mismo lado de la media por encima o por debajo.
- Siete puntos consecutivos en una línea constantemente creciente o decreciente.

Si el tramo es creciente o por encima de la media es señal de que aunque el proceso no está fuera de control estadístico, están actuando causas que hacen aumentar el número medio de unidades defectuosas por lo que es necesario detectarlas y tomar acción correctora.

Si el tramo es decreciente o está por debajo de la media, es señal de que están actuando causas que hacen disminuir el número medio de unidades defectuosas. Dado que esto nos interesa puesto que es una mejora del proceso, es necesario detectar estas causas e intentar repertirlas como parte normal del proceso.

**B. Gráficos "p" (proporción de unidades defectuosas)**

Este gráfico es idéntico al gráfico n p con la diferencia de que es utilizado cuando por condiciones de producción o de cualquier otro tipo, el número de unidades de la muestra no puede ser constante. En este caso y para tener una base de comparación, el parámetro que se calcula y controla su evolución es en vez del número de unidades defectuosas n p, la proporción de unidades defectuosas en cada muestra p.

$$p = \frac{\text{N}^\circ \text{ unidades defectuosas en la muestra}}{\text{N}^\circ \text{ unidades inspeccionadas}}$$

Todo el desarrollo de los gráficos p es idéntico a los n p salvo en lo siguiente:

- El tamaño de la muestra no tiene por qué ser constante, aunque es de desear que las variaciones entre los distintos tamaños de muestra no sean superiores al 25-30%.
- En el gráfico de atributos se calculará para cada muestra el valor de p como cociente entre los valores piezas defectuosas y piezas inspeccionadas y se calculará la "Proporción media de unidades no conformes" como:

$$\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + np_3 + \dots + np_m}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + nm}$$

Siendo:

- $np_1, np_2, np_3, \dots, np_m$  el número de unidades defectuosas en las muestras 1, 2, 3, ....., m.
- $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$  el tamaño de las muestras 1, 2, 3, .....m.
- Se calcularán los límites de control como:

$$LCS = \bar{p} + 3 \left[ \bar{p} (1 - \bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

$$LCS = \bar{p} - 3 \left[ \bar{p} (1 - \bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

Siendo  $\bar{n} = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m) / m$  (tamaño medio de muestra).

**C. Gráficos "100p" (Porcentaje de unidades defectuosas)**

Este gráfico es idéntico al gráfico p con la diferencia de que la proporción de unidades defectuosas se expresa en tanto por ciento en lugar de tanto por uno. En este caso el parámetro que se calcula y controla la evolución, es el porcentaje de unidades defectuosas en cada muestra  $100p$ .

$$100p = \frac{\text{N}^\circ \text{ de unidades defectuosas en la muestra}}{\text{N}^\circ \text{ unidades inspeccionadas}} \times 100$$

Todo el desarrollo de los gráficos  $100p$  es idéntico a los  $p$  salvo en lo siguiente:

- En el gráfico de atributos se calculará para cada muestra el valor de  $100p$  como cociente entre los valores de piezas defectuosas y piezas inspeccionadas multiplicándose el valor obtenido por 100.
- Se calculará el "porcentaje medio de unidades no conformes" como:

$$100\bar{p} = \frac{np_1 + np_2 + np_3 + \dots + np_m}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + nm} \times 100$$

Siendo:

- $n p_i$  el número de unidades defectuosas en la muestra  $i$ .
- $n_i$  el tamaño de las muestras  $i$ .

- Se calcularán los límites de control como:

$$LCS = 100\bar{p} + 3 \left[ 100\bar{p} (100 - 100\bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$
$$LCI = 100\bar{p} - 3 \left[ 100\bar{p} (100 - 100\bar{p}) / \bar{n} \right]^{1/2}$$

Siendo  $\bar{n} = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m) / m$  (tamaño medio de muestra)

### 1.3.2.2. Gráficos para defectos.

Ya hemos visto como con los gráficos para unidades defectuosas, controlábamos los defectos en unidades o piezas, siendo la base de los gráficos las propias unidades defectuosas.

Pero a menudo en la industria, nos encontramos con defectos que no van asociados a unidades o piezas, sino que aparecen en una producción continua como por ejemplo telas, rollos de cable eléctrico, tuberías de plástico, etc., y en donde el parámetro a controlar es el número de defectos por unidad de longitud, área, etc.

En otros casos nos encontramos con productos cuyo control aún yendo asociado a unidades, son tan complejas y por lo tanto la probabilidad de aparecer un defecto es tan grande, que si utilizamos gráficos  $p$ , o  $np$ , el número de unidades defectuosas o su proporción serían tan próximas a la unidad, que la información que obtendríamos sería casi nula.

En estos casos utilizaremos gráficos de control por número de defectos.

El problema por lo tanto consistirá en coger muestras de tamaño  $n$  y contar el número de defectos encontrados en dicha muestra. Cuando el proceso esté bajo control se va a cumplir que:

- El número medio de defectos por unidad a la que denominaremos  $\bar{d}$  se va a mantener constante con el tiempo.
- La producción de un defecto en un momento dado es independiente de que se hayan producido defectos con anterioridad o no.

En las condiciones anteriores, el número de defectos en la muestra de tamaño  $n$  sigue una distribución de Poisson cuyos parámetros son:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \bar{d} \\ \sigma^2 &= \bar{d}\end{aligned}$$

Para unas condiciones determinadas del valor "d", que podemos generalizar como:

$$\bar{d} > 5$$

La distribución de Poisson puede ser sustituida por una distribución normal con los mismo parámetros que la de Poisson.

**A. Gráficos "c" (Número de defectos por muestra).**

Cuando el tamaño de muestra es constante, el gráfico utilizado para controlar número de defectos es el gráfico "c", denominado "Gráfico de número de defectos por muestra".

Todo el desarrollo de este tipo de gráfico es idéntico al ya visto n p, por lo que nos limitaremos a establecer los puntos que son diferentes:

- Se registran en la casilla total de defectos del gráfico por atributos el número de defectos encontrados en cada muestra que ha de ser de tamaño constante (número de unidades, metros cuadrados de tela, metros de tubería, etc.).

- Se calcula el número medio de defectos  $\bar{c}$  como:

$$\bar{c} = (c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m) / m$$

Siendo  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_m$ . el número de defectos de las muestras 1, 2, 3, ...m.

- Se calculan los límites de control como:

$$LCS = \bar{c} + 3 [\bar{c}]^{1/2}$$

$$LCI = \bar{c} - 3 [\bar{c}]^{1/2}$$

**B. Gráficos "u" (Número de defectos por unidad).**

Cuando el tamaño de muestra no puede ser constante, el gráfico utilizado para controlar número de defectos es el gráfico "u", denominado "Gráfico de número de defectos por unidad".

Todo el desarrollo de este tipo de gráfico es idéntico al ya visto "p", por lo que nos limitaremos a establecer los puntos que son diferentes:

- Se registra en la casilla (C) total de defectos del gráfico por atributos el número de defectos encontrados en cada muestra, calculándose a continuación el valor del número de defectos por unidad u, realizando el cociente entre el valor de la casilla (C) y el de la casilla (A) piezas inspeccionadas, anotándose el resultado en la casilla (C/A).

- Se calcula el número medio de defectos por unidad  $\bar{u}$  como:

$$\bar{u} = \frac{(c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_m)}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m}$$

Siendo:

- $c_1, c_2, c_3, \dots, c_m$ . el Número de defectos de las muestras 1, 2, 3, ..... m.
- $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$  el tamaño de las muestras 1, 2, 3, ....m.

- Se calculan los límites de Control como:

$$LCS = \bar{u} + 3 [\bar{u} / \bar{n}]^{1/2}$$

$$LCI = \bar{u} - 3 [\bar{u} / \bar{n}]^{1/2}$$

#### **1.4. Capacidad de procesos.**

El que un proceso se encuentre en estado de control estadístico significa que sobre el mismo sólo actúan causas comunes y que por lo tanto su variabilidad está acotada y es predecible.

Sin embargo esto no significa necesariamente que el producto obtenido de dicho proceso se ajuste a las especificaciones técnicas a las que está sujeto, es decir, que el nivel de la variación debida a causas comunes puede ser aceptable o no.

Esta decisión no se toma con la utilización de los gráficos de control, sino que se hace utilizando los índices de capacidad del proceso, lo cual compete al segundo aspecto del Control Estadístico de Procesos, denominado **capacidad de procesos**.

Se denomina **capacidad de un proceso** a una medida del buen comportamiento del mismo una vez que todas las causas especiales de variación han sido eliminadas comparando la variabilidad o tolerancia natural del proceso con la máxima variabilidad permitida por las especificaciones de ingeniería. Si mediante esta comparación, se demuestra que los elementos a que da lugar el proceso caen en *un porcentaje mínimo determinado* dentro de la especificación, diremos que el proceso es **capaz**.

Si especificamos que un proceso es capaz será necesario informar al mismo tiempo qué porcentaje de elementos deben caer dentro de las especificaciones para que lo consideremos así. Por ejemplo, hay organizaciones que consideran que un proceso es capaz cuando el porcentaje de elementos que caen dentro de los límites especificados son iguales o superiores al 99.7%. Sin embargo hay otras que ese 0.3% de elementos fuera de especificación no lo consideran admisible y consideran al proceso capaz cuando el porcentaje mínimo de elementos dentro de especificación es de 99.994%.

Esta comparación podría hacerse de varias maneras distintas, sin embargo la metodología más extendida es la de los "**índices de capacidad**", y por lo tanto es la que desarrollaremos. El estudio de la capacidad en este caso se realiza mediante el cálculo del índice de capacidad apropiado y su comparación con un valor mínimo especificado. Si el valor estimado del índice es mayor o igual que el valor mínimo especificado, diremos que el proceso es capaz y que no lo es en el resto de los casos.

##### **1.4.1. Definiciones.**

- **Capacidad.**

Es un parámetro que relaciona el rendimiento real de una máquina o proceso con su rendimiento especificado para un producto y característica en particular.

- **Límite de especificación superior (LSE).**

Es el valor superior de la variabilidad admitida en una característica de un producto por los planos o especificaciones del mismo.

- **Límite de especificación inferior (LSI).**

Es el valor inferior de la variabilidad admitida en una característica de un producto por los planos o especificaciones.

- **Índices de capacidad de proceso.**

Son el medio utilizado para tener una indicación de la variabilidad de un proceso a largo plazo en relación con las tolerancias especificadas.

### 1.4.2. Índices de capacidad.

- **Control por variables.**

#### 1. Índices de capacidad de proceso.

En el caso de variables en procesos en los que se considera la distribución normal, la capacidad de proceso se evalúa comparando la variabilidad del proceso con los límites de la especificación.

Una vez que se tienen calculados los límites de control, el siguiente paso es compararlos con las especificaciones. Esta comparación se realiza mediante el cálculo del **índice de capacidad de proceso (Cp)**. En este cálculo se pueden dar los siguientes casos:

- Existen los límites de especificación inferior (LIE) y superior (LSE).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6 \bar{s}}$$

- Existe un límite superior o inferior de especificación y un valor nominal.

$$C_p = \frac{LSE - \text{Nominal}}{3 \bar{s}} \quad C_p = \frac{\text{Nominal} - LIE}{3 \bar{s}}$$

- Sólo existe el límite superior o inferior de especificación.

$$C_p = \frac{LSE - \bar{X}}{3 \bar{s}} \quad C_p = \frac{\bar{X} - LIE}{3 \bar{s}}$$

Un proceso con un índice de capacidad  $C_p < 1$  no se considera aceptable. El criterio más ampliamente utilizado es considerar el proceso aceptable, sólo cuando  $C_p \geq 1,5$ .

Si  $C_p \geq 1,5$  se deben tomar acciones apropiadas para reducir la variación inherente, ya que el proceso no producirá de forma consistente productos que cumplan con los requisitos.

#### 2. Analizar el ajuste o tendencia central.

Esta comparación se hace mediante el cálculo del **índice de capacidad Cpk** y se calcula como el valor mínimo de las expresiones:

$$C_{pk} = \min \left[ \frac{LSE - \bar{X}}{3\sigma}, \frac{\bar{X} - LIE}{3\sigma} \right]$$

El valor obtenido para que el proceso sea aceptable es que  $C_{pk} \geq 1$ .

#### 3. Índices de capacidad de máquina.

Para aquellos procesos en que se considera la distribución normal la capacidad de máquina es una medida de las fluctuaciones que ella, por si sola, produce en la variabilidad del producto.

Una vez que se tienen calculados los límites de control el siguiente paso es compararlos con los especificados, calculando:

- El índice de capacidad  $C_m$  que analiza la dispersión inherente a la máquina:

$$C_m = \frac{LSE - LIE}{6 \bar{s}}, \quad \frac{\bar{x} - LIE}{3\bar{s}}$$

El valor mínimo exigible a  $C_m$  es de 1'33.

- El índice de capacidad  $C_m$  que analiza el ajuste de la máquina o tendencia central y se define como:

$$C_{m_k} = \min \left[ \frac{LSE - \bar{x}}{3\bar{s}}, \frac{\bar{x} - LIE}{3\bar{s}} \right]$$

Ha de conseguirse un valor  $\geq 1'33$ .

- **Control por atributos.**

En el caso de atributos la capacidad de proceso se evalúa comparando la media del proceso con el criterio de aceptación. Para ello, se siguen los siguientes pasos:

1. Definir la media del proceso que se considera aceptable a efectos de la homogeneidad del proceso.
2. Cuando el proceso ya es estable, operar durante un periodo de tiempo determinado que permita obtener información de las posibles causas de variación que afectan al proceso.
3. Cuando se haya obtenido un mínimo de 2.000 datos individuales y sus grupos representados gráficamente y bajo control estadístico, utilizar estos datos para el cálculo de la media de proceso:

$$\bar{p} = \frac{\text{Numero total de no conformes}}{\text{Numero total de observaciones}}$$

4. Comparar el  $\bar{p}$  calculado con el criterio de aceptación:

- Si el  $\bar{p}$  calculado es menor que el valor definido en el criterio de aceptación, el proceso es capaz.
- Si el  $\bar{p}$  calculado es mayor que el valor definido en el criterio de aceptación, el proceso no es capaz. En este caso es necesario:
  - Implantar procedimientos que, al menos, mantengan el nivel actual de proporción de no conformes hasta que el proceso se pueda mejorar. Mientras tanto establecer el control de producto que permita detectar lotes cuya proporción de no conformidades sea superior al criterio de aceptación.
  - Estudiar el proceso, realizar las mejoras adecuadas y reevaluar la capacidad de proceso.

### **1.4.3. Conclusiones sobre los estudios de capacidad.**

La diferencia básica entre los estudios de capacidad de máquina y proceso es el tiempo. En el estudio de capacidad de máquina, ésta se calcula utilizando R que mide la variación inherente a los subgrupos.

Cuando existen tendencias o sesgos en el gráfico  $\bar{X}$ , las variaciones inherentes a los grupos y la desviación típica calculada por el procedimiento convencional se aparta de la calculada a partir de R tanto más cuanto mayores sean las variaciones entre subgrupos.

Así pues, cuando estas diferencias son significativas se debe tomar una decisión sobre la viabilidad del proceso. Se puede conseguir un proceso capaz con frecuentes reajustes, cambios de herramientas, etc. Si esto se debe hacer tan frecuentemente que altere el ritmo de la producción, el proceso debe considerarse incapaz.

Por otra parte, todo lo que se ha expuesto corresponde a estudios realizados sobre datos distribuidos normalmente y trasladados al gráfico probabilístico normal.

En ciertas situaciones específicas de anormalidad en la máquina por problemas de desgaste u otras causas, los datos se agrupan según distribuciones unilaterales que tienen su tratamiento estadístico traducido al gráfico probabilístico que se muestra al final del anexo de gráficos.

### **1.4.4. Consideraciones sobre la dispersión de los procesos.**

Se hace evidente, a la vista de los cálculos de capacidades de proceso, que la variabilidad en sentido de mayor dispersión de los mismos es intrínsecamente mala para todo tipo de proceso.

A mayor variabilidad, más coste. De ahí los esfuerzos que se están prodigando en industrias y servicios para reducir dicha variabilidad.

Existen dos razones fundamentales para intentar llevar esta variabilidad al mínimo. En primer lugar la satisfacción del cliente. Todo producto cuyos parámetros estén dentro de especificaciones producen una completa satisfacción en el cliente.

En la práctica no se puede llegar a esta situación de "variación nula" a lo largo de los límites de especificación. La figura 2.5. muestra la situación real en la que el grado de satisfacción real en la que el grado de satisfacción "ideal" se conseguiría en la situación "objetivo" y que se produce con una variabilidad parabólica hacia los límites de especificación. El profesor japonés Genichi Taguchi ha desarrollado una teoría difundida ya en USA y demás países desarrollados según la cual la falta de calidad, en términos monetarios, se mide según la función:

$$L(\text{Pérdidas}) = K \sigma^2$$

que corresponde al modelo parabólico de que antes se habló. Estas pérdidas son las que cada industria transfiere a la sociedad como consecuencia de admitir variabilidad ( $\sigma^2$ ) en sus procesos.

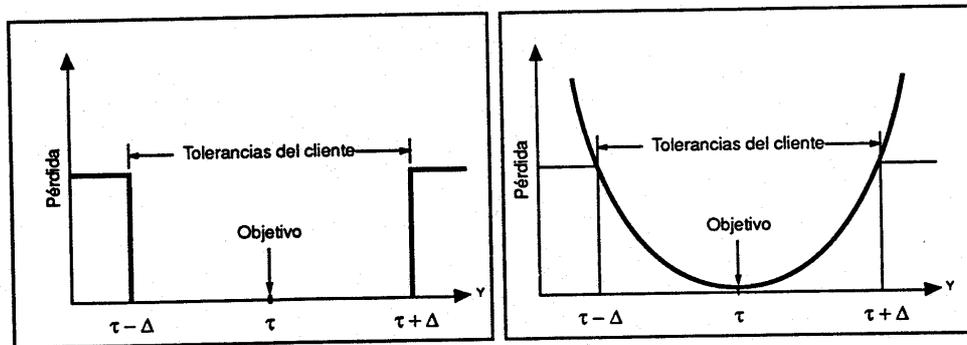
De aquí que el interés de todos los ejecutivos de las empresas, en el momento actual, se centre en la reducción de la variabilidad de cualquiera de sus procesos industriales, administrativos, financieras, etc.

En resumen la "variabilidad sobre el objetivo" es intrínsecamente mala y, al crecer, produce insatisfacción al cliente (aún sin desbordar las tolerancias) y pérdidas a la sociedad.

En segundo lugar la variación no estudiada o controlada dificulta el adecuado estudio de tolerancias y a medida que aquella crece lo hace el desperdicio y reprocesos en las industrias disminuyendo su competitividad.

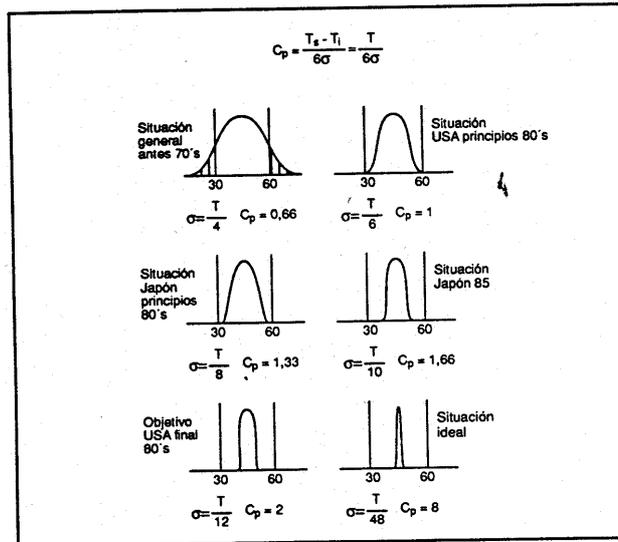
De ahí que el único método de "pleno éxito" para eliminar la defectuosidad inherente o transferida es diseñar productos y procesos de forma que los parámetros que los definen se aproximen lo más posible al objetivo de diseño. No hay otra forma de conseguir el auténtico "cero defectos" con lo que ello lleva aparejado de ahorro de tiempo, eliminación de desperdicios y, ante todo, plena satisfacción del cliente.

Las figuras muestran la evolución del índice Cp y Cpk a medida que los conceptos anteriormente citados se han puesto en evidencia y el avance tecnológico ha permitido, en el concepto de Calidad Total (aplicable a cualquier tipo de proceso o producto), alcanzar los valores que en dicha figura se expresan.

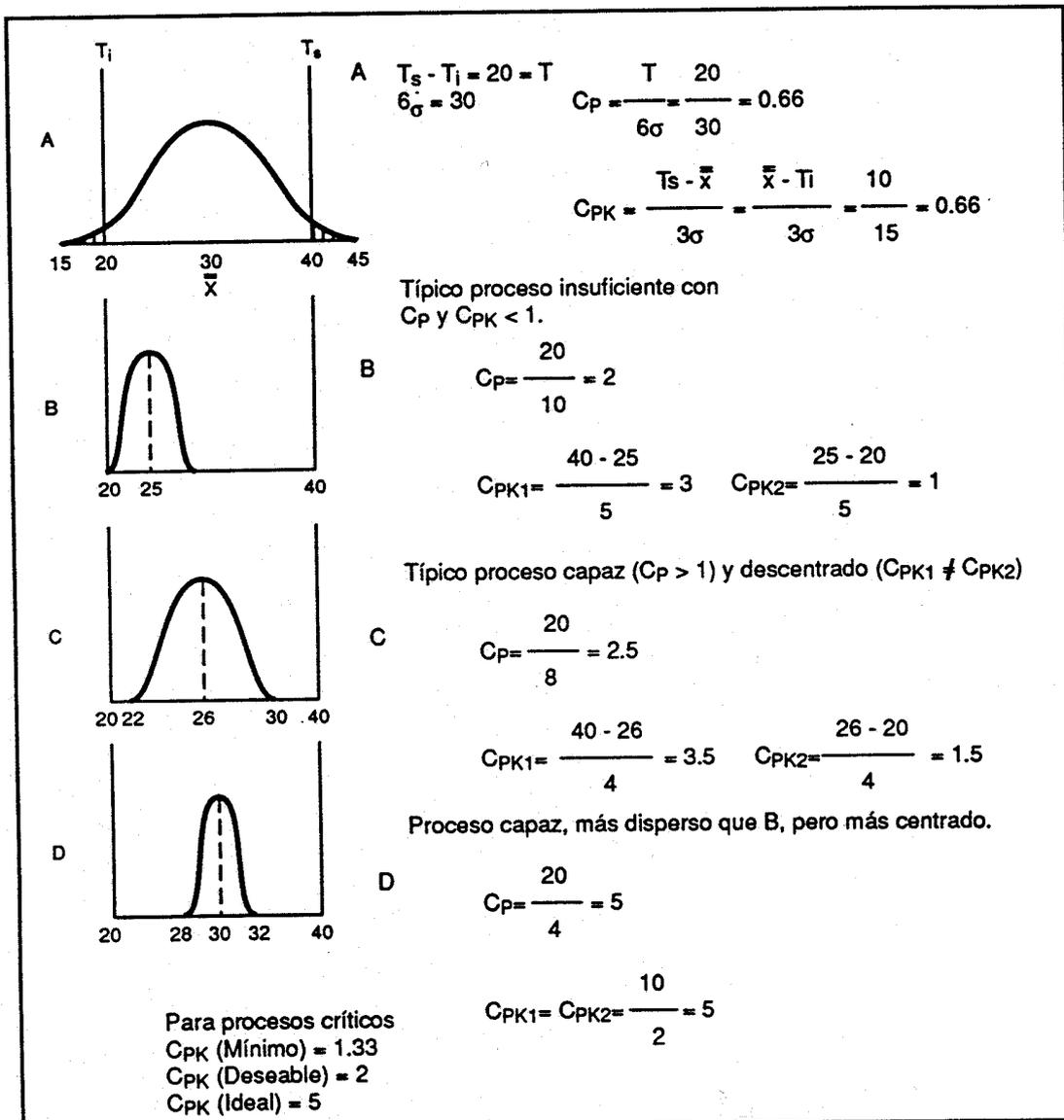


Para llegar a estas situaciones no ideales, sino plenamente conseguibles, han tenido que desarrollarse una serie de herramientas estadísticas sin las cuales no se hubieran podido medir ni la variabilidad, ni los factores e interrelaciones entre los mismos que inciden en aquella. Estas herramientas quedan englobadas en las metodologías de Diseño de Experimentos (D.O.E.) que podríamos agrupar en tres categorías:

- a) Diseño de Experimentos clásicos desarrollados por medio del análisis de varianza (ANOVA).
- b) Diseños de G.Taguchi, que sin ser matemáticamente ortodoxos, llegan a conclusiones ampliamente experimentadas, reduciendo drásticamente la compilación de los incluidos en el apartado a).



c) Diseños de D. Shainin, metodología simple, lógica y ortodoxa que está teniendo un amplio campo de difusión en las empresas americanas.



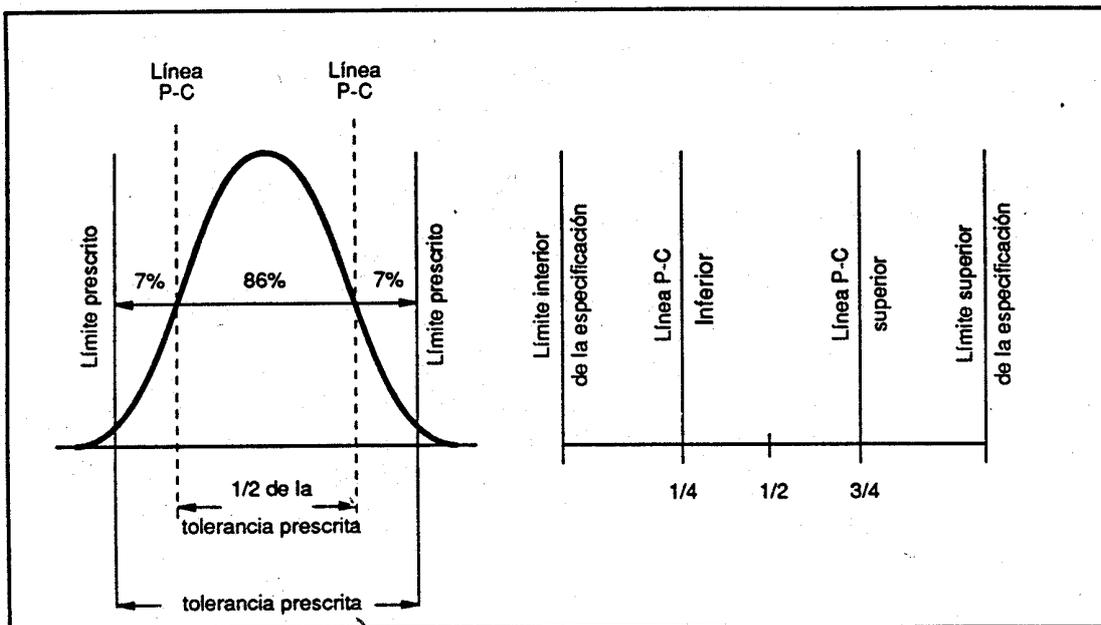


**1.5. Precontrol.**

El **precontrol** es un sistema desarrollado para completar o sustituir, en múltiples aplicaciones, a los gráficos de control. Entre sus ventajas puede citarse que es aplicable tanto a variables como a atributos.

El sistema se basa en el cumplimiento por parte de los procesos de producción de la distribución normal para detectar cambios respecto al valor central.

Se trata, como puede observarse en la figura, de dividir el campo de tolerancia en 4 partes iguales trazando las líneas de precontrol a las distancias de  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{4}$  respecto al límite inferior de especificación.



Por el cálculo de la áreas subtendidas por la distribución normal puede demostrarse fácilmente que el área subtendida por dicha distribución y los límites PC (precontrol) es el 86% del área total, lo que lleva a la conclusión de que las áreas de la distribución comprendidas entre dichos límites y las tolerancias representan un 7% en cada cola de dicha distribución.

Hablar de un 7% en cada cola de la distribución es equivalente, es decir, que 1 de cada 14 (aprox.) piezas, estará fuera de los límites PC. Por tanto la probabilidad de que dos piezas seguidas estén fuera de dichos límites es:

$$\frac{1}{14} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{196}$$

lo que significa que, aproximadamente, una vez en cada 200 piezas cabe esperar que haya dos piezas seguidas fuera de los límites PC.

Se trata pues de un fenómeno "raro" que presupone que un efecto anormal se ha producido en el proceso provocando su desplazamiento. Naturalmente el hecho comentado supone que las dos piezas han aparecido al mismo lado de la distribución.

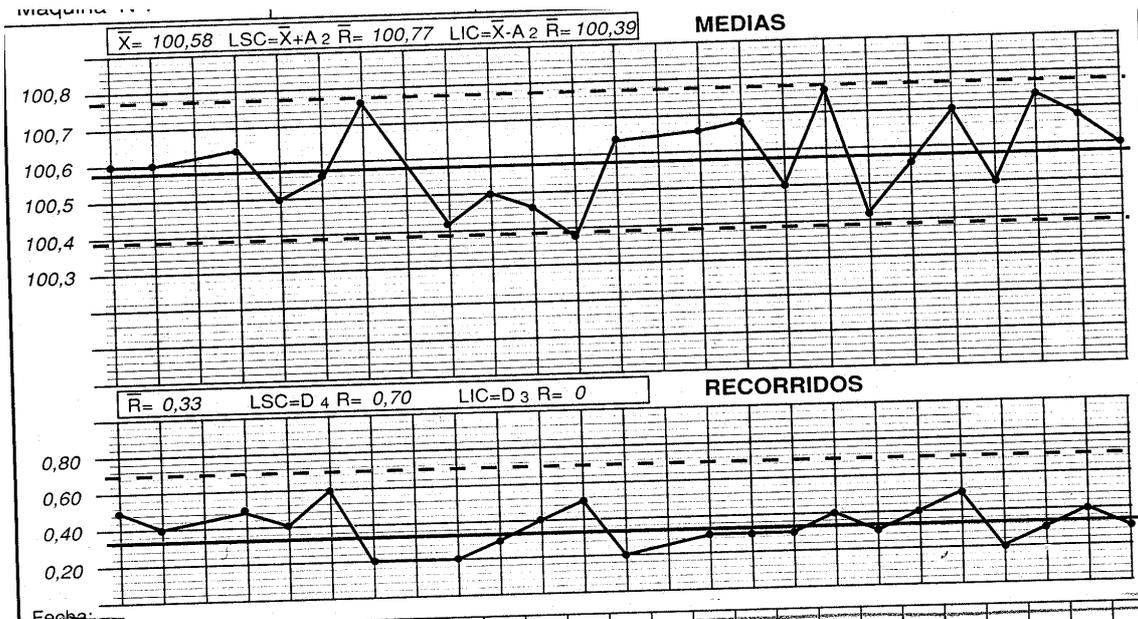
Caso de que las dos piezas seguidas desaparezcan en una y otra colas no habrá condición de desplazamiento pero sí de dispersión (aumento de  $\sigma$ ) con el peligro que ello conlleva para la capacidad del proceso.

### **1.5.1. Procedimiento de actuación.**

El procedimiento a seguir para implantar la técnica de precontrol es el siguiente:

- a. Localizar, como ya se ha expuesto, los límites PC en el campo de las tolerancias fijadas por ingeniería, con lo que se delimitan 3 zonas:
  - Zona "verde" entre los límites PC.
  - Zona "amarilla" entre dichos límites y los de tolerancia.
  - Zona "roja" fuera de los límites de tolerancia.
- b. Para determinar la capacidad del proceso, se toma una muestra de 5 piezas cuyas medidas deben estar comprendidas en la zona "verde". En esa condición el proceso está en control. (Equivale a un  $C_p=2$ ). La producción, por tanto, puede comenzar, pero siempre condicionada a la obtención de que los valores de cinco piezas seguidas, se encuentren en la zona "verde".
- c. Una vez en marcha la producción, tomar una muestra de 2 unidades consecutivas pudiendo producirse las siguientes situaciones:
  1. Ambas unidades están en la zona "verde" y la producción continua.
  2. Una unidad se encuentra en zona verde y otra en una de las dos zonas amarillas. El proceso está, por el momento, en control y la producción sigue.
  3. Si ambas unidades caen en la zona amarilla al mismo lado de la línea PC (descentramiento) o en una y otra zona de dicha condición (aumento de la dispersión), el proceso debe pararse e investigarse las causas que han producido la variabilidad.
  4. Si al menos una de las piezas se encuentra en la zona "roja" (rechazo) es preciso detener la producción e investigar la causa del rechazo. Siempre que el proceso se detenga (puntos 3 y 4) para ponerlo en marcha de nuevo es necesario que cinco piezas consecutivas se encuentren en la zona verde, es decir, cumplir de nuevo al punto b.
  5. La frecuencia de muestreo se ha determinado, de forma experimental, como la sexta parte del tiempo transcurrido entre dos paradas consecutivas por las causas anteriormente indicadas.





Al representar los datos, se observa que existe un punto fuera de los límites de las medias y dos puntos fuera en el Gráfico de Recorridos, lo que indica la actuación especiales de variación.

Una vez identificadas y solucionadas las causas especiales que actúan en esos puntos se recalculan, siguiendo el mismo proceso anterior, y sin tener en consideración los puntos fuera de límites de ambos gráficos, los nuevos límites de control.

La media y el recorrido medio son:

$$\bar{X} = \frac{100,6 + 100,6 + 100,64 + \dots + 100,68 + 100,60}{22} = 100,58$$

$$\bar{R} = \frac{0,5 + 0,4 + 0,5 + \dots + 0,4 + 0,3}{22} = 0,33$$

Los nuevos límites de control son:

Para las medias,  $LSC_{\bar{X}} = 100,58 + 0,58 \times 0,33 = 100,77$

$LIC_{\bar{X}} = 100,58 - 0,58 \times 0,33 = 100,39$

Para los recorridos,  $LSC_R = 2,11 \times 0,33 = 0,70$

$LIC_R = 0 \times 0,33 = 0,00$

De esta forma se obtiene el gráfico de la figura en el que se han eliminado las causas que originaron los puntos fuera de los límites de control. En él se observa que el proceso está bajo control, con unos límites más estrechos que antes.

Ahora ya se puede calcular la capacidad de proceso. Los límites de especificación superior e inferior) establecidos para este proceso, son:

$$LSE = 101,5 \qquad LIE = 100,0$$

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\bar{\sigma}}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,33}{2,33} = 0,14$$

$$C_p = \frac{101,5 - 100}{6 \times 0,14} = 1,79$$

Como  $C_p > 1,5$ , el proceso tiene la capacidad adecuada y puede producir consistentemente productos dentro de las especificaciones.

♦ **Ejemplo 2:**

Utilizando las 30 observaciones de la muestra X1, se pide, asumiendo que el proceso subyacente es estable:

- a. Calcular los límites de control de la gráfico R.
- b. Calcular los límites de control de la gráfico I.
- c. Determinar la desviación estándar del proceso.
- d. Dibujar los gráficos de control con los 30 subgrupos y determinar si el proceso es estable.

**RESOLUCIÓN**

Como paso previo, se realiza el cálculo de las medias móviles y de las medias generales:

SUBGRUPO	X1	Individuales	Rangos Móviles
1	65	65.00	
2	58	58.00	7
3	63	63.00	5
4	57	57.00	6
5	58	58.00	1
6	61	61.00	3
7	55	55.00	6
8	62	62.00	7
9	66	66.00	4
10	55	55.00	11
11	58	58.00	3
12	58	58.00	0
13	66	66.00	8
14	60	60.00	6
15	57	57.00	3
16	60	60.00	3
17	57	57.00	3
18	67	67.00	10
19	53	53.00	14
20	65	65.00	12
21	51	51.00	14
22	62	62.00	11
23	52	52.00	10
24	58	58.00	6
25	58	58.00	0
26	65	65.00	7
27	65	65.00	0
28	54	54.00	11
29	59	59.00	5
30	53	53.00	6

a. Calcular los límites de control de la gráfica R.

$$LC_R = \bar{R} = \frac{\sum Ri}{29} = 6.28$$

$$LCS_R = D_4 \bar{R} = 3.268 \times 6.28 = 20.51$$

$$LCS_R = D_3 \bar{R} = 0 \times 6.28 = 0$$

b. Calcular los límites de control de la gráfica  $\bar{X}$ .

$$LC_1 = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{30} = 59.27$$

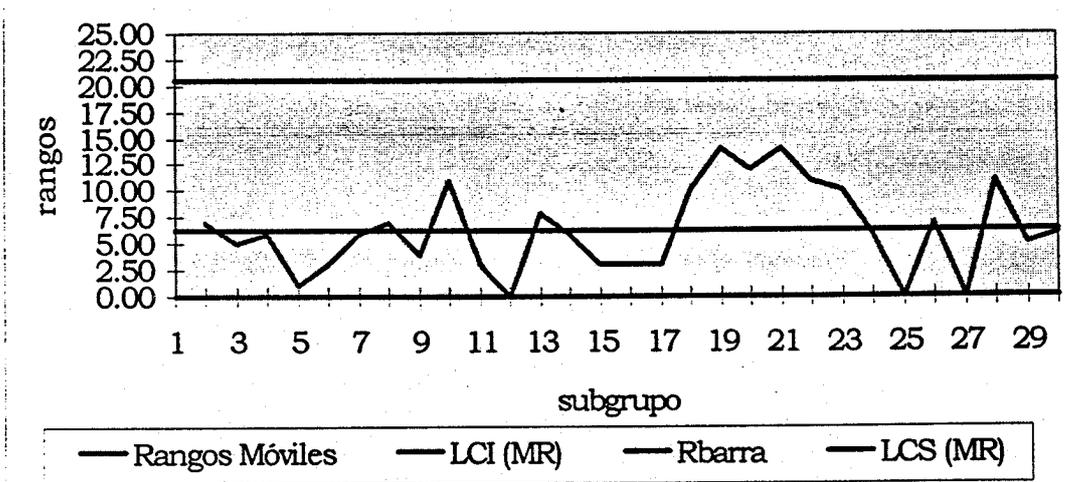
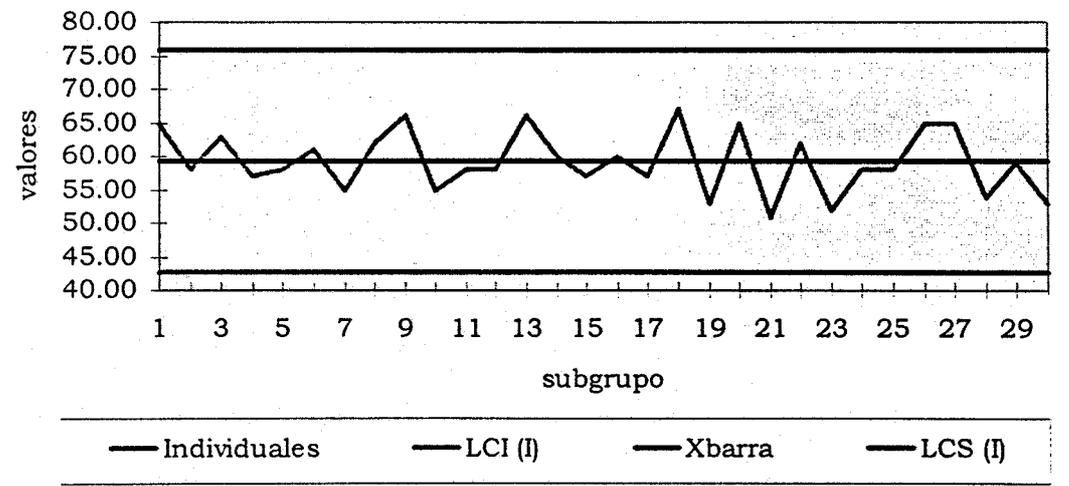
$$LCS_1 = \bar{X} + E_2 \bar{R} = 59.27 + 2.66 \times 6.28 = 75.96$$

$$LCI_1 = \bar{X} - E_2 \bar{R} = 59.27 - 2.66 \times 6.28 = 42.57$$

c. Determinar la desviación estándar del proceso.

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = 6.28 / 1.128 = 5.57 \quad \text{o} \quad \sigma = \frac{LCS_1 - \bar{X}}{3}$$

d. Dibujar los gráficos de control con los 30 subgrupos y determinar si el proceso es estable.



Como se cumplen todos los requisitos el proceso es estable.

♦ **Ejemplo 3:**

Utilizando las 16 observaciones siguientes, se pide, asumiendo que el proceso subyacente es estable:

- a. Calcular los límites de control del gráfico p ( $n^{\circ}$  defectos por muestra)
- b. Dibujar los gráficos de control con los subgrupos.

**RESOLUCIÓN**

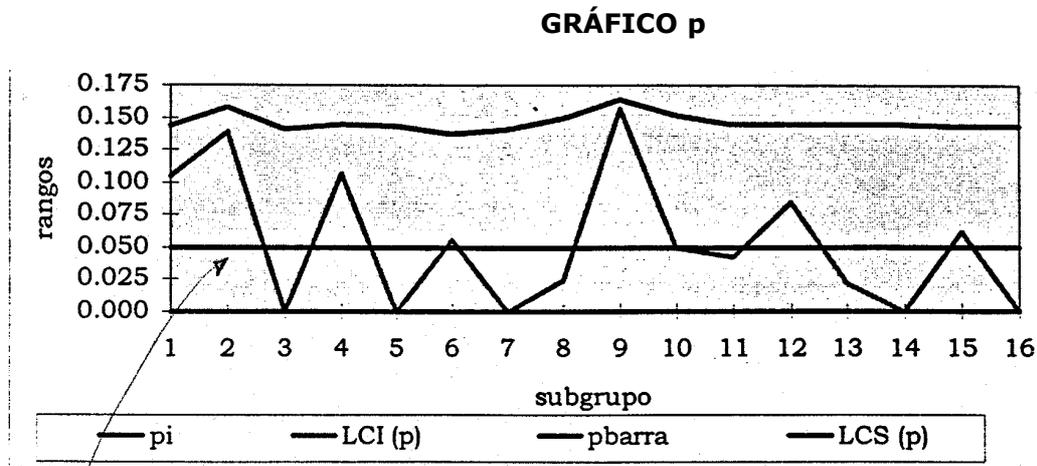
Como paso previo, se realiza el cálculo de la medias:

SUBGRUPO	$n_i$	$\bar{x}_i$
1	48	5
2	36	5
3	50	0
4	47	5
5	48	0
6	54	3
7	50	0
8	42	1
9	32	5
10	40	2
11	47	2
12	47	4
13	46	1
14	46	0
15	48	3
16	48	0

- a. Calcular los límites de control del gráfico p.

SUBGRUPO	$n_i$	$\bar{x}_i$	$P_i$	LCI (p)	$P_{\text{suma}}$	LCS (p)
1	48	5	0.104	0.000	0.049	0.143
2	36	5	0.139	0.000	0.049	0.158
3	50	0	0.000	0.000	0.049	0.141
4	47	5	0.106	0.000	0.049	0.144
5	48	0	0.000	0.000	0.049	0.143
6	54	3	0.056	0.000	0.049	0.138
7	50	0	0.000	0.000	0.049	0.141
8	42	1	0.024	0.000	0.049	0.150
9	32	5	0.156	0.000	0.049	0.164
10	40	2	0.050	0.000	0.049	0.152
11	47	2	0.043	0.000	0.049	0.144
12	47	4	0.085	0.000	0.049	0.144
13	46	1	0.022	0.000	0.049	0.145
14	46	0	0.000	0.000	0.049	0.145
15	48	3	0.063	0.000	0.049	0.143
16	48	0	0.000	0.000	0.049	0.143
SUMA	729	36	0.049			

b. Dibujar los gráficos de control con los 16 subgrupos.



## 2. Planes de muestreo.

### 2.1. Elementos de los planes de muestreo.

### 2.2. Curvas características.

### 2.3. Tipos de muestreo.

### 2.4. Niveles de inspección.

### 2.5. Tipos de planes de muestreo.

#### 2.5.1. Planes de muestreo por variables.

Para conocer si un lote formado por un determinado número de unidades cumple las especificaciones, existen dos posibilidades:

- Inspeccionar todas las unidades del lote.
- Inspeccionar sólo una **muestra representativa del lote** e inferir, estadísticamente, la homogeneidad de todo el lote.

La primera posibilidad, **inspección del 100%**, es la única que permite conocer el número exacto de unidades defectuosas que contiene el lote. Sin embargo, este tipo de inspección tiene limitaciones:

- Es un procedimiento costoso. Cada unidad debe ser inspeccionada individualmente. La propia manipulación produce daños, aumentando el número de unidades defectuosas.
- No es efectiva al 100%. En los casos donde el número de defectos del lote es bajo, la monotonía por la repetitividad del trabajo, unido a los errores propios de los inspectores, hacen que unidades defectuosas pasen como unidades buenas. De hecho se han realizado estudios que han revelado que incluso un 300% de inspección detecta el 97% de los defectos.

Si, por el contrario, el número de unidades defectuosas en el lote es alto, la falta de tiempo para la inspección, o la utilización no adecuada de los instrumentos de medida, hace que se acepten unidades defectuosas.

- No es aplicable la inspección del 100% si la inspección para conocer las características de la pieza exige realizar ensayos destructivos.

La segunda posibilidad, el **muestreo estadístico**, implica riesgos basados en que la homogeneidad del lote se infiere de los resultados de una muestra, pero presenta la ventaja de eliminar las limitaciones de la inspección 100% especialmente en lo relativo al coste de la inspección en el caso de ser necesarios los ensayos destructivos.

El principio de aplicación de los planes de muestreo, parte de la base de estructurar debidamente: **el tamaño de la muestra y el criterio de aceptación de acuerdo con los riesgos de inferencia estadística que queramos asumir.**

En general podemos afirmar que las técnicas de aceptación por muestreo son las más ampliamente utilizadas, en todo tipo de empresas, para determinar la calidad de un lote.

## **2.1. Elementos de los planes de muestreo.**

Los planes de muestreo están estructurados con el objeto de garantizar la fiabilidad de los procedimientos de inspección, el buen manejo de los lotes, el correcto levantamiento de muestras y la aplicación de criterios de aceptación objetivos, siempre con la consideración de incurrir en costes asumibles.

### **a. Los datos del muestreo.**

El muestreo queda caracterizado por: el **tamaño del lote (N)**, el **tamaño de la muestra (n)** y las **condiciones de selección o levantamiento**.

El **tamaño de la muestra (n)** requiere un compromiso. Debe ser lo suficientemente grande para que sea representativa de la homogeneidad del tamaño del lote (N) y lo suficientemente pequeña para minimizar los costes de inspección. Las tablas de muestreo que veremos más adelante tratan de resolver el compromiso entre economía y representatividad.

Cuanto menor sea el **tamaño del lote (N)** menor será la muestra, de tal modo que varía poco el porcentaje defectuoso del lote después de extraer la muestra del lote. La proporción en que aumenta el tamaño de la muestra es mucho menor que la proporción en que aumenta el tamaño del lote.

Respecto a las **condiciones de selección o levantamiento**, las unidades deben ser homogéneas de un tipo único, grado, clase, tamaño, composición, fabricadas bajo las mismas condiciones esenciales y al mismo tiempo.

Las tablas de muestreo indican también cómo hay que seleccionar la muestra, es decir, las condiciones de selección.

### **b. La inspección.**

La inspección consiste en que una o varias unidades de producto son seleccionadas al azar entre las que salen del proceso de producción y son examinadas en una o varias de sus características respecto a las especificaciones exigidas.

El objeto de la inspección es determinar el número de defectos y el tipo de defectos observados.

Hay dos métodos de inspección para evaluar características de calidad que son:

#### **– Inspección por atributos.**

Es aquella en la cual bien la unidad de producto o bien sus características, son clasificadas simplemente como **defectivas o no defectivas**, o se toma en cuenta el número de defectos de la unidad de producto con relación a un requisito específico.

Un **defectivo** es una unidad de producto que tiene uno o más defectos. En la inspección de atributos, las unidades de productos se consideran sobre la base de "pasa o no pasa", "defectivo o no defectivo", "dentro o fuera de tolerancia", "correcto o incorrecto", "completo o incompleto".

La clasificación de los defectos de acuerdo a un orden de importancia o gravedad es:

- **Crítico**, es aquel que afecta a una característica crítica de la pieza o material, de tal manera que probablemente la pieza o el material no pueda satisfacer las necesidades para las que fue diseñado.

- **Mayor**, es el que, a diferencia del crítico, probablemente acabe en fallo, o reduzca materialmente la capacidad de uso de la unidad de producto para un propósito determinado.
- **Menor**, es una desviación de los estándares establecidos que no tiene gran incidencia en el uso efectivo de la unidad de producto.

– **Inspección por variables.**

Es aquella en que ciertas características de calidad de la unidad de producto se evalúan con respecto a una escala numérica continua, y se expresan como puntos concretos a lo largo de esa escala. La inspección de variables registra el grado de conformidad o no-conformidad de la unidad a los requisitos específicos, para las características de calidad indicadas.

**c. Los índices de calidad del muestreo**

Los índices de calidad, expresados generalmente en porcentaje de unidades defectuosas, expresan los niveles de calidad, objetivo a conseguir en la inspección (grado de conformidad con los requisitos establecidos) y tienen influencia en la determinación de la severidad de los criterios de aceptación o rechazo.

Cada uno de los índices utilizados sirve para un propósito diferente, siendo los más comunes:

– **El AQL ("Average Quality Limit" o Nivel de calidad aceptable).**

Es el porcentaje máximo de unidades defectuosas en un lote que, a efectos del muestreo, se puede considerar asumible como media del proceso, por lo que debe tener una probabilidad de aceptación alta.

En un plan de muestreo el riesgo del fabricante debe ser bajo de forma que la probabilidad de rechazar un lote, con un nivel de calidad mejor que el AQL sea también baja.

– **El LTPD ("Lot Tolerance Percent Defective" o Porcentaje de Unidades Defectuosas Toleradas).**

Es el porcentaje de unidades defectuosas toleradas en un lote que a efectos de muestreo se considera insatisfactorio, por lo que debe tener una probabilidad de aceptación baja.

El AQL y el LTPD están asociados a los planes de muestreo orientados a la protección de la calidad de los lotes objeto de la inspección. Es decir, están asociados al muestreo de series continuas de lotes para proporcionar un nivel alto de seguridad de que los lotes con nivel de calidad medio, igual o mejor que el AQL, van a ser aceptados.

#### **d. La disposición del lote.**

La disposición del lote es el conjunto de reglas especificadas en los planes de muestreo que establecen la decisión que se debe adoptar con los lotes una vez terminada la inspección de las muestras.

Las tablas determinan el **número de aceptación (Ac)** como el máximo de piezas defectuosas que se pueden tolerar para aceptar un lote y el **número de rechazo (Re)** como el mínimo de piezas defectuosas que pueden aparecer en una muestra para rechazar el lote inspeccionado. Por regla general el número de rechazo es igual al número de aceptación más uno.

#### **e. La protección del plan de muestreo.**

Se entiende como tal, el riesgo asociado a la actividad de inspección y que consiste en aceptar lotes malos y rechazar lotes buenos.

En las tablas de muestreo cada plan lleva asociados unos valores determinados para cada tipo de riesgo, que deben ser tenidos en cuenta a la hora de elegir un plan determinado.

Dependiendo de las características del lote y el objetivo a conseguir con el plan de muestreo se eligen los valores adecuados para los **riesgos del muestreo** que son:

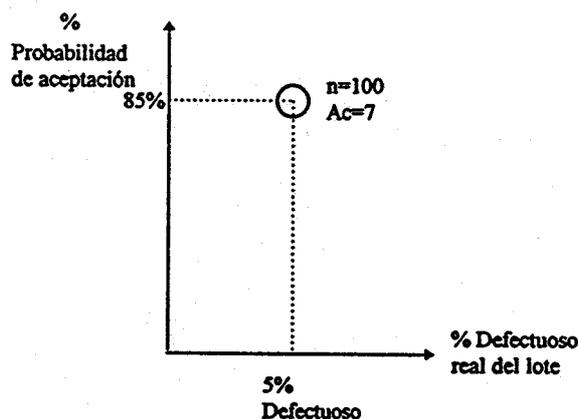
- **El riesgo  $\alpha$  o el riesgo de rechazar un lote bueno.** También se llama "riesgo del fabricante", ya que el principal afectado por el hecho de que un plan de muestreo, de acuerdo con los resultados observados en la muestra, rechace un lote cuya calidad es buena, es el fabricante del lote.

En términos probabilísticos, el riesgo  $\alpha$  es la probabilidad de que, mediante un plan de muestreo determinado, no se acepte un lote con un nivel de calidad aceptable.

- **El riesgo  $\beta$  o el riesgo de aceptar un lote malo.** También se llama "riesgo del comprador", ya que el principal afectado por el hecho de que un plan de muestreo, de acuerdo con los resultados observados en la muestra, acepte un lote cuya calidad es mala, es el comprador.

En términos probabilísticos el riesgo  $\beta$  es la probabilidad de que, mediante un plan de muestreo determinado, se acepte un lote con un nivel de calidad no aceptable.

La probabilidad de aceptación nos indica que, como término medio, de cada 100 veces que un lote se presente a inspección se aceptará  $P_a$  veces. Se puede representar gráficamente como sigue:



La probabilidad de aceptación tiene como máximo el 100%, que es el caso en que se aceptará siempre el lote. La probabilidad de aceptación, para un mismo plan de muestreo, varía, dependiendo del 1% de defectuosos, dando como resultado las curvas características.

## 2.2. Curvas características.

Para comprender y utilizar correctamente los planes de aceptación por muestreo es preciso conocer varios términos y símbolos, siendo la herramienta estadística más importante su curva característica.

La **curva característica** de un plan de muestreo nos indica la probabilidad de aceptar un lote en función del porcentaje defectuoso que realmente tiene el lote que se somete a inspección.

Cuando el lote se somete a inspección desconocemos el porcentaje de defectuosos que tiene el mismo, la curva característica nos indica la probabilidad que tenemos de aceptarlo suponiendo que tuviera un determinado porcentaje de defectuosos.

### a. Construcción de la curva característica.

Cada plan tiene su curva particular y por tanto familiarizarse con los distintos tipos de curva es un requisito indispensable para calcular la protección que el plan proporciona.

Para representar la curva característica se determina, para cada porcentaje de unidades defectuosas teóricas en el lote, la probabilidad que al realizar un muestreo de  $n$  unidades aparezca un número de unidades defectuosas  $x$  igual o menor que el número de aceptación.

La curva característica comienza con una probabilidad de aceptación del 100% para un defectuoso nulo, que va disminuyendo a medida que crece el porcentaje defectuoso.

La probabilidad de aceptación se determina utilizando tres tipos de distribución de probabilidades: la hipergeométrica, la binomial y la de Poisson, siendo ésta última, por su facilidad de cálculo la más recomendable de utilizar, si se cumplen las hipótesis básicas:

- La proporción  $p$  es menor o igual a 0,1.
- El tamaño de la muestra  $n$  es mayor o igual a 30.
- El tamaño del lote es al menos 10 veces el tamaño de la muestra.

La **función de probabilidad** de encontrar  $x$  unidades defectuosas en una muestra de tamaño  $n$  y con una proporción de unidades defectuosas en el lote de  $p$ , en estas condiciones es:

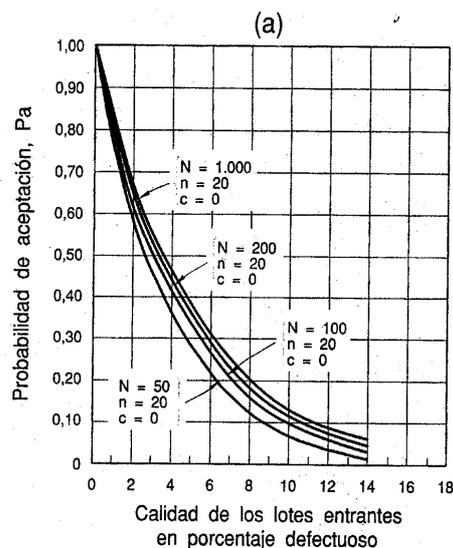
$$p\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{(np)^x e^{-np}}{x!}$$

Para mayor facilidad, la probabilidad de  $x$  o menos ocurrencias, en un suceso cuyo número de ocurrencias medio es  $np$ , se puede determinar directamente de las tablas de distribución de Poisson.

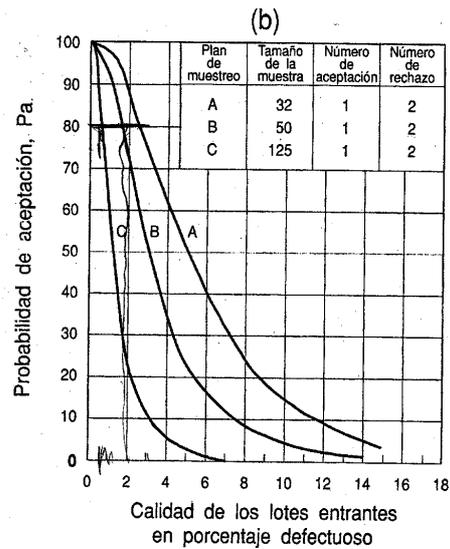
**b. Forma de las curvas características.**

Las figuras mostradas a continuación muestran el efecto de los diferentes parámetros del plan de muestreo en la forma de la curva característica:

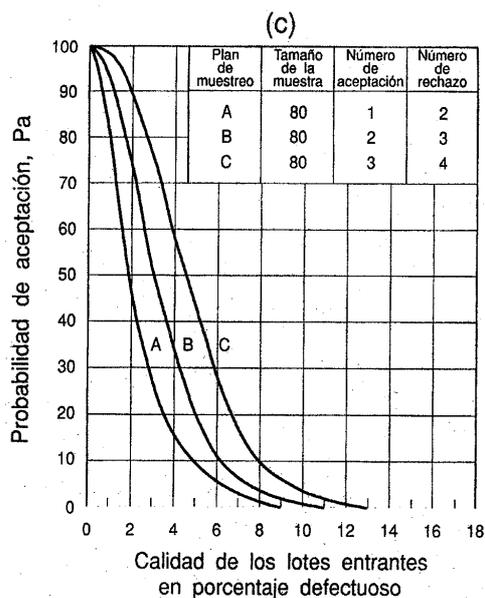
- Si el número de aceptación ( $c$ ) es 0, la curva es exponencial (gráfica a). En esta figura podemos observar además la escasa variación en cuanto a protección suministrada por el plan para diferentes tamaños de lotes, por ello en muchas aplicaciones las curvas se determinan en función de  $n$  y  $c$ .



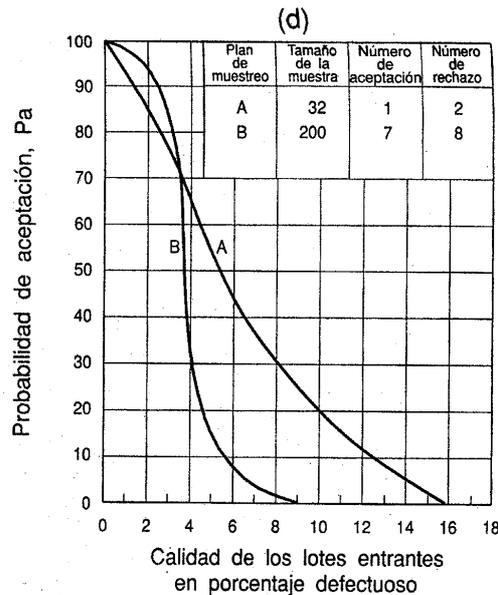
- Si aumenta el tamaño de la muestra ( $n$ ), aumenta la pendiente de la curva (gráfico b). En la figura se observa que, fijados un AQL y  $\alpha$ , a medida que el tamaño de la muestra decrece la protección contra la mala calidad de los lotes también lo hace y además de forma significativa.



- Si aumenta el número de aceptación ( $c$ ), la curva se desplaza a la derecha (gráfico c). El efecto de cambiar la cifra de aceptación  $c$  manteniendo constante el tamaño de la muestra hace que a medida que  $c$  crece, la probabilidad de aceptar un lote, para un determinado porcentaje defectuoso crezca.



- Si el tamaño de la muestra se acerca al tamaño del lote, la curva se acerca a la curva característica perfecta (gráfico d).



La curva característica de un plan de muestreo lo identifica inequívocamente y ello es de gran ayuda en la elección de un plan de muestreo adecuado a los riesgos  $\alpha$  y  $\beta$  que se desean asumir.

**c. Análisis de las curvas características.**

1. Dado que el plan de muestreo (n, c) referido a un tamaño de lote N, existe una sola curva característica que relaciona el % defectuoso de un lote con la probabilidad de aceptarlo al aplicar dicho plan de muestreo.
2. Dado un plan de muestreo (n, c) la curva característica puede considerarse la misma aunque el tamaño de lote varíe ligeramente.
3. El máximo valor de la probabilidad de aceptación  $P_a$  es 100 y corresponde a los lotes que tienen un % de defectuosos igual a 0 o próximos.
4. El mínimo valor de la probabilidad de aceptación  $P_a$  es 0 y se corresponde con % defectuosos grandes.
5. Cuanto mayor sea el % de defectuoso, menor será la posibilidad de aceptación  $P_a$ .
6. Una vez establecido un plan de muestreo y, por lo tanto, la curva característica, podemos conocer la probabilidad de aceptar un lote que tuviera un determinado % defectuoso.
7. La probabilidad de rechazo, nos indica el número de veces que, como término medio, rechazaremos un lote, con un determinado % defectuoso por cada 100 veces que se presente a inspección. La probabilidad de rechazo es complementaria al 100 de la probabilidad de aceptación.

**d. Elección de la curva característica.**

La elección del plan de muestreo debe hacerse de forma tal que se compaginen las necesidades del cliente y las posibilidades del proveedor.

**e. Valores más representativos de la curva característica.**

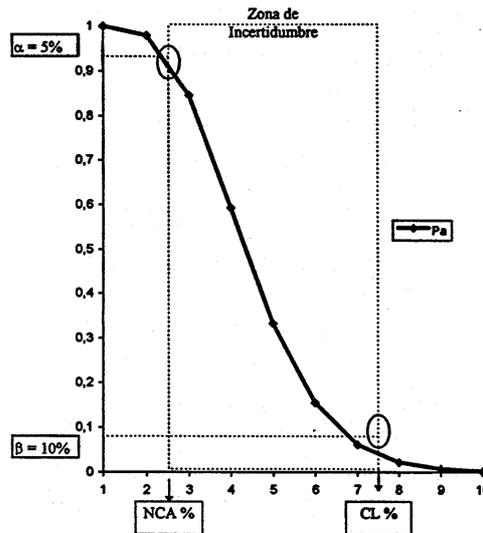
- **Nivel de Calidad Aceptable (AQL o NCA):** Es el máximo % defectuoso que admite el cliente como promedio de los % defectuosos de los lotes que se reciban de un proveedor.
- **Riesgo del proveedor ( $\alpha$ ):** es el riesgo de que el cliente rechace un lote que tuviera un % defectuoso igual al NCA.
- **Calidad límite (QL o CL):** Es el máximo % defectuoso que puede admitirse en un lote aislado. El cliente debe protegerse contra lotes aislados que tengan un % defectuoso excesivo, por las razones siguientes:
  - Se tendrán trastornos en las líneas de montaje.
  - Se producirán desperdicios o reparaciones, no deseadas.
  - La mezcla con otros lotes correctos dará lugar a una calidad media deficiente.
  - Costes de revisión al 100% y costes adicionales de inspección.
  - Riesgo de sacar producto defectuoso al mercado.

Por estos motivos deberá fijarse una Calidad Límite tal que difícilmente puedan aceptarse lotes con esta calidad.

- **Riesgo del cliente  $\beta$ :** Es la probabilidad o riesgo de que el cliente acepte un lote que tenga un % defectuoso igual a la Calidad Límite.
- **Zona de Incertidumbre:** Es la zona en la que a veces se aceptará y otras se rechazará el lote en función del % defectuoso. La amplitud de esa zona mide la potencia del plan de muestreo. A una zona amplia le corresponden muestras pequeñas y por tanto controles baratos, pero el nivel de riesgo es alto. A una zona estrecha corresponden muestras grandes, mayor coste y riesgos bajos. Lo ideal sería reducir al máximo esta zona.

Existirá un solo plan de pruebas y por tanto una única curva una vez fijados los requisitos:

- NCA (nivel de calidad límite).
- $\alpha$  (riesgo del fabricante).
- CL (calidad límite).
- $\beta$  (riesgo del consumidor).

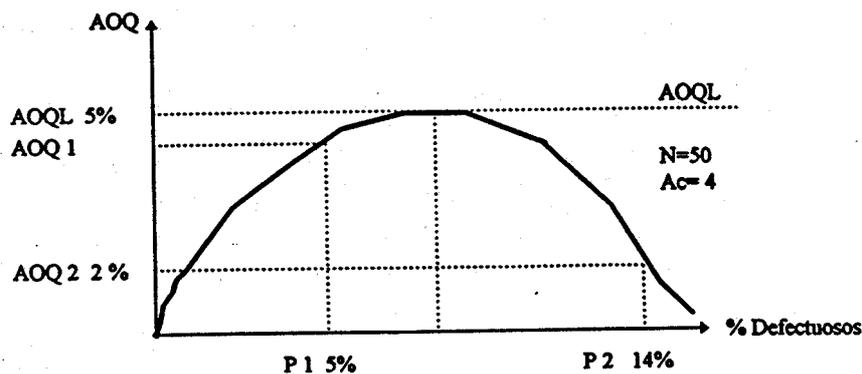


**f. Seguimiento evolutivo de la calidad obtenida.**

La Calidad Media de Salida (AOQ) y el límite de Calidad Media de Salida (AOQL) están asociados a los planes de muestreo asociados a la protección de la calidad media de las unidades procedentes de varios lotes inspeccionados.

Es decir, están asociados a proporcionar la seguridad de que la calidad media de todos los lotes no será peor que el AOQL, asumiendo que los lotes rechazados han sido inspeccionados al 100% y han sido sustituidas las unidades defectuosas por otras sin defecto.

A cada plan de muestreo le corresponde un valor determinado de AOQL. Podemos decir que el valor del AOQL es el máximo % defectuoso que existirá en nuestros almacenes después de haber sido inspeccionados los lotes a su recepción, separadas las unidades defectuosas de los lotes que se inspeccionan al 100% y repuestas por unidades correctas.



### 2.3. Tipos de muestreo.

- **Muestreo simple:** La aceptación o rechazo, de un lote, se basa en los resultados de un solo muestreo. Se emplea en:
  - Procesos que físicamente no permiten una posterior toma de muestra en caso de ser necesario.
  - Cuando los lotes tienen porcentajes de defectuosos próximos al AQL.
  - Los costes de inspección son óptimos.
- **Muestreo doble:** Bajo ciertas circunstancias se toma una segunda muestra antes de decidir la aceptación del lote.

Es el muestreo más ampliamente usado, siendo las razones principales para ello:

- El tamaño requerido de la primera muestra es menor que la del muestreo simple, por tanto si el porcentaje de defectos o es muy bajo o es muy alto nos evitaremos realizar el segundo muestreo.
  - El coste y complejidad de utilización son menores que en el muestreo múltiple.
- **Muestreo múltiple:** La aceptación o rechazo, de un lote, se basa en los resultados de varias muestras tomadas del mismo lote. Se aplica en las ocasiones siguientes:
    - Si los costes administrativos se pueden reducir mediante sistemas informáticos, el muestreo múltiple puede proporcionar costes de inspección más bajos que los anteriores.
    - Si son aplicables los sistemas informáticos se simplifica la administración del muestreo.

**La decisión de utilizar uno de los tres tipos de muestreo existentes debe ser tomada en función de las condiciones específicas de la aplicación.**

#### **2.4. Niveles de inspección.**

El nivel de inspección es una característica de un plan de muestreo, elegida a priori, que relaciona el tamaño de la muestra con el tamaño del lote.

Los niveles de inspección reflejados en la mayoría de los planes de muestreo son: riguroso, normal y reducido.

Los planes de muestreo permiten variar el nivel de inspección dependiendo de los niveles de homogeneidad del lote. Así, al comenzar la inspección de un producto del cual no se tiene un histórico se aplica el nivel normal de inspección. Si al cabo de una serie de inspecciones se observa que los resultados son mejores que la calidad especificada, se puede reducir el nivel de inspección.

Los planes de muestreo reducidos no se ajustan a las curvas características de los muestreos normales correspondientes. Su uso se justifica en criterios pragmáticos y de coste y en que se asume que sistemáticamente se está por debajo de los niveles de unidades defectuosas toleradas. En el momento que se detecta un empeoramiento de la calidad hay que regresar a la aplicación del nivel normal. El tamaño de muestra es del orden del 40% del nivel normal.

Si por el contrario el nivel de calidad de los lotes a inspeccionar es inferior que el especificado se debe elegir un nivel riguroso. Este es similar al normal, pero se reduce el número de unidades defectuosas aceptables para cada tamaño de muestra.

### 2.5. Tipos de planes de muestreo.

La forma de planear un plan de muestreo es muy diferente según que las características a estudiar sean atributos, donde la evaluación se hace en términos de "aceptable o no aceptable", o variables, donde el producto se evalúa según una tabla de medida.

Por ello los planes de muestreo se dividen en dos tipos básicos:

**a. Planes por variables:** En cada unidad la muestra se mide la característica observada. A continuación se calculan las variables estadísticas muestrales especificadas y se compara con el valor permitido definido en el plan, tomando la decisión de aceptar o rechazar el lote.

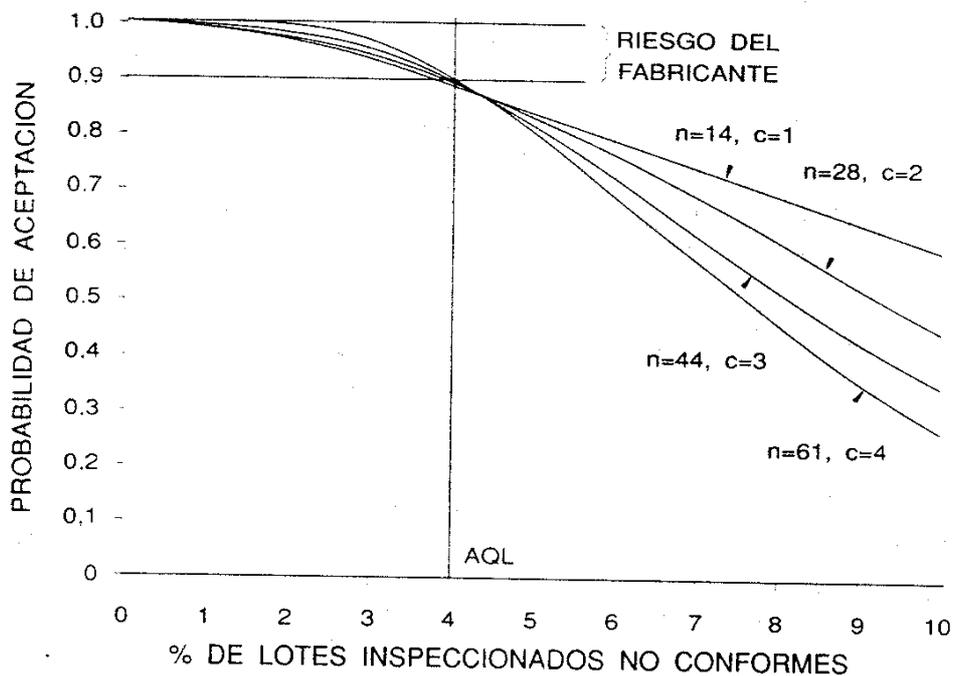
**b. Planes por atributos:** Cada unidad de la muestra se clasifica como buena o mala. A continuación se compara el número de unidades malas con el número de aceptación y se toma la decisión de aceptar o rechazar el lote.

La tabla que figura a continuación resume las características más importantes de forma comparativa:

Concepto	Atributos	Variables
Tipo de inspección	Cada unidad se clasifica como defectuosa o aceptable	Se miden magnitudes
Tamaño de muestra	Mayor que en muestreo por variables	Reducido
Hipótesis sobre la distribución	Binominal Poisson	Se supone distribución normal
Número de características	Cualquiera	Un plan de muestreo para cada característica a valorar
Tipo de información	Número de unidades defectuosas	Información sobre la media y la variabilidad

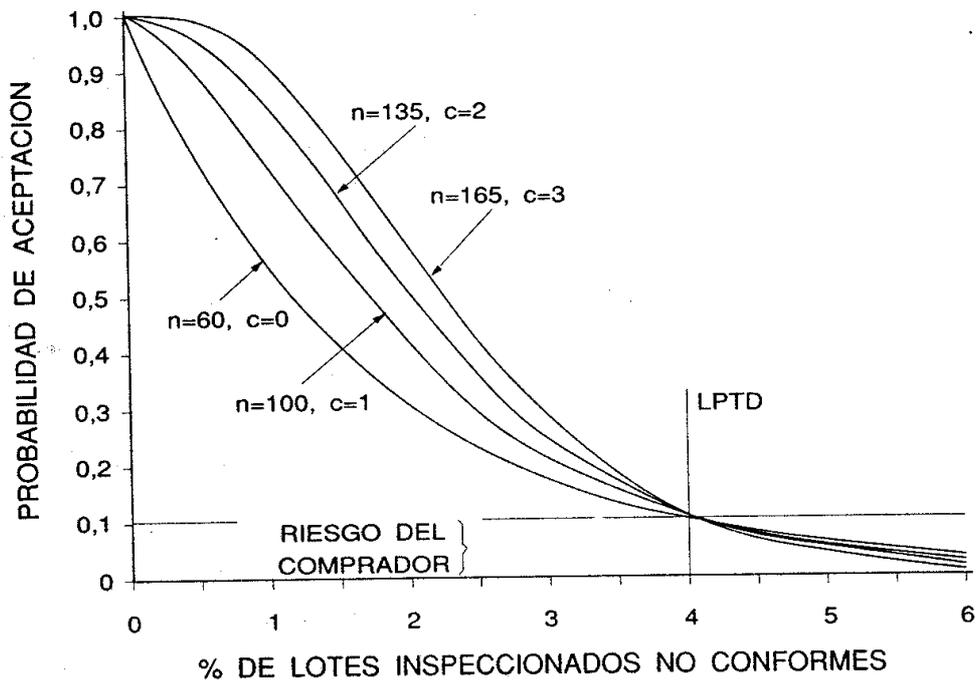
Otra forma de clasificar los planes de muestreo es en función del parámetro que tratan de asegurar como objetivo:

- a. Los Planes de AQL (Nivel de Calidad Aceptable):** El objetivo de los planes de muestreo basados en AQL es proporcionar una gran seguridad de que los lotes van a ser aceptados, con un porcentaje de unidades defectuosas menor que el AQL especificado. Se pretende que el riesgo del fabricante sea bajo, sin considerar el riesgo del comprador.

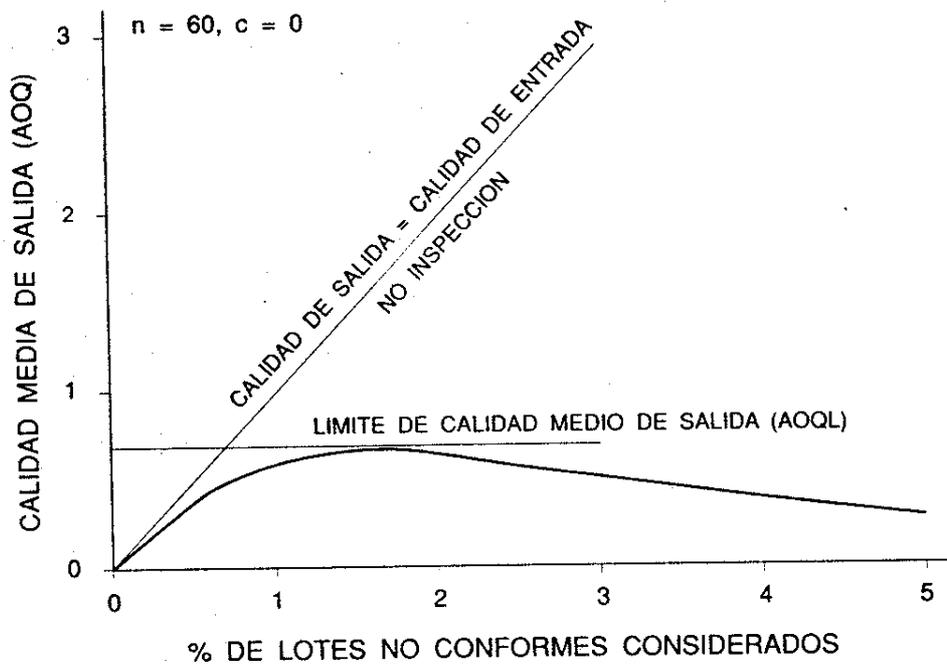


**b. Los Planes de LPTD (Porcentaje de Unidades Defectuosas Toleradas):** El objetivo de los planes de muestreo basados en el LTPD es proporcionar una gran seguridad de que se van a rechazar los lotes, cuyo porcentaje de unidades defectuosas es mayor que el LTPD especificado. Se pretende mantener un riesgo bajo de comprador sin considerar el riesgo del fabricante.

Las curvas características de estos planes proporcionan el mismo riesgo  $\beta$  para cada AQL.



- c. **Los Planes de AOQL (Límite de Calidad Media de Salida):** El objetivo que persiguen estos planes es el de asegurar a los fabricantes que la calidad media de salida de los lotes (una vez inspeccionados los rechazados), no va a ser inferior a la especificada por el AOQL.



### **2.5.1. Planes de muestreo por variables.**

Los planes de muestreo por variables se utilizan para tomar decisiones sobre un lote de material en el que las especificaciones se expresan en forma de mediciones continuas.

Cada unidad de la muestra es medida y su valor registrado. Se calcula un índice con estos valores, se compara con el valor de referencia y se toma la decisión de aceptar o rechazar el lote.

El tamaño de muestra es más pequeño que para los planes por atributos y además permiten cuantificar determinados aspectos y tomar decisiones adicionales a las de aceptación o rechazo.

Así los planes de muestreo por variables se utilizan para controlar:

- El número de unidades defectuosas.
- Los parámetros de proceso.

Dentro de este tipo de planes podemos destacar el siguiente:

- **Military Standard MIL-STD-414.**

Es un plan de muestreo basado en AQL. Se asume que las distribuciones de las mediciones individuales siguen la distribución normal.

Los criterios de aceptación se basan en la variabilidad y en la localización de la distribución de las medidas individuales con relación a los límites especificados, que son la desviación típica y la media.

Para la medida de la variabilidad pueden emplearse tres métodos:

- El método  $\sigma$  (cuando se conoce la desviación típica del proceso).
- El método S.
- El método R.

Las tablas MIL-STD-414 se clasifican en función de la medida de la variabilidad utilizada ( $\sigma$ , S o R), el tipo de especificación (límite sencillo o doble) y la forma (1 ó 2).

Para elegir un plan determinado, entre los contenidos en las tablas, se deben seguir los pasos siguientes:

1. Definir:

- El tamaño de lote.
- El nivel de calidad aceptable (AQL)
- El método a utilizar ( $\sigma$ , S o R).

- El nivel de inspección: normal, reducido o riguroso.
  - La forma (1 ó 2).
2. A partir del tamaño de lote y el nivel de inspección buscar en las tablas el nivel de inspección (la letra de código de la tabla). Los niveles de calidad III, IV y V corresponden a inspección reducida, normal y rigurosa. Los niveles I y II son especiales y requieren un tamaño de muestra menor.
  3. A partir de la letra de código, el AQL, y el tipo de muestreo buscar de las tablas de muestreo el tamaño de la muestra y la constante de aceptación K o M.
  4. Tomar una muestra aleatoria de tamaño n, medir la característica a inspeccionar para cada unidad de la muestra y calcular el parámetro estadístico requerido.
  5. Comparar el parámetro estadístico calculado con el de referencia y tomar la decisión de aceptar o rechazar.

### **2.5.2. Planes de muestreo por atributos.**

- **Military Standard MIL-105-D.**

Estos planes están basados en el AQL, con una probabilidad de aceptación de lotes con un nivel de calidad igual o mayor que el AQL, de entre 88 y el 99%. Se aplican a la inspección de productos terminados, productos almacenados, semielaborados, componentes y materias primas, etc. Están preparados para su uso en series continuas de lotes. Para lotes aislados se tomará la precaución de consultar las curvas características.

Para elegir un plan determinado entre los diferentes contenidos en las tablas, hay que seguir los pasos siguientes:

1. Definir:

- El tamaño de lote.
- El nivel de calidad aceptable: 0,010; 0,015; 0,025; ...
- El tipo de muestreo: simple, doble o múltiple.
- El nivel de inspección: normal, reducido, riguroso, S1, S2, S3 ó S4.

2. Mediante el tamaño de lote y el nivel de inspección obtener la letra de código de las tablas.

3. Mediante la letra de código, el AQL y el tipo de muestreo, obtener el plan de muestreo de las tablas de muestreo disponibles: muestreo sencillo, doble o múltiple cada uno con niveles de inspección normal, reducido y riguroso.

El plan de muestreo elegido indica el tamaño de la muestra y los números de aceptación y de rechazo.

• **Tablas de Dodge Romig.**

Las tablas incluyen planes de muestreo simples y dobles y cada uno de ellos permite protección mediante el AOQL y el LTPD. Son por tanto, un conjunto de cuatro tablas diferentes.

En estas tablas se supone que todos los lotes rechazados son inspeccionados al 100% y llevan implícito el coste mínimo de muestreo para cada grado de protección deseado.

De hecho, las tablas requieren la determinación del porcentaje de unidades defectuosas en el lote antes de elegir el plan de muestreo más adecuado, de forma que permiten elegir planes que minimizan la inspección con relación a un nivel de calidad dado.

Las tablas AOQL se clasifican según el límite de calidad media de salida y disponen de valores comprendidos entre 0,1 y 10%. El énfasis está en la calidad de la media de salida a largo plazo, por lo que no se garantiza que no se puedan aceptar lotes individuales de mala calidad.

Las tablas LTPD se clasifican según el porcentaje defectuoso del lote y disponen de valores comprendidos entre el 0,5 y el 10% para el LTPD con un riesgo constante para el comprador  $\beta$  del 0,10. El énfasis está en garantizar que los lotes con una calidad peor que LTPD establecido se van a aceptar en raras ocasiones.

• **Planes secuenciales.**

En estos planes de muestreo al inspeccionar cada unidad de la muestra se debe tomar la decisión de aceptar el lote, rechazarlo o inspeccionar otra unidad.

Requieren la toma de decisiones sobre unidades individuales, lo que los diferencia de los planes de muestreo que requieren muestreos de múltiples unidades.

Las características que tienen son:

- Los resultados se analizan con mayor frecuencia.
- Tienen una banda de indecisión entre la zona de aceptación y la de rechazo.

El muestreo debe proseguirse hasta que los resultados de la muestrabilidad utilizada (s, S o R), impliquen el rechazo del lote al salir de la zona de indecisión e introducirse en la zona de aceptación o rechazo.

El límite de este plan está en 160 unidades, donde hay que tomar una decisión definitiva.

<b>Muestreo acumulado</b>	<b>Nº aceptación acumulado</b>	<b>Nº rechazo acumulado</b>
40	0	4
60	1	5
80	2	6
100	2	6
120	3	7
160	7	8

- **Planes de muestreo en continuo.**

Están diseñados para la inspección de procesos que proporcionan una producción en continuo en lugar de por lotes. Están tabulados según el AQL o el AOQL.

Implican que la decisión de aceptar o rechazar se tome sobre cada unidad inspeccionada, y utilizan periodos alternativos de inspección 100% y muestreo, dependiendo de la calidad observada en el producto.

Los requisitos de aplicación de estos planes son:

- Realizar la inspección sobre el producto móvil.
- Ser de fácil realización la inspección 100%.
- Inspeccionar características poco complejas.
- Tener un producto homogéneo.

Existen varios tipos de muestreo en continuo: CSP-1, CSP-2, CSP-3, CSP-A, CSP-M, CSP-T, CSP-F, CSP-V, CSP-R.

La sistemática de control consiste en iniciar la inspección 100% de las unidades producidas de forma consecutiva y continuarla hasta que se contabilicen "i" unidades sucesivas aceptables. En este punto se interrumpe la inspección y se sustituye por un muestreo donde se inspecciona una fracción de producto "f". El muestreo continúa hasta que se encuentra una unidad defectuosa en la muestra en cuyo caso se vuelve a la inspección 100% y se repite el ciclo. Los valores de "i" y de "f" se encuentran tabulados.

- **Planes de muestreo en cadena.**

Estos planes tienen la característica de que la aceptación o rechazo de un lote no sólo está relacionada con el resultado del muestreo de dicho lote, sino también con los resultados de los lotes precedentes.

Los requisitos para la aplicación de un plan efectivo de muestreo en cadena, son:

- Inspeccionar los lotes en el orden que se producen.
- La fracción de unidades defectuosas debe seguir la distribución binomial.
- El tamaño de muestra es fijo para cada lote.
- La calidad de los lotes se debe suponer homogénea.

El inconveniente de estos planes es la dificultad de detectar cambios pequeños en la homogeneidad del lote. Pero son capaces de detectar variaciones importantes con tamaños de muestra pequeños y frecuencia alta.